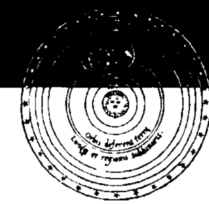
ISTITUTO E MUSEO DI STORIA DELLA SCIENZA

FIRENZE

STUDI E TESTI

IV



ARCHIMEDE

Mito Tradizione Scienza

Siracusa - Catania, 9-12 ottobre 1989

a cura di

Corrado Dollo

Leo S.Olschki

Firenze

Jens Høyrup

ARCHIMEDISM, NOT PLATONISM: ON A MALLEABLE IDEOLOGY OF RENAISSANCE MATHEMATICIANS (1400 TO 1600), AND ON ITS ROLE IN THE FORMATION OF SEVENTEENTH-CENTURY PHILOSOPHIES OF SCIENCE

I) The question of Platonism

We all know the following set of stereotypes:

— Scholastic natural philosophy was Aristotelian and therefore non-mathematical.
— The Renaissance and the Humanist movement rediscovered Plato, and were fundamentally and strongly Platonic.
— Plato held a mathematical view of the world.
— The Renaissance produced a fresh start in mathematics and in mathematicized philosophy. It is easy to array arguments in favour of these stereotypes, and even if they represent violent simplifications (especially in their undifferentiated view of «Scholasticism» and «Renaissance») they are far from being totally mistaken. It is therefore attractive to combine them into a stereotype conclusion, *viz*, that
— Renaissance mathematics and mathematicized science were expressions and consequences of Renaissance Platonism.

It will be my first aim in the following to demonstrate that this conclusion is far less true than the partially true premisses from which it is drawn (no unusual situation within the polyvalent logic so characteristic of historiography turning explanatory); evidently, this does not invalidate the importance of Plato for other ventures participating in the Renaissance movement. My second aim shall be to demonstrate that another intellectual giant of Antiquity can be argued with much better reason to have served as an example and as a navigation mark to Renaissance mathematicians, and that *Archimedism* provided them with an ideology almost as Protean as the Platonism of miscellaneous philosophical currents yet serviceable as inspiration and guide-post and for professional identity formation.[1]

First to the question of Platonism. It would be easy to point to large amounts of definitely non-Platonic mathematical activity made during the Renaissance era (say, 1400 to 1600). The whole quadrivial tradition as it lingered on at many universities until well into the sixteenth century could be used for that purpose; most German *Rechenmeister* are also pretty unphilosophical, as is much of their Italian model, the tradition of the *Trattati d'abbaco*. The existence of these traditions, however, is a trivial and rather uninteresting point. The real question is whether the *renewal* in Renaissance mathematics – *renascent* mathematics – was Platonic.

The delimitation of the *new* tendencies is in itself a problem, which I shall answer – or, it may be thought, avoid – below by discussing a selection of outstanding examples. But at first any claim about «Platonism» requires that we clarify the meaning of this term.

The most obvious sense in which somebody could be considered a Platonist is if he adheres to (some interpretation of) the complete philosophical system. But this sense has little meaning in the present connection, since the above-quoted stereotype «Plato held a mathematical view of the world» is only a half-truth. The *Timaeus*, admittedly, proposes a cosmology founded upon geometrical atomism. In other more central works, however, mathematics is only considered a *first, approximate* model for true, dialectical knowledge, a means for «the awakening of thought» (*Republic* 523A). This Platonism does not turn up in Renaissance mathematical writings, although traces of it

[1] The starting point for my work on the present paper was a larger investigation of the influence of philosophical currents and quasi-philosophical attitudes on the changing styles, ideals and norms for mathematical activity in Latin and Renaissance Europe from the early twelfth to the outgoing sixteenth century (Høyrup 1987 or 1987a). Because of its narrower focus, the present investigation draws in part on sources not mentioned in these earlier publications; many general theses on the character and subdivisions of Renaissance mathematics dealt with there, on the other hand, are taken for granted in the present essay.

All translations from the sources in the following are mine, unless the contrary is stated explicitly.

Richard Lorch looked through a preliminary version of the paper for linguistic oddities, for which it is a great pleasure to express my gratitude. Since I provided the initial conditions for the weeding; since I did not follow his advice in all cases; and since I made changes in the text following upon his corrections, nobody but I am of course responsible for the errors which remain.

can be found in certain *philosophical* writings, e.g. in Ficino's *Liber de vita*.[2]

The general Neo-Platonism of Ficino's circle is no more relevant. Its interest in Hermes Trismegistos and in the *Prisca theologia* is shared by a few mathematical writers (among them Lefèvre d'Étaples and Foix de Candale, cf. below), but it remained peripheral, being usually combined with kabala and numerology and not with genuine mathematics.

Mathematicians could also be considered Platonists if they were or believed themselves to be inspired by a particular part of the Platonic corpus, either to do mathematics at all or in the choice of a particular approach to the subject. The latter possibility can be excluded immediately: no part of the corpus is precise enough in its description of mathematics to convey a mathematically specific message to a generation which had understood its Euclid. The former possibility is open in principle but closed *de facto*. Admittedly, many writers refer to Platonic passages in order to legitimate the pursuit of mathematics. But Plato is never alone in the works which I have looked at, and never of outstanding importance.

Neither in the former (strong) nor in the latter (diluted) sense is it thus possible to verify the claim that Renaissance mathematics was Platonist. Why then is the claim so persistent?

The real intention of the claim seems to be a contrast. Thirteenth to fourteenth century mathematics may not always have been Aristotelian in the strong sense;[3] but in the diluted sense it was – *vide*, e.g., the recurrent lip- service offered to the four Aristotelian Causes in the most unlikely connections. To claim that Renaissance mathematics was Platonist should read as a claim that mathematics was *no longer (diluted) Aristotelian*.

The reason to identify non-Aristotelianism with Platonism is not exclusively endorsement of the dichotomizing *topos* knowing but these

[2] «It would be useful, too, to look at a sphere with its motions, as Archimedes once did, and which recently a certain Florentine by the name of Lorenzo has made. Not just to look at it, but to reflect on it in the soul» (trans. Boer 1980; 153) – one of the two passages where a mathematician different from Pythagoras and Ptolemy is mentioned (the other regard Archytas' automata).

[3] As demonstrated in my (1987; 17-31), thirteenth century mathematics was mostly *not*, even though certain philosophical writings *about* mathematics were.

two directions in philosophy (even though this fallacy certainly plays a role). To see what more there is to the claim for Platonist Renaissance mathematics we may look at the material presented by A. C. Crombie in an article (1977) on sixteenth century «Mathematics and Platonism ...». Renazzi's early nineteenth century history of the University of Rome is quoted for the claim that a number of Roman sixteenth century mathematicians were Platonists; most vivid is the statement that Giambattista Raimondi (c. 1536-1614) «led the way through his lectures in toppling Aristotle from the philosophical throne and replacing him by Plato» (trans. CROMBIE 1977; 63). In the corresponding note, on the other hand, a work by Girolamo Lunadoro from 1635 is quoted for the information that Raimondi had «beautiful thoughts about the doctrine of Plato, and that of Aristotle, as he was very well versed in both of these authors».[4] Quotations from the writings of Clavius (1537-1612) and Possevino (1533/34-1611) carry the same message. In his discussion of «The Way in Which the Mathematical Disciplines Could be Promoted in the Schools of the [Jesuit] Society» Clavius refers to «the infinite examples in Aristotle, Plato and their more celebrated commentators, which can by no means be understood without a moderate understanding of the mathematical sciences», whence «teachers in philosophy should be skilled in mathematical disciplines, at least moderately» (trans. CROMBIE 1977; 65 f); in the Jesuit *Ratio studiorum* from 1586, strongly influenced by Clavius, mathematics is told to assist the *Analytics* by providing «examples of solid demonstrations», and to be useful for metaphysics by telling «the number of spheres and intelligences» (trans. CROMBIE 1977; 66) – and for poets, for historians, for politicians, for physics, for theologians, for law and ecclesiastical custom, and for the state, all for various more or less plausible reasons: Possevino, finally, in the chapter on mathematics (which Clavius had co-authored) of his encyclopedic *Bibliotheca selecta* from 1587-91, cites Plato's *Timaeus* and Aristotle's *Physics* as «very great proof of how much light mathematics itself sheds on philosophy» (trans. CROMBIE 1977; 70).

«Platonism» is thus not unspecific «non-Aristotelianism»; it reduces to that contrast to strict (Averroist and similar) Aristotelianism which

[4] «... belli pensieri circa la doctrina di Platone, e di Aristotele, per essere versatissimo, in ambi due questi autori» – CROMBIE 1977; 78 n. 6.

regarded Plato and Aristotle as nothing but reconciliable exponents of *Ancient Wisdom*. In this sense, of course, many Renaissance mathematicians were just as much Platonists as the majority of Renaissance thinkers in general. But this is a «Platonism» where the specific character of Plato's own philosophy had largely disappeared; its chief argument for the philosophical importance of mathematics, moreover, is the necessity of fundamental mathematical knowledge for anybody who wants to enter the world of philosophical authors (no wonder that the favourite quotation from Plato on mathematics is the legendary «Let nobody unskilled in geometry enter»). In practice, mathematics is thus a *first philosophy* common to Plato, Aristotle, Ciceronian Stoicism, etc., and its necessity not to be derived from a particular system.[5]

It seems to be a legitimate conclusion that the «Platonism» of Renaissance mathematicians is nothing but a red herring diverting the hounds from the track. It has little to do with any serious philosophical Platonism (not even the specific Platonisms of the Renaissance); it was only one ingredient in a more general reverence for Ancient wisdom *in toto*; and it only influenced the way mathematics was done quite superficially, namely by legitimating the mathematical entreprise as a whole.

But where then should we look for the fox?

II) Renascent mathematics

Not all mathematical activity of the Renaissance era was involved in renewal and in break with the Medieval past. As already mentioned, much fifteenth century university mathematics and much of what went on in the vicinity of the abacus school would only blur the picture if we look for the characteristics of «renascent mathematics». Only by concentrating on the latter current (in so far as it is permissible to speak about *one* current) will we be able to distinguish its particular traits.

Renascent mathematics is mathematics conscious of its own re-

[5] This role as a philosophical *sine qua non* is different from and much more ambitious than that of being a preliminary preparation of the mind, i.e., from the role ascribed to mathematics by Plato.

juvenating role, and thus mathematics somehow connected with the Humanist movement. An appropriate first example will therefore be Leon Battista Alberti (1404-1472), who not only a mathematician but also a major Humanist.

One of his mathematical works is the *Ludi rerum mathematicarum* (ed. GRAYSON 1973; 131-173), a recreational opusculе mainly on practical geometry and dedicated «all'umanità e facilità» of the princely recipient. It thus unites civic utility with noble leisure; or, to be more precise, presents dilettante interest in a subject of public utility as a noble way to fill out leisure – in full harmony with the tendency of fifteenth century Italian Humanism.

Aristotle is not mentioned in the work, and neither is Plato nor Euclid.[6] Only Archimedes, «uomo suttilissimo», turns up (p. 172), *viz*, because of his exposure of the fraud committed by Hieron's goldsmith.

In the dedicatory letter of the Italian version of the *De pictura*. Alberti tells more about his conception of the mathematical sciences: They are among those «elevated and divine arts and sciences» which had flourished in Antiquity but now were «missing and almost completely lost»; painting, sculpture, architecture, music, geometry, rhetorics, augury and similar noble and wonderful undertakings.[7]

Not doubt, then, that for Alberti the resurrection of mathematics was in itself a legitimate resurrection of Ancient splendour. He did

[6] None of them, in fact, are mentioned anywere in the mathematical works – except for the claim in *De pictura* II, 27 (ed. GRAYSON 1973; 48) that Plato, together with Socrates and others, «furono in pittura conosciuti». The absence of Euclid is all the more remarkable since one of Alberti's mathematical works is the *Elementa picturae*, of obvious Euclidean inspiration.

The *De re aedificatoria* (ed., trans. THEUER 1912) contains 19 references to Aristotle and 24 to Plato. In so far as these are not purely anecdotic, however, they refer to Plato the city-planner and the social planner, and to Aristotle the natural historian or the city-planner. None of them stand out as authorities, both are authors with whom one may agree or – if needed – disagree.

Archimedes is mentioned only a few times in the latter work: Three times in connection with the movement of very large weights, and once as a representative of that sophistication in the treatment of angles and lines to which the architect should *not* aspire (THEUER 1912, 519).

[7] «Io solea maravigliarmi insieme e dolermi che tante ottime e divine arti e scienze, quali per loro opere e per le istorie veggiamo copiose erano in que' vertuosissimi passati antiqui, ora così siano mancate e quasi in tutto perdute: pittori, scultori, architetti, musici, ieometri, rhetorici, auguri e simili nobilissimi e maravigliosi intelletti oggi si truovano rarissimi e poco da lodarli» – ed. GRAYSON 1973; 7.

not need, and made no appeal to, any philosophical legitimation for his efforts.

Another architect-mathematician of somewhat later date is Luca Pacioli (c. 1445-1517). He was more loquacious than most mathematicians, and his *De divina proportione* (written 1496-97, published 1509; ed., tr. WINTERBERG 1896) contains an introduction to his view of mathematics extending over several chapters. The relation of the subject to philosophy is made clear by the claim that his work is necessary to «everybody wanting to study philosophy, perspective, painting, sculpture, architecture, music, and other most pleasant, subtle and admirable doctrines», and no less by the statement that

> the mathematical sciences of which I speak are the fundament for and the ladder by which one arrives at knowledge of any science, because they posses the first degree of certitude, as the philosopher says when claiming that «the mathematical sciences are in the first degree of certitude, and the natural sciences follow next to them». As stated, the mathematical sciences and disciplines are in the first degree of certitude, and all the natural sciences follow from them. And without knowing the mathematical sciences it is impossible to understand any other well. In *Solomon's Wisdom* it is also written that «everything consists in number, weight and measure», that is, everything which is found in the inferior or the superior universe is by this necessity submitted to number, weight and measure. And Aurelius Augustine says in *De civitate Dei* that the supreme artisan should be supremely praised because «in them he made exist that which was not».[8]

For Luca, then, mathematics is as much real *first philosophy* as it was to be for Clavius and his associates; to drive home the point he even enlists Aristotle, twisting his «being secondary to mathematics in exactness» to mean «follow by logical derivation from mathematics».

[8] «Conciosia che dicte mathematici sienno fondamento e scala de peruenire a la notitia de ciascun altra scientia per esser loro nel primo grado de la certeza affermandolo el philosopho cosi dicendo. Mathematice enim scientie sunt in primo gradu certitudinis et naturales sequuntur eas. Sonno commo edicto le scientie e mathematici discipline nel primo grado de la certezza e loro sequitano tutte le naturali. E senza lor notitia fia impossibile alcunaltra bene intendere e nella sapientia ancora e scripto, quod omnia consistunt in numero pondere et mensura cioe che tutto cio che per lo vniuerso inferiore e superiore si squaterna quello de necessita al numero peso e mensura fia soctoposto. E in queste tre cose Aurelio Augustino in de ciuitate dei dice el summo opefici summamente esser laudato perche in quelle fecit stare ea que non erant» (ed. WINTERBERG 1896; 36). The claim of the necessity for «ciascun studioso di Philosophia, Perspectiua, Pictura, Sculptura, Architectura, Musica e altre Mathematiche suauissima sottile e admirabile doctrina» is taken from the title page, p. 18.

But mathematics is more than that, and in the following passage Luca describes the utility of mathematics in warfare – no doubt more interesting to Ludovico Sforza of Milano, for whom the work is written. Here Archimedes is brought into the argument, «el nobile ingegnoso geometra e dignissimo architetto» and «gran geometra». He is the man who provides the connection between mathematics and its civic uses through his legendary defence of Syracuse, which also corresponds to

> the dailly experience of your Ducal Highness [...] that the defence of large and small republics, called by another name the military art, is impossible unless the knowledge of Geometry, Arithmetic and Proportion can be applied eminently and with honour and utility.[9]

Alberti and Luca represent the level of distinguished but not eminent fifteenth century Humanist mathematics. A representative of the truly eminent level (and probably the most eminent of all) is Regiomontanus (1436-1476), whose opinions on mathematics are perhaps expounded most clearly in a lecture «explaining briefly the mathematical sciences and their utility», held in Padua in 1463/1464 (printed by Schöner in 1537, facsimile in SCHMEIDLER 1972). Following upon a general introduction comes a history of the subject, in which it is said, after the presentation of Euclid and his Medieval translators, that this «father of all geometers» was

> followed by Archimedes citizen of Syracuse, and by Apollonios Pergaeos, customarily called the Divine because of the height of his genius, of whom it is not easy to say whether one is to be preferred to the other. While namely Apollonios described the elements of conics in eight books, which have never been put into Latin, the first rank appears to be given to Archimedes the Sicilian by the variety of publications, which under Pope Nicholas V were rendered in Latin by a certain Jacobus of Cremona; he composed two books on the Sphere and the Cylinder, two on Conoids and Sphaeroids, and as many on Equilibrium; he also wrote about Spiral Lines, where he undertakes to designate a straight line equal to the circumference of the circle, thus permitting the squaring of the circle, which on their part several very

[9] «... per quotidiana experientia a Vostra Ducal celsitudine non e ascosto, [...] che la deffensione de le grandi e piccole repubbliche per altro nome arte militare apellata non e possibili senza la notitia de Geometria Arithmetica e Proportione egregiamente poterse con honore e vtile exercitare» (ed. WINTERBERG 1896; 37).

> ancient philosophers had sought for but nobody had found out until the time of Aristotle, and for the glory of which several most distinguished men of our own age stand ready [apparently a hint to Nicholas of Cusa]. From Archimedes we have, moreover, the Measurement of the Circle, the Quadrature of the Parabola, and the Sandreckoner. Some would claim that he has written a work on Mechanics, where he collects select devices for various uses, on Weights, on Aqueducts, and several others which until it has not been possible to see.[10]

Later in the lecture Regiomontanus comes to the relations of mathematics to philosophy. Once again mathematics comes in as practical first philosophy while being itself above the judgment of philosophies. As with Luca, mathematics possesses, «the first degree of certitude», and nobody will understand Aristotle who does not know the liberal arts of the quadrivium, neither *De caelo* or *Meteora*, nor *Physica* or *Metaphysica.* Philosophy is split nowadays into warring schools, and victory comes from mastery of sophisms. On *mathematics*, on the other hand, nobody but the insane would dare say something similar, and

> neither time nor human customs can detract the least from its validity, Euclid's theorems have the same certitude today as a thousand years ago, Archimedes' discoveries will inspire no less admiration in the men to come after a thousand generations than pleasure in us when we read about them.[11]

[10] «Haec de patre omnium Geometrarum Euclide, cui succedunt Archimedes Siracusanus ciuis, et Apollonius Pergaeus ob ingenij altitudinem diuinus uocari solitus, quorum uter alteri praeferendus sit, non facile dixero. Nam etsi Apollonius elementa conica in octo libris, quos nondum uidit latinitas, subtilissime conscripserit, Archimedi tamen Siculo uarietas rerum editarum principatum contulisse uidetur, quem sub Nicolao quinto Pontifice Iacobus quidam Cremonensis Latinum ex Graeco reddidit, duos de sphaera, et chylindro libros composuit, de Conoidalibus et Sphaeroidalibus duos, totidem de aequeponderantibus, scripsit item de lineis spiralibus, ubi circumferentiae circuli aequalem rectam designare conatur, quatenus circulum quadrare liceat, quod quidem plerisque uetustissimis philosophis quaesitum est, ad tempora usque Aristotelis autem à nemine compertum, cuius rei gloriam nonnulli nostra tempestate uiri clarissimi praestolantur. Archimede insuper mensurationem circuli accepimus, quadraturam, parabolae et arenae numerum. Sunt qui scripsisse eum asserant Moechanicam, ubi electissima ad uarios usus colligit ingenia, de ponderibus, de aqueductibus, et caeteris quae usquehac uidere non licuit» (ed. SCHMEIDLER 1972; 45; not fully literal translation).

[11] «Quod de nostris disciplinis nemo nisi insanus praedicare ausit, quandoquidem neque aetas neque hominum mores sibi quicquam detrahere possunt: Theoremata Euclidis eandem hodie quam ante mille annos habent certitudinem. Inuenta Archimedis post mille secula hominibus non minorem inducent admirationem, quam legentibus nobis iucunditatem» (ed. SCHMEIDLER 1972; 51).

It is therefore a triumph of the present day that so many theologians and other eminent men, from Bessarion and Nicholas de Cusa to Alberti, are interested in the subject.

In spite of all differences of level and orientation, Alberti, Luca Pacioli and Regiomontanus thus agree on several important point. Firstly, mathematics does not derive its justification from any particular philosophy; but part of its justification comes from its *utility for philosophy in general.* Apart from that, its civic utility and its root in Antiquity makes it a sublime subject.

One figure is mentioned by all of them as a token: Archimedes. To Alberti and Luca he is first of all a magnificent engineer and architect, to be extolled for his service to his king and for his ingenious mathematical machines. Regiomontanus, the most illustrious mathematician of the century, praises him as a theoretical mathematician and dismisses his engineering feats as undocumented in extant works (and, less directly expressed, as less interesting than his mathematical achievements).[12]

As amply demonstrated by the first volumes of Marshall CLAGETT's *Archimedes in the Middle Ages*, Regiomontanus and his contemporaries were not the first Western mathematicians after the Classical era to acknowledge the importance and eminence of Archimedes' mathematics. But his scholastic admirers were not interested in the historical person, and did not endow him with the status of a symbol. That idea seems to have come from the biographical interest of the Roman epoch and its revival in early Humanism. Already in Antiquity the subtlety of Archimedes had become proverbial (see SIMMS 1989). Basing himself on Cicero, Livy, Firmicus Maternus and other Latin authors, Petrarch (1304-1374) had written several biographical notices on Archimedes (quoted in CLAGETT 1978; 1336-1340). They describe how Archimedes' absorption in geometrical thought caused his death;

[12] Even Regiomontanus, it is true, is more interested in his *results* than in his ingenious and sophisticated *methods*. As expressed by Clagett (1978; 383) it «is regrettable that Regiomontanus did not live long enough to exploit his very promising beginning in the study of Archimedes. If he had lived, possessing as he did the techniques and abilities in language and mathematics, he might have been able to anticipate the mastery of the Archimedean corpus first achieved in the sixteenth century by Maurolico and Commandino. As it was, by the time of his death, Regiomontanus had not developed any interest in the higher geometrical problems susceptible to the method of exhaustion» – and given his primary interest in astronomy and the mathematics of astronomy it is perhaps to be doubted whether a longer life would have changed the focus of his mathematical interest.

the wonderful machines he made for the defence of his city; and his mechanical model of the heavenly system. Further, they speak about his interest in the heavens and his preeminence as an astrologer (claimed by Firmicus Maternus); and do not mention a single mathematical work, not even that *Measurement of the Circle* which had gone into the biographic notices written by Vincent of Beauvais and other scholastic authors.

The reason that Humanist mathematicians might adopt Archimedes as the supreme representative of their art was thus that Humanist culture was from its beginnings aware of his importance though not of its foundation. An initial reason that neither Euclid nor Apollonios could be adopted in a similar way may be the lack of adequate biographical substance and thus their absence from the Humanists' picture of Antiquity (later on, of course, the respective levels of Euclid and Archimedes would ensure that Euclid could not take over the role as the paragon of mathematics).

The general status of Archimedes even outside the mathematical environment is illustrated by the pet name given by the citizens of early fifteenth century Siena to their foremost engineer Mariano Taccola (1382 to c. 1453). If he was called «the Archimedes of Siena» (PRAGER and SCAGLIA 1972; 17 and *passim*) it was certainly not because of mathematical proficiency – he was no mathematician and never mentions neither Archimedes nor Euclid in his writings (*ibid.*, 156). But he was a skillful designer of military and other engines and a fine artist, which was sufficient to justify the illustrious title.

In spite of the preponderant interpretation of Archimedes as a supreme engineer the veneration of his name also affected the development of fifteenth- century mathematics proper. If Archimedes was the great geometer of Antiquity and his works were still extant, it would, firstly, be important to possess a Latin translation unpolluted by the stylistic errors of Scholasticism.[13] Secondly, it would be important for those who took up work in his field (or who wanted an all-encompassing familiarity with Ancient culture) to know him. Though mathematically incompetent in its beginning, Humanist Archimedism was thus a spur to translations and manuscript collection,

[13] «... even if [Petrarch's] Archimedes is a long way from the rigorous and certain geometer extolled by later mathematicians, nevertheless the humanistic Archimedes is one foundation of the Archimedean tradition of the Renaissance», as formulated by P. L. ROSE (1975; 9).

concerned not only with Archimedes himself but (by way of the general justification of mathematics which it implied) also of other Ancient mathematicians. Finally, it was an incentive for working mathematicians to take up as much of Archimedes as they were able to – who knows whether Regiomontanus the astronomer would have set himself the task[14] of publishing Archimedes and Apollonios if he had not been influenced by Bessarion's circle? Helmuth GRÖẞING (1980; 74 f), at least, suggests that this encounter changed both his mathematical and his stylistic ideal; indeed, the contrast between his actual mathematical interests and his enthusiasm for Archimedes suggests that the latter was imposed by more general ideals.

III) THE MATURE ITALIAN RENAISSANCE

I shall not go into the details of these processes of translation manuscript collection etc., which have been expounded by ROSE (1975; 26-56, *passim*: 1973). Instead, I shall look at the way Archimedes is seen by some of the mathematicians and the mathematical *dilettanti* of the sixteenth century. First, however, I shall point to a change undergone by the *topos* «the Archimedes of ...» during the Renaissance period and its immediate sequel. In the earlier fifteenth century, we remember, it had been used of (and, in pride, by) a skillful but mathematically rather uniformed engineer. In the later sixteenth century it was used by Jean Bodin of François Foix de Candale because of his contributions to pure geometry.[15] Galileo, finally, used it twice in the *Discorsi*[16] of Luca Valerio, author of a work on centres of gravity based on the Archimedean finitist method of limits.[17]

The changing use of the *topos* illustrates the gradual shift undergone by the Archimedist idea during the late Renaissance, which will

[14] Never fulfilled, one will remember, because of Regiomontanus' early and sudden death. But his publishing plans can be consulted in a circular printed in facsimile by SCHMEIDLER (1972; 533).

[15] «Le grand Archimède de nostre age» – quoted from WESTMAN 1977; 42.

[16] «Sig. Luca Valerio, nuovo Archimede dell'età nostra», and «Luca Valerio, altro Archimede secondo dell'età nostra» – ed. FAVARO 1890; VIII, 76 and 184.

[17] See STROMHOLM, *Valerio*.

be more clearly visible if we take a closer look at the attitude to Archimedes as expressed by some significant mathematical authors. For this purpose, Cardano will provide us with an adequate starting point. His was a profuse mind, and we shall not wonder that he does not list Archimedes alone. Yet Archimedes receives special treatment. One work of interest is the brief *Encomium geometriae* which was read in the Academia Palatina in Milano in 1535.[18] It makes use of the «catalogue of geometers» from Proclos' commentary on *Elements* I «which has just been printed together with the Greek Euclid» (namely by GRYNAEUS in 1533), but inserts explanations and commentaries.[19] Basing himself on Plato's *Phaedo* (where the philosopher Euclid from Megara is mentioned) he inserts Euclid as Plato's contemporary, which gives him occasion to bring in the whole progression of commentators and translators, from Theon, Proclos, Pappos, Marinos and Hypsicles to Campanus and Bartolomeo Zamberti. To Proclos' list he further adds Aristarch, Porus (probably Sporos, as Richard Lorch has pointed out to me), Nicomedes and Menelaos.

> all of them Greeks, and writing in Greek, whose writings will have been lost, but testimony of whom by others is alive. But they are, indeed, all defeated by Archimedes of Syracuse, almost all of whose findings we possess. A man of the highest genius, and who will have shown the circumference of the circle pretty closely, and taught by solid geometry how to interpose two lines between two others in continuous proportion. But that has been lost.[20]

In the *De subtilitate*[21] from 1550, book XVI («De scientiis») contains a list of the ten foremost authors.

> of whom Archimedes is the first, not only because of his works which have

[18] CARDANO 1663; IV, 440-445. The quotations are taken from p. 443.

[19] One of these should be noted as an apropos to mathematical Platonism, *viz*, that Cardano finds it appropriate to supplement Proclos' praise of Plato the mathematician by the information that Plato did not follow up his sympathy for mathematics with actual work on the subject.

[20] «... omnes Graeci, Graecéque scripserunt, sed quorum tamen monumenta interierint, aliorumque tantum testimonium viuant. Verùm omnes hos vincit Archimedes Syracusius, cuius fermè omnia inuenta habemus: vir summo ingenio, et qui circuli periferiam proximius ostenderit, et solida demonstratione duabus lineis duas interponere continua proportione docuerit: sed hoc periit».

[21] In CARDANO 1663; III, 352-672. Quotations from p. 607 f.

now been published [by Tartaglia in 1543] but also because of his mechanics which, as Plutarch relates. shattered the Roman troops time and again ...[22]

Archimedes is then followed by Aristotle; Euclid; John [Duns] Scotus; John (sic!) Swineshead the author of the *Liber calculationum*; Apollonios «almost from the same epoch as Archimedes»;[23] Archytas; Muḥammed ibn Musa [al-Khwārizmī], and Jābir [ibn Aflaḥ] of Spain. Number 11 as to subtlety is Galen – and as number 12 comes Vitruvius «who could have been counted among the first if only he had described his own findings and not those of others». As a commentary to the list it is explained that each is excellent in his own way, Aristotle in genius («ingenio»). Archimedes in genius and imagination («imaginatione»), Swineshead in imagination, etc.

Cardano was a tolerant eclectic to whom «every truth is divine»[24] – yet in view of his own very un-Archimedean approach to mathematics (not to speak of his philosophical and scientific orientation in general and his recent clash with Tartaglia the publisher of Moerbeke's Archimedean translations) it is striking that Archimedes comes in first, both *within* geometry and in a discussion of the sciences in general (in a list dominated by mathematicians, it is true, but where Cardano's own arithmetical and algebraic interests are given as modest a standing as Galenic medicine). Cardano's Archimedes, even more clearly than Regiomontanus', was clearly not a figure moulded freely to fit and justify Cardano's own doings but an archetype representing a general idea of the nature and role of mathematics.

That those who translated Archimedes (Commandino) or purported to have translated him (Tartaglia) had a high opinion of him is hardly astonishing, and proves less than the very fact that they undertook to translate and/or to publish, and I shall discuss neither in detail. Yet before we leave sixteenth century Italy it will be appropriate to look at Baldi's 201 *Vite di matematici*. The most extensive of these is the *Life of Pythagoras*[25] (64 pages in the autograph), which however leads off with a series of excuses for including Pythagoras

[22] «Archimedes primus sit, non solum ob monumenta illius nunc vulgata, sed mechanica, quibus vt Plutarchus auctor est, vires Romanorum saepius fregit ...».

[23] «Sextus locus Apollonio Pergeo debetur, qui fermè aetate aequalis fuit Archimedi».

[24] «Omnis enim veritas diuina est» – *De subtilitate*, p. 607.

[25] Ed. NARDUCCI 1887.

(since Thales was included, who inaugurated philosophy in Greece, the *princeps* of Italian philosophy should be included too; etc.). Obviously, the length of the biography does not reflect Pythagoras' status as a mathematician in the opinion of Baldi's «model reader». Second in length is the biography of Archimedes, with 51 pages in the autograph (more than the double of any other). It begins in a totally different vein:

> In all domains there have been some who, having arrived at the peak of excellence, have demonstrated how far the human intellect could advance in that direction. Without doubt Archimedes was such a man in mathematics, since the first place is due for good reaons to him. That I shall write about him therefore distresses me for several reasons. Namely that my talent is not proportionate to the topic; that the high age of the subject does not allow me to know everything concerning him and worth telling; furthermore the lack of books, and the place where I sojourn, far not only from the famous libraries but from the most tiny ones,[26]

after which he discusses all aspects of Archimedes' life and accomplishment which a critical mind could read about in a famous library, including that which is found is Archimedes' own works, that which is told by other mathematicians, and those anecdotes about his engineering triumphs which are told by Plutarch and similar writers. In the final paragraph it is concluded that

> Archimedes has been the Prince of mathematicians; whence Commandino said with good reason that the one who has not studied Archimedes' works with diligence can hardly call himself a mathematician.[27]

These lines were written August 25, 1595, some 250 years after Petrarch and a few contemporaries had instituted Humanist Ar-

[26] «In tutte le facoltà ui sono stati alcuni, che, ariuati al colmo dell'eccellenza, hanno mostrato quanto in quella possa auanzarsi l'intelletto humano. Tale senza alcun dubbio fù Archimede fra' Matematici, poiché ad esso ragioneuolmente si conuiene il primo luogo; onde, douendo scriuere de lui, mi dolerò di più cose, cioè dell'ingegno non proportionato a' meriti del suggetto, dell'antichità, che non me lascia giungere alla cognitione di tutte le sue cose degne d'historia, e l'altra la penuria dei libri, e il luogo oue mi trouo, non solo lontano dalle librarie famose, ma'anco dalle minime» (ed. NARDUCCI 1886; 388).

[27] «È stato Archimede il principe de' matematici: onde con molta ragione diceua il Commandino, a pena potersi chiamare matematico chi con diligenza non haueva studiato l'opere d'Archimede» (ed. NARDUCCI 1886; 453).

chimedism in Italy. They, and Baldi's biography in general, demonstrate to what extent Humanist scholarship on Ancient mathematics and mathematical work on Archimedean foundations had grown together while fecundating each other – in Italy.

IV) Northern Humanism

– in Italy – but what had happened elsewhere?

The first observation to make in order to answer this question is that the Humanist movement itself was originally an Italian movement. Petrarch's contemporaries in Paris and Oxford were precisely those producers of *sophismata* and *calculationes* who were covered with scorn by fifteenth and sixteenth century literary Humanists. There were also those like Jean de Murs, who could be recognized as a good mathematician by Regiomontanus and who anticipated the Renaissance integration of theoretical and practical knowledge as well as the civic utilitarianism of the following century but who no more than Italian mathematicians of the fourteenth century belongs to the Renaissance movement proper.

Then, from the mid-fifteenth century onward there is a definite revival of mathematical interest in the Provençal-French area somehow related to Italian abacus school mathematics and culminating with Chuquet's works.[28] As far as I know the surviving writings (primarily Chuquet's works), however, the movement partakes no more in the Archimedist current (or in the assimilation of Greek mathematical writings) than does its Italian counterpart before Luca Pacioli. The best-selling *Margarita Philosophica*, written by Gregor Reisch in 1496 and printed time and again in French and German territories between 1504 and 1517 (facsimile from Reisch's 1517 edition in GELDSETZER 1973), is equally irrelevant to both the new tendencies in mathematics (in several respects Reisch manages to get below the level of Isidore of Seville's *Etymologies*!); to Humanism (if any characterization can be given to its messy philosophical eclecticism it is *diluted Medieval Aristotelianism*); and to Archimedism (Archimedes is a non-person).[29]

[28] A discussion of the whole wave, from the mid-fifteenth century beginning to its disappearance with Estienne de la Roche in the 1520es, is in van EGMOND 1988.

With a few exceptions (Lefèvre d'Étaples and Melanchton being the most important – exceptions to whom I shall return) Northern Humanists excluded Ancient mathematics and technology from their field of interest until c. 1550. Mathematics, it is true, or at least the science of numbers, was not unknown to them. Reuchlin's and Agrippa's mathematical interest, however, were kabalistic and magical. Even in connections where an Italian Humanist would normally have referred to Archimedes (*viz*, in connection with combined mirrors, automata and similar astonishing technologies) Agrippa's *De occulta philosophia* (1553; lxxxix-ci) leaves him unmentioned. Thomas More refers to the excellency of the Utopians in «musica [...] ac numerandi et metiendi scientia» (ed. SURTZ & HEXTER 1965; 158) but omits both Euclid and Archimedes from his list of important Greek books (pp. 180-182) in a way which stuns his commentators (p. 435) but which is in fact characteristic: More was a good Renaissance utilitarian, as documented in many ways in his *Utopia*, and he recognized the importance of basic mathematics («counting and measuring ...»). But since mathematics was not part of his picture of *Ancient* culture his mathematics remained at this utterly elementary level. In this respects he did not differ from his friend Erasmus nor from most other Northern Humanists.[30]

The first exception of some importance was Jacques Lefèvre d'Étaples (c. 1455-1536). He was a sincere Neo-Platonist and had been to Italy; there he had been in touch with Ficino, Ermolao Barbaro and Pico della Mirandola, and he was inspired by his knowledge of Italian philosophy to elevate the mathematical level of French learning.[31] Lefèvre undertook a number of mathematical publications, among which were two editions of Jordanus' *Arithmetica* (1494 and

[29] There is no reason to substantiate these claims in this place. I can refer to my (1987; 60-63).

[30] Erasmus, it is true, knew that «references to music, geometry, arithmetic, astronomy, medicine, and, and if you like to add it, magic too, occur not infrequently in poetry»; this, on the other hand, is his only reason to argue for some teaching of «arithmetic, music, and astronomy». Still, these subjects «need only be sampled», i.e., be treated on the level of Isidore of Sevilla (*De recta pronuntiatione*, tran. M. POPE, in E. K. SOWARDS (ed.) 1985; 371, 387).

[31] Lefèvre d'Étaples is thus also an exception to the rule that Ficinian Neo-Platonism was not conductive to mathematical activity.

1514), yet precisely this acme shows the «Medievally solid» character of the venture – the most modern piece being perhaps the least solid, *viz* Charles Bouvelles squaring of the circle etc. (1503). The paragon of French mathematical publishing around 1500 had learned of the importance of mathematics through his acquaintance with Italian Humanism; but his idea of mathematics (or the idea which could be expected to gain acceptance in Paris) was traditional, far from any Renascence of Ancient mathematical writings or style. Far, indeed, from anything reminding of Archimedism.

The other main exception is Luther's follower Melanchton (1497-1560). While Lefèvre had written at least an introduction to Boethius' *Arithmetic* and a few similar things, Melanchton was no mathematical author at all. But he lent his name and fame to many a mathematical book as a writer of prefaces. One of these (written 1537) is found in the Basel edition of Campanus' and Zamberti's translations of the *Elements* (*Euclidis megarensis* ... 1546, fol. +2-+4). Here Melanchton shows that he is very well versed in what Plato and Aristotle write about mathematics - but especially in their opinions on the moral implications of mathematics (the central point being the identification of Justice with geometrical proportionality). These moral teachings are *Alpha* as well as *Omega* to Melanchton. In a curious way, mathematics is *first moral philosophy*. But this role is, of course, totally alien to all those ideas which could be attached to the figure of Archimedes: The wondrous technician, the master of civil utility, the Prince of pure geometry. Melanchton, toghether with Lefèvre, represented a new strain in Northern Humanism, *viz*, the opening up of Humanist thought to mathematics. But because Northern Humanism had another perspective on Ancient thought and culture (and, we might say, a more narrow, literary and moralizing perspective – «Northern Antiquity» was dug out from libraries and written on parchment, while «Italian Antiquity» was full-bodied and everywhere present though in ruins) its way toward this opening to mathematics was different from that of Italian Humanism. *Archimedism* was beyond its horizon, the best it could aim at for the moment was *Euclideanism*.

Eventually, however, Archimedism did penetrate Northern Humanism. In contrast to the development in Italy, where glorification had preceded understanding of the mathematical works, Northern Humanism only assigned paradigmatic status to Archimedes when it had grasped at least vaguely what he stood for *in mathematics*.

The beginning was made in France. In the generation after Lefèvre, the paramount French mathematician was Oronce Fine (1494-1555), who was certainly not of a mathematical stature to grasp however vaguely. In those of his works which I have looked at there is, correspondingly, no real trace of Archimedism,[32] nor is any hint in this direction to be found in his vast bibliography (HILLARD & POULLE 1971; R. P. ROSS 1974).

Even Fine's student Petrus Ramus (1515-1572), of course, was no mathematical genius. But it was Ramus who, in this the first of Northern Humanists, knew both classical literature and mathematics well enough to inaugurate the era of French Archimedism – not least, perhaps, because he was also enough of an ideologue to disregard disturbing facts.

All this is clearly borne out by the *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta* (1569). Book I (pp. 1-40) deals with «the first inventors and authors of mathematics» (p. 41), from Adam to Theon and Proclos. Already the table of contents (p. 83) is striking: no other author is dealt with on more than two consecutive pages; Archimedes occupies seven (pp. 26-33). A look at the text shows, firstly, that Ramus was just as erudite as Baldi, though certainly less modest; secondly that Ramus impressed his own utilitarianism on the material, censuring Plato and Euclid because of their unmistakable alignment of mathematics with philosophy or pure knowledge and weighing the evidence on Archimedes according to its agreement with his own predilections; thirdly, that Archimedes was, to Ramus no less than to Baldi, the Prince of mathematicians. The account begins with almost the same *topos*:

> God had decided that there should be in each art something like a unique idea which everybody studying the discipline would propose to himself as a model – as in eloquence, Demosthenes and Cicero, and in medicine Hippocrates and Galen – thus Archimedes in mathematics.[33]

[32] In his *Protomathesis* (1532) a reference to Archimedes *will* be found, and even an Archimedean proof: fol 85*v* to 89*r* contain an Archimedean proof that the ratio between the circular periphery and the diameter lies between $3\,{}^{10}/_{71}$ and $3\,{}^{1}/_{7}$, and tells that the proof was found by Archimedes «according to common assumption» («iuxta vulgatum»). Alas, this correct proof (yet very Medieval approach) is followed by an «exact» construction of Fine's own making (fols. 89*r* to 91*v*).

[33] «Voluit deus in omnibus artibus aliquam velut ideam singularem esse, quam omnes ejus disciplinae studiosi ad imitandum sibi proponerent: ut in eloquentia, Demosthenem et Ciceronem: in medicina Hippocratem et Galenum: sic in mathematicis Archimedem» (RAMUS 1569; 26).

Ramus then tells about Archimedes' excellence in all mathematical disciplines, which is sufficient to outweigh the «obscurity of his method and whole way to present the matter», and which even makes Ramus accept his infinitesimal investigations (otherwise hardly an interest in agreement with Ramus' utilitarian canon) (p. 26). On the testimony of Plutarch it is admitted that Archimedes may have been imbued with the «error of Plato», but from other biographical anecdotes it is argued that he must at least have been much less so than Euclid (p. 28) – and most of the treatment from then on deals Archimedes' technical feats and the sources ascribing technical writings to the great man, interrupted (p. 30) by another statement that Plato's «blind ambition» not only spoiled the applicability of geometry but virtually the science itself, causing the subsequent 1500 years to bring nothing new to geometry.

In the final page of his history of Ancient mathematics Ramus concludes that

> If the composition and arrangement of mathematical teaching be looked for, Hippocrates, Leon, Theudios, Hermotimos, Euclid and Theon will carry off the first fruits of praise as authors of *Elements*: if the nobility and breadth of mathematical leisurely studies be assessed, Pythagoras, Plato and Aristotle will deserve authority in mathematics. But if not only the scholastic truth and proofs from books but also its public use and its utility be appraised, which indeed is the most valuable, Archytas, Eudoxos, Eratosthenes, but, greatest and towering over everybody, Archimedes alone is to be elevated to the skies.[34]

More lavish praise could hardly be imagined; formulated by an author whose natural bent was toward the engineer but whose competence was sufficient to see the real greatness of Archimedes in geometry it shows that not only veneration for Archimedes but fully-fledged *Archimedism* had now entered French mathematics – namely the acceptance of Archimedes as «an archetype representing

[34] «Nam si mathematicae institutionis compositio et conformatio spectetur, Hippocrates, Leo, Theudius, Hermotimus, Euclides, Theon principem fructum laudis ferent, si nobilitas mathematicae scholae et amplitudo perpendatur, mathematum authoritas ad Pythagoram, Platonem, Aristotelem pertinebit: si, quod summum est, mathematum non solum scolastica veritas et è libris demonstratio, sed popularis usus atque utilitas aestimatur, Archytas, Eudoxus, Eratosthenes, sed maximé et altissimé supra omnes unus Archimedes in caelum ferendus erit» (RAMUS 1569; 40).

a general idea of the nature and role of mathematics», as Cardano's attitude was formulated above. Now as always, of course, this archetype was by necessity identical with the understanding of the historical Archimedes which was held at the time, and no trans-historical entity. But even if historically conditioned it could not be twisted at will; commitment to the Archimedist ideal was a constraint, and the commitment to Ancient mathematics inherent in the ideal will have been important in blinding Ramus to the agreement between his utilitarian ideals and the organization of much of the Islamic mathematical heritage.

In itself this blindness was of course no gain for Ramus' mathematics, as demonstrated by his *Algebra*.[35] It is typically Ramist in its way to set up schemes for calculation with algebraic expressions, and tries to assimilate the subject to Ancient mathematics through a definition of *algebra* as «a part of arithmetic, which from imagined continued proportions establishes a certain form of counting of its own»;[36] i.e., it assimilates the sequence of algebraic powers *unitas* (x^0), *quadratus* (x^1), *quadratus* (x^2), etc. with a continued proportion – a concept which was familiar from elementary Euclidean mathematics but which offered no really new insights into the nature of algebra. But apart from the not very useful schemes (presented as mere *rules* without proof) and the use of abbreviations (*u* for *unitas*, *l* for *latus*, *q* for *quadratum*, *c* for *cubum*, *bq* for *biquadratum*, etc.) nothing surpassing the level of al-Khwārizmī's original treatise or its twelfth-century Latin translations will be found. In this particular field, the constraints presented by Ramus' Archimedism and his love of schemes made him change the formal dress of the subject – but they did not help creating a break-through.

That was not the fault of the basic Archimedist idea, and another French Archimedist – less outspoken ideologically but of greater mathematical perspicacity – was able to bring the idea to fruition.

[35] RAMUS 1560. I take advantage of this occasion to point out that the work is indeed published anonymously, and not under Ramus' name as I have claimed earlier. As discovered by Warren van Egmond the author's name found in the copy in the University Library in Copenhagen has been inserted in ink, in a way which couldn't be distinguished from print in the microfilm copy at my disposal, but which aroused van Egmond's suspicion because it was not centered as the rest of the title page.

[36] «Algebra est pars Arithmeticae, quae è figuratis continué proportionalibus numerationem quandam propriam instituit» (RAMUS 1560: A ij).

François Viète (1540-1603), indeed, was no less sure than Ramus that what had happened to mathematics since the end of the Ancient era was better not counted at all.[37] In the dedicatory letter of the *In artem analyticam isagoge* he explained that existing algebra was «so defiled and polluted by barbarians» that he found it necessary «to bring it into, and invent, a completely new form».[38] This new form, inspired by Pappos' discussion of the concept of *analysis* (making possible the formulation of the theory and of the metatheoretical status of algebra) and the stringent distinction between quantities of different kind (required by Aristotelian philosophy and entailing the principle of homogeneity) was, as we know, the starting point of Modern algebra (or, as some authors would have it, the starting point of *algebra* as distinct from a mere *algebraic approach* – see MAHONEY 1971; 372).

V) THE NEW PHILOSOPHIES

Further illustrations of a sudden but diverse impact of Archimedism in late sixteenth century France and England would follow if, e.g., Foix de Candale and John Dee were scrutinized. I shall abstain from that, and close my investigation by suggesting how the Archimedist ideology was transformed and absorbed into the hegemonic ideas of mid-seventeenth century philosophy.

This transformation can, e.g., be illustrated by Marin Getaldić's *Promotus Archimedis seu De variis corporum generibus grauitate et magnitudine comparatis* from 1603 (facsimile edition in DADIC 1968; 1-80). The work, dealing with compared specific gravities, is composed «in the geometrical manner», as it would be called later on, from propositions (some of them «theorems», others «problems») with enunciation and proof and interspersed «examples». The style could of course be

[37] In a more literal way, too, Viète can be counted an Archimedist. He is more parsimonious than Ramus in the discussion of authors; but if references can make it out for explicit praise it can be observed in the index to the collected works that Archimedes turns up 13 times while Euclid and Apollonios must content themselves with 7 references each (and Plato with 4 and Aristotle with 2). See HOFMANN 1970; XXXII*-XXXIX*.

[38] «Ecce ars quam profero nova, aut est, aut demùm ita vetusta, et à barbaris defoedata et conspurcata, ut novam omninò formam ei inducere et [...] excogitare necesse habuerim» (ed. HOFMANN 1970; XI).

considered Euclidean. But it was Archimedes, not Euclid, who was known to have used this style to describe physical problems, and the reference to Archimedes in the title of the work is therefore most apt. Still, the construction *more geometrico* is only one aspects of the work; another aspect quite as important is the *experimental foundation* provided by actual measurement.

Experimenta was no new idea in Late Medieval and Renaissance philosophy. Originally, however, the term was seen in opposition to stringent demonstration,[39] and even in the sixteenth century experimentation was normally not quantified nor mathematicized (optics, one of the classical «intermediate» sciences, being an exception). The introduction of quantified experiment by Getaldić and his contemporaries is, significantly, referred to Archimedes and is, indeed, a result of the synthesis of the two aspects of the traditional dichotomized Archimedes: the stringent and ingenious geometer and the wondrous mathematical engineer.

Getaldić's work is thus, firstly, a portent of the spread of the «geometrical method» to a great many branches of seventeenth century philosophy, and evidence that the geometer inspiring that method is Archimedes rather than Euclid (even though this distinction will of course have been blurred when we arrive at the epoch of a Spinoza). Investigation of the Galilean corpus would point in the same direction: cf. C. Dollo's contribution to the present volume.

Secondly, it points to the importance of the Archimedist ideology for the formation of seventeenth century «experimental philosophy». For a movement inspired by utilitarians and sceptical empiricists like Bacon and Ramus it lay near at hand to dismiss mathematical exactitude as irrelevant (as indeed often done, e.g., in chemistry until Lavoisier). But as long as Archimedes served as a «culture hero» it lay equally near at hand for those inclined toward mathematization and exactitude to make appeal to his authority, while it was correspondingly difficult for others to dismiss the appeal. This was done time and again by Galileo. On the other hand the appeal to Archimedes could also be used to legitimate the use of empirical data against any a-prioristic opposition (be it traditionalistic-Aristotelian or rationalistic-

[39] So in Richard de Fournival's *Biblionomia*, where Jordanus de Nemore's *apodeixis* (i.e., works based on rigorous mathematical proof) were opposed to purely empirical *experimenta* on algebra or progressions – e.g. in Nos 45 and 48 (ed. BIRKENMAJER 1970/1922; 166 f).

metaphysical). This was done no less often by Galileo, but also, e.g., by Descartes in a letter to Mersenne:

> You ask me whether I think what I have written about refraction is a demonstration. I think it is, at least as far as it is possible, without having proved the principles of physics previously by metaphysics [...]. But to demand that I should give geometrical demonstrations of matters which depend on physics is to demand that I should do the impossible. If you restrict the use of «demonstration» to geometrical proofs only, you will be obliged to say that Archimedes demonstrated nothing in mechanics, nor Vitellio in optics, nor Ptolemy in astronomy, etc.[40]

The historical Archimedes was, no doubt, an extraordinary mathematician and probably an extraordinary technician, too. Still, he could of course not avoid being a man of his times, answering the questions of this time, even formulating them, but still formulating questions which had meaning in their own historical context. The «Archimedes» of the Renaissance, from Petrarch to Getaldić, Galileo and Descartes, was a man of *his* times, i.e., of the fourteenth to the seventeenth century. He changed with these, in particular with the advances in mathematical and classical scholarship. But due to the advances in scholarship *Archimedism*, that mathematicians' ideology which brandished the «Archimedes» of the time as «something like a unique idea which everybody studying the discipline would propose to himself as a model» (to quote Ramus), carried decisive messages from Antiquity to Renaissance and Early Modern Europe. Here they went into the synthesis which gave rise to Modern science and at least to a certain moment of Modern philosophy – and, mediated by Hume's and Kant's and the Romanticists' reactions, indeed to any Modern philosophy. In this way, Archimedes as well as «Archimedes» may be more with us today than we usually notice. Of course, Plato is so, too – but *not* because of influence in the formation of Modern mathematics.

VI) Appendix

On the whole, the career of Archimedism ended when it was absorbed into Early Modern philosophy. None the less, a slightly belat-

[40] Letter to Mersenne, 11 October 1638, trans. Crombie, *Descartes*, p. 53.

ed formulation of the praise of Archimedes deserves to be quoted, because it combines archaic characteristics – *viz.* the accumulation of all the delightful Ancient anecdotes – with new attitudes pointing forward toward nineteenth-century Neo-Humanism and toward science-based imperialism. The text in question is an introductory poem from the first German translation of Archimedes from 1670, in which

> Der in Teutschland wieder lebende und die Teutschen zu Höher-achtung derer mathematischen Wissenschaften ermahnende Archimedes

explains the importance of his discipline as follows:

> Ich weiß, O Theutsche Welt, daß unser hohes Wissen,
> (Die Meß-, Beweg- und Waag-, die Bau- und Sternenkunst)
> Bey dir hat lange Zeit verachtet ligen müssen
> mit andern Künsten nie genossen gleiche Gunst!
> War Dürer schon bemüht, das Werk belobt zu machen:
> fand Apianens Kunst gleich bey dem Kayser Gnad,
> und Brahe Königs-Huld: ob andrer hohe Sachen
> die teutsche Vorder-Welt wol eh geliebt hat:
> So hat doch dieser Zeit die Kunst die Gunst verloren,
> und muß, dem Sprichwort nach, nach Brod und Betteln gehn;
> Bey sonderen Gestirn muß jezund seyn gebohren,
> wem die Gedanken heut nach diesen Künsten stehn!
> Dem schlechten Pöfel wird, als eigen zugeschrieben
> was weiland Keyserlich, was Fürstlich, Herrlich war:
> Was Atlas, Julius, was Könige getrieben
> des schämt der Adel sich, das hasst der Lehrer Schaar:
> Und bey den Teutschen nur! Ihr Edle Teutsche Sinnen,
> erhebt was euch erhebt! liebt diesen Tugend-Schein.
> Die Künste, die den Stand berühmter machen können!
> Ich selbsten kan euch deß ein klares Beyspiel seyn.
> Sizilien hat mich, das reichste Land, gezeuget;
> der Haupt- und Königs-Sitz ist meine Vatter-Stadt.
> Mich hat ein' edle Brust, von hohem Stand, gesäuget,
> die Brust, so Könige zu Blutsverwandten hat,
> doch kundt der Königs-Nahm sich nicht unsterblich machen,
> die Künste brachten Ihm des Immerlebens Liecht.
> Mein Wissen riß ihn erst aus des Vergessens Rachen.
> Todt wäre Hieron, lebt' Archimedes nicht.
> Was würde wol die Welt von Gelons Krone wissen,
> die er aus klarem Gold den Göttern machen Hieß;

Wann nicht des Meisters List der meinen weichen müssen,
so daß sich der Betrug nicht länger bergen ließ?
Wer hätte, Syrakus, du Vatters-Stadt, beschrieben,
wie schwär du deinen Fall der Römer Macht gemacht?
Der Ruhm der Dapferkeit ist dir allein geblieben,
durch das, was meine Kunst zu wegen hat gebracht.
Die Centner-Schleuderstein, die ich den Feinden schenkte.
Der Pfeile Hagelgschoß, die grimme Eisenhand.
Die manches Krieges-Schiff, mit leichter Müh versenkte,
die machten, O Marcell, dir unsre Macht bekannt;
Dir und dem grossen Rom, das meine Faust gelehret
was solcher Künste Kraft, wir groß, wie nützlich sey.
Diß lerne Teutschland auch, wann es dergleichen höret,
und glaube ferner nicht dem falschen Luftgeschrey,
So sie unnützlich nennt: Es frag' in andern Landen
wie mancher Sieg im Krieg, wie mancher Stadt Verlust,
wie reicher Schätze Raub, auf diesen Fuß gestanden:
Der Schad lehrt manchen erst, was er sonst nicht gewust:
Doch nicht dem Krieg allein dient diß gelehrte Wissen,
des Baumes süsse Frucht hat auch der Fried geschmekkt:
Oft hat sich über sich die Witz verwundern müssen,
wann, was kaum menschlich war, des Menschen Sinn entdekkt.
Wann diese meine Hand durch meine Schnekkenwinde
was Tausend nicht vermocht, wom Land ins Meer gebracht:
Wann meine Wasserschraub die Tiefsten Sümpf' und Gründe
Aegyptens ausgeschöpft: Wann eines Mannes Macht
viel Tausend Scheffel Korn in freye Luft gehoben:
Wann durch ein rundes Glaß ein Wunderbild der Welt
des ganzen Himmels Lauf, was unten geht und oben,
kunstrichtig allerseits für Augen war gestellt.
Diß und noch anders mehr kunnt Hieron bewegen
zu glauben was forthin sein Archimedes wolt:
Wann Er auch selbst die Erd in ihrem Punct zu regen
nach festgegebnen Stand sich unterfangen solt.
Auch in des Feindes Herz hat Lieb für Rach geboren
so grosser Thaten Ruhm: für dieses graue Haar.
Für dieses Haupt, daß ich, nach Feindes Recht, verlohren,
ward ein Verbot gesetzt der grimmen Krieger-Schaar.
Die Wut verschonte mein: Die Kunst nahm mir das Leben,
die, so das Leben mir und meinen Freunden gab.
O süsse Wissens-Lust, darinn ich pflag zu schweben,
da ich mich sterbend grub im Sand mein eignes Grab;

Da ich, mir selbst entrükkt, mich mit Gedanken speiste
und ohn' Empflichkeit in tiefstem Denken saß;
Da gleichsam aus dem Leib die freye Seele reiste,
und Essens, Trinkens, ja des Lebens gar, vergaß.
Jedoch, wie kunnt ich auch des Lebens wol vergessen,
weil Denken Leben ist, und ich auch sterbend dacht?
Hat schon die Spitze mich zu tödten sich vermessen,
doch hat sie nur den Leib, die Seel nicht umbgebracht.
Mein Geist ist jezund noch, mein Ruhm ist nie gestorben.
Sizilien mich begrub; in Teutschland steh' ich auf.
Die Grabschrift zeiget dort, was ich durch Kunst erworben,
in 3 und 2 besteht mein ganzer Lebens-Lauf.
Recht leben, Wissen ist: Das, war wir sonst beginnen
ohn alle Wissenschaft, ist auch dem Vieh gemein;
Vernunft die Menschheit macht; in Denken, Wissen, Sinnen,
nicht in der Nutzbarkeit, will Menschen-Wesen seyn.
Preist schon der Eigennutz die Werke meiner Hände:
Ich selbsten achte mehr was bloß im Denken steht;
Des Kreisses Vierung ich mit mehrer Freude fände.
als alles das, wordurch ich jene Wunder thät.
Wolan du Teutscher Sinn! Steht deine Lust im Sinnen,
so suche deinem Geist dergleichen Wissenschaft!
Was recht vernünftig macht, was geistig, ist hierinnen.
Hier wird dem Menschen-Seyn Vollkommenheit geschafft.
Ist dann dein Wissen, nur mit Wissen, nicht vergnüget,
und suchet dein Gemüht des Wissens Nutzbarkeit?
So glaube dem, der dir [frag' Hieron] nicht lüget:
Hier ist der gröste Nutz der ganzen Welt bereit.
Was Büchs und Schwerdt gewinnt, was Schiff und Segel bringen
der Indien reiche Schätz, was Teutschland reicher macht!
Die ganze andre Welt mit ihren feinsten Dingen
hat dieser Künste fleiß in unsre Welt gebracht.[41]

[41] *Des unvergleichlichen Archimedis Kunst-Bücher oder Heutigs Tags befindliche Schriften, aus dem Griechischen in das Hoch-Teutsche übersetzt, und mit nohtwendigen Anmerkkungen durch und durch erläutert* von Johanne Christophoro Sturmio. Nürnberg; In Verlegung Paulus Fürstens, Kunst- und Buchhändlers Seel. Wittib und Erben, 1670.

The poem takes up a bit more than two folio page. It is followed by 5 pages of notes, explaining everything from the favours bestowed upon Peter Apian by the Emperor to the sources for the various anecdotes on Archimedes.

BIBLIOGRAPHY

AGRIPPA ab NETTESHEYM, HENRICUS CORNELIUS, 1533. *De occulta philosophia libri tres*. [Köln(?): 1533].

BIRKENMAJER, ALEKSANDER, 1970/1922. *La bibliothèque de Richard de Fournival, poète et érudit françis du début du XIII siècle, et son sort ultérieur*, pp. 117-215, in A. BIRKENMAJER, *Études d'histoire des sciences et de la philosophie du Moyen Age* («Studia Copernicana», I). Wroclaw: Zaklad Narodowy Imienia Ossolinskich, 1970.

BOER, CHARLES (ed., trans.), 1980. MARSILIO FICINO, *The Book of Life*. A Translation of *Liber de vita* (or *De vita triplici*). Irving, Texas: Spring Publications.

CARDANO, GIROLAMO, 1663. *Opera*. Lyon: Jean Antoine Huguetan & Marc Antoine Ragaud.

CLAGETT, MARSHALL, 1978. *Archimedes in the Middle Ages*. Volume III, *The Fate of the Medieval Archimedes 1300-1566*. (Memoirs of the American Philosophical Society, 125 A + B + C). Philadelphia: The American Philosophical Society.

CROMBIE, ALISTAIR C. *Descartes*. «Dictionary of Scientific Biography» IV, 51-55. New York: Charles Scribner's Sons, 1971.

CROMBIE, ALISTAIR C., 1977. *Mathematics and Platonism in the Sixteenth-Century Italian Universities and in Jesuit Educational Policy*, pp. 63-94, in Y. MAEYAMA & W. G. SALTZER (eds), *Prismata. Naturwissenschaftliche Studien*. Festschrift für Willy Hartner. Wiesbaden: Franz Steiner.

DADIĆ ŽARKO (ed.), 1968. MARINI GHETALDI, *Opera omnia*. Zagreb: Institut za Povijest Prirodnih. Matematičkih i Medicinskih Nauka.

Euclidis Megarensis mathematici clarissimi Elementorum libri XV. 1546. Cum expositione Theonis in priores XIII à Bartholomeo Veneto Latinitate donata. Campani in omnes & Hypsiclis Alexandrini in duo postremos. Basel: Johannes Hervagius.

FAVARO, ANTONIO (ed.), 1890. *Le «Opere» di Galileo Galilei*. Edizione nazionale, 20 vols. Firenze: G. Barbèra, 1890-1909.

FINE, ORONCE, 1532. *Protomathesis*. Paris.

GELDSETZER, LUTZ, (ed.), 1973. GREGOR REISCH, *Margarita philosophica*. Facsimile of the Basel edition, 1517. Düsseldorf.

GRAYSON, CECIL (ed.), 1973. LEON BATTISTA ALBERTI, *Opere volgari*. Volume terzo. *Trattati d'arte. Ludi rerum mathematicarum. Grammatica della lingua toscana. Opuscoli amatori. Lettere* («Scrittori d'Italia», N. 254). Bari: Laterza.

GRÖßING, HELMUTH, 1980. *Der Humanist Regiomontanus und sein Verhältnis zu Georg von Peuerbach*, pp. 69-82, in RUDOLF SCHMITZ & FRITZ KRAFFT (eds.), *Humanismus und Naturwissenschaften* (Beiträge zur Humanismusforschung. Band VI). Boppard: Harald Boldt.

HILLARD, DENISE, & EMMANUEL POULLE, 1971. *Bibliographie der travaux d'O. Fine*, «Bibliothèque d'humanisme et renaissance», 33, 1971, 335-351.

HOFMANN, JOSEPH E. (ed.), 1970. FRANÇOIS VIÈTE, *«Opera mathematica» recognita à Francisci à Schooten*. Hildesheim & New York: Georg Olms Verlag, (reprint).

HØYRUP, JENS, 1987. *Philosophy: Accident, Epiphenomenon or Contributory Cause of the Changing Trends of Mathematics. A Sketch of the Development from the Twelfth through the Sixteenth Century*, in *Filosofi og Videnskabsteori pa RUC*. 1. Række: «Enkeltpublikationer» 1987 Nr. 1.

HØYRUP, JENS, 1987a. *Filozofija: slučaj, epifenomen ili sinergijski uzrok promjene trendova u matematici. Obriz razvitka od dvanaestoga do šesnaestoga stoljeća*. «Godišnjam za povijest filozofije», 5 (Zagreb), 210-274.

MAHONEY, MICHAEL S., 1971. *Babylonian Algebra. Form vs. Content*. «Studies in History and Philosophy of Science», 1, 1970-1971, 369-380.

NARDUCCI, ENRICO (ed.), 1886. *Vite inedite di matematici italiani scritti da Bernardino Baldi*, «Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche», 19, 1886, 335-406, 437-489, 521-640.

NARDUCCI, ENRICO (ed.), 1887. *«Vita di Pitagora», scritti da Bernardino Baldi, tratta dall'autografo ed annotato*, «Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze matematiche e fisiche», 20, 1887, 197-308.

PRAGER, FRANK D., & GUSTINA SCAGLIA, 1972. *Mariano Taccola and his Book De ingeneis*. Cambridge, Mass.: M.I.T. Press.

[RAMUS, PETRUS], 1560. *Algebra*. Paris: Andreas Wechelum.

RAMUS, PETRUS, 1569. *Scholarum mathematicarum libri unus et triginta*. Basel: Eusebius Episcopius.

ROSE, PAUL LAWRENCE, 1973. *Humanist Culture and Renaissance Mathematics: The Italian Libraries of the «Quattrocento»*, «Studies in the Renaissance», 20, 46-105.

ROSE, PAUL LAWRENCE, 1975. *The Italian Renaissance of Mathematics. Studies on Humanists and Mathematicians from Petrarch to Galileo* («Travaux d'Humanisme et Renaissance», CXLV). Genève: Librairie Droz.

ROSS, RICHARD P., 1974. *Oronce Fine's Printed Works: Addition to Hillard and Poulle's Bibliography*, «Bibliothèque d'humanisme et renaissance», 36, 83-85.

SCHMEIDLER, FELIX (ed.), 1972. *Joannis Regiomontani «Opera collectanea»* Faksimiledrucke von neun Schriften Regiomontans und einer von ihm gedruckten Schrift seines Lehers Purbach. Zusammengestellt und mit einer Einleitung herausgegeben (Milliaria X,2). Osnabrück: Otto Zeller.

SIMMS, D. L., 1989. *«A Problem for Archimedes»*, «Technology and Culture», 30, 177 f.

SOWARDS, J. K. (ed.), 1985. *Collected Works of Erasmus*. Volume 26. *Literary and Educational Writings* 4. Toronto etc.: University of Toronto Press.

STRØMHOLM, PER., *Valerio*, «Dictionary of Scientific Biography», XIII, 560 f. New York: Charles Scribner's Sons, 1976.

SURTZ, EDWARD, S. J., & J. H. HEXTER (eds. trans.), 1965. THOMAS MORE, *Utopia* (The Yale Edition of the Complete Works of St. Thomas More, vol. IV). New Haven & London: Yale University Press.

THEUER, MAX (ed. trans.), 1912. LEONE BATTISTA ALBERTI, *Zehn Bücher über die Baukunst*. Ins deutsche übertragen, eingeleitet und mit Anmerkungen und Zeichnungen versehen. Wien & Leipzig: Hugo Heller.

VAN EGMOND, WARREN, *How Algebra Came to France*, pp. 127-144, in CYNTHIA HAY (ed.), *Mathematics from Manuscript to Print. 1300-1600*. (Oxford Scientific Publications). New York. Oxford University Press.

WESTMAN, ROBERT S., 1977. *Magical Reform and Astronomical Reform: The Yates Thesis Reconsidered*, pp. 2-91 in ROBERT S. WESTMAN & J. E. MCGUIRE, *Hermeticism and the Scientific Revolution*. Papers read at a Clark Library Seminar, March 9, 1974. (William Andrews Clark Memorial Library, University of California). Los An- geles. University of California.

WINTERBERG, CONSTANTIN (ed. trans.), 1896. FRA LUCA PACIOLI, *Divina proportione. Die Lehre vom goldenen Schnitt*. Nach der Venezianischen Ausgabe vom Jahre 1509 neu herausgegeben, übersetzt und erläutert. Wien: Carl Grasser.

ci della validità di tale interpretazione tradizionale del rapporto del Maurolico con il più grande scienziato del mondo antico (il Maurolico inteso come *un* o come *il* 'secondo' Archimede), quanto quello di illustrarne in qualche modo il fondamento, riferendo in merito alla storia di un'edizione, appunto quella dell'*Archimede* mauroliciano, apparsa a Palermo nel 1685; un'impresa che, se riesce rappresentativa del destino, non sempre felice, degli scritti di un grande scienziato, è al tempo stesso oltremodo indicativa di un'atmosfera, di un ambiente e di circostanze profondamente importanti, per la storia della scienza anzitutto e, più in generale, per la storia della cultura.[1]

Nelle pagine che seguono, dopo alcune notizie di carattere generale sulla figura del Maurolico, sul suo impegno filologico, sugli esiti editoriali delle sue fatiche (§ 1), cercherò di illustrare il suo *Archimede*, descrivendone la consistenza e ricostruendo la storia esterna dell'edizione (§ 2); cercherò in ultimo, attraverso epistolari dell'epoca, di dare un'idea dell'aspettazione suscitata presso i matematici dalle notizie che circolavano sull'impegno diretto del Borelli negli importantissimi preliminari messinesi alla pubblicazione (§ 3). Un'appendice, in più sezioni, raccoglie infine la descrizione bibliografica del volume, la dedicatoria premessavi dal suo editore, con i carteggi che l'accompagnano ed altro materiale documentario.

1. Maurolico e Archimede.

Nato a Messina nel 1494, in un'epoca particolarmente felice per la città sotto il profilo culturale, l'età di Costantino Lascaris e della correlata scuola di greco, Maurolico può essere ritenuto a buon diritto il prodotto di gran lunga migliore di tale scuola. A dire il vero, egli non può essere definito un allievo diretto del Lascaris; la sua formazione, nei primi vent'anni del secolo XVI, appare infatti esser stata permeata solo parzialmente da quanti rappresentavano in loco gli epigoni della dissolta scuola lascariana, e si è librata subito in direzio-

[1] Il tema specifico di questa relazione è oggetto del capitolo IV del mio *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana. Materiali e ricerche*, Messina, 1988 (= Biblioteca dell'«Archivio Storico Messinese», X); è da questo capitolo e da alcune appendici ad esso annesse che ho ripreso, sia pure attraverso una revisione accurata ed un aggiornamento, parte dei materiali qui pubblicati.

ne scientifica, in campi certamente non estranei alla *traditio* dell'umanista bizantino, ma di sicuro secondari rispetto alla nettissima fisionomia letteraria e filologica da essa assunta.

E tuttavia, pur in campo scientifico, pienamente lascariane a me sembrano la propensione e lo sforzo continuo del Maurolico di costituire, sulla scia di Giorgio Valla e di certe fasce dell'umanesimo veneto e lombardo che all'insegnamento del Lascaris vanno ricondotte, un *corpus* dei matematici greci; un insieme di testi nei quali, secondo il Nostro, più che il dettato degli antichi, andava rispettato e ricostruito lo spirito nel quale essi erano stati scritti; non già l'idea umanistica di restituire alla fruizione moderna monumenti filologicamente ineccepibili, quanto tutta una trattatistica, opportunamente revisionata e rimaneggiata, in grado essa stessa di promuovere ed assicurare nuovi avanzamenti nel campo del sapere.[2]

Ecco così il Messinese occuparsi ben presto di Euclide, Autolico, Apollonio, Teodosio, Menelao e di Archimede, ricostruire una ad una, *ex Maurolyci traditione*, con un lavorìo meticoloso durato più che cinquant'anni, le coordinate di un sapere matematico che lunghi secoli di tradizione insicure avevano reso, a suo parere, quasi inservibile. Non è il caso di illustrare in questa sede il procedere del Maurolico, il suo modo di confrontarsi con gli antichi, le singole tappe della sua produzione scientifica o la dinamica interna a tale produzione, basti invece dire che proprio la libertà mostrata nei confronti dei testi che più di tutti ammirava e prediligeva e, insieme, la forte tempra personale di matematico hanno reso famosi i suoi metodi e hanno costituito indubbiamente lo stimolo più efficace per la ricerca spasmodica delle sue carte, spesso utilizzate anche prima della stampa, ed in fin dei conti per la determinazione stessa della loro dispersione: un fenomeno che, iniziato prestissimo dopo la morte dello scienziato, avvenuta nel 1575, e durato quasi un secolo, è culminato sul finire del '600 proprio con l'edizione archimedea.[3]

[2] Della formazione del Maurolico ho trattato in *Scienza e cultura a Messina tra '400 e '500: eredità del Lascaris e 'filologia' mauroliciana*, «Nuovi Annali della Facoltà di Magistero dell'Università di Messina», 6, 1988, pp. 595-632, i materiali relativi sono adesso confluiti nel mio *Umanesimo e scienza. Suggestioni, presenze ed esiti culturali nella scuola di Costantino Lascaris*, in corso di stampa.

[3] La dispersione delle carte mauroliciane è narrata nella prima parte del mio *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., dove ho rielaborato ed ampliato in buona misura un mio vecchio lavoro del 1977.

L'*Archimede* del Maurolico racchiude una serie di elaborazioni datate tra il 1534 e il 1550, realizzate pertanto in un lasso di tempo intermedio tra l'epoca in cui si aveva una conoscenza appena frammentaria degli scritti del Siracusano, attraverso i pochi testi editi dal Valla o all'interno della sua scuola, e la conoscenza piena che se ne cominciava ad avere dopo la comparsa, nel testo originale od in traduzioni, delle prime edizioni 'complete': l'*editio princeps* greco/latina del Venatorius (1544), l'*Archimede* del Tartaglia (1543) e le traduzioni del Commadino (1558, 1565). La cronologia interna di quanto è rimasto dell'impegno mauroliciano nei confronti degli scritti di Archimede consente di distinguere tre fasi principali: una prima fase, risalente all'estate del 1534, comprendente il *De quadratura parabolae*, il *De circuli dimensione* ed il *De sphaera et cylindro* in due libri; in una seconda fase, tredici anni più tardi, l'attenzione del Maurolico è rivolta al *De momentis aequalibus*; al biennio 1549-1550, terza ed ultima fase, risale infine il completamento di tali fatiche, con la rielaborazione del *De lineis spiralibus*, dei due libri *De conoidibus et sphaeroidibus figuris* e con la stesura di una *Praeparatio in Archimedis opera*.[4]

Nulla di questo materiale è stato dato alle stampe dal Maurolico, che pure non ha mancato durante la sua lunga vita di pubblicare testi scientifici variamente impegnativi e di dare in essi notizie del proprio *Archimede*, suscitando ripetutamente con esse aspettative concrete al riguardo. Una spiegazione di ciò potrebbe trovarsi nel tipo di committenza cui lo scienziato, nella prima metà del secolo, era legato: una committenza micragnosa nel caso della municipalità, che pure lo ha sovvenzionato in varie occasioni, o in certo modo munifica, nel caso dei pochi patrizi cui Maurolico si legò attraverso l'insegnamento e la frequentazione privata, ma comunque attenta particolarmente solo all'astronomia ed al massimo a quei testi matematici che meglio si prestavano all'interpretazione dei fenomeni celesti ed ai relativi sottoprodotti astrologici.[5] Quale che sia il motivo, è vero che prima dei

[4] Per la cronologia interna dell'intera produzione scientifico-letteraria mauroliciana cfr. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza gallileliana* cit., pp. 503-528 (Appendice XIII).

[5] Sui rapporti tra Maurolico ed il suo ambiente e particolarmente sulle attenzioni di cui è stato oggetto da parte della classe patrizia ho avuto modo di occuparmi in una conferenza tenuta a Castelbuono il 22 luglio 1989; i contenuti della medesima, corredati di note e documenti d'archivio stanno in un volumetto *Mecenatismo e scienza nella Sicilia del '500: i Ventimiglia di Geraci ed il matematico Francesco Maurolico*, Messina, 1990 (= Biblioteca dell'Archivio Storico Messinese», XIV); sul mecenatismo cfr. PIER DANIELE NAPOLITANI, *Maurolico e Commandino*, in *Il Meridione e le scienze (secoli XVI-XIX)*, atti, a cura di PIETRO NASTASI, del convegno tenuto a Palermo dal 14 al 16 maggio del 1985, Palermo, 1988, pp. 281-316.

rapporti intrecciati con i gesuiti, ossia prima che scattasse per lui un terzo genere di committenza, i cui esiti editoriali cominciarono a realizzarsi molto tardi, quasi *in articulo mortis*,[6] Maurolico pubblicò solo una *Cosmographia* (1543), un testo concernente l'uso di strumenti che con la trigonometria o più esattamente con la pratica astronomica avevano a che fare (il *De quadrati fabrica et usus* del 1546) e, più consono al taglio filologico delle opere di cui qui mi occupo, un *corpus* di autori di trigonometria sferica (Teodosio, Menelao, Autolico, i *Phaenomena* di Euclide ed altri piccoli testi editi in unico volume nel 1558). I lavori su Archimede, come quelli su Euclide ed Apollonio, in una parola tutti quei lavori che, nell'opinione stessa dell'autore, presentavano complessivamente le maggiori difficoltà concettuali (penso in particolare alle rielaborazioni degli scritti di Apollonio e di Archimede) o che erano tali da non incontrare comunque le esigenze della committenza cui ho accennato, erano destinati infatti a rimanere inediti nella gran massa della produzione mauroliciana.

A parte un certo attivismo esercitato a cavallo tra i due secoli dai nipoti diretti dello scienziato e che, coinvolgendo matematici gesuiti, ha prodotto alcune pubblicazioni di inediti interessanti, il fatto nuovo scatenante per un rilancio del Maurolico e per le fortune dei suoi inediti più importanti, e particolarmente dell'*Apollonio* e dell'*Archimede*, fu la venuta a Messina del napoletano Giovanni Alfonso Borelli. Giunto

[6] Sostanzialmente gli *Opuscula mathematica* e gli *Arithmeticorum libri II*, pubblicati a Venezia nell'agosto del 1575, poche settimane se non giorni dopo la morte dello scienziato. Scomparso Maurolico, l'interesse per la sua opera, e in particolare per gli inediti, tenuto vivo presso gli specialisti dalla diffusione di più redazioni dell'*Index lucubrationum*, rimase appannaggio per qualche tempo dei nipoti, che ereditarono tale materiale, e dei matematici gesuiti; questi ultimi sollecitati in parte dai nipoti dello scienziato ed in parte direttamente coinvolti per gli antecedenti con lo scienziato, già insegnante di matematica nei loro collegi di Messina e consulente ascoltato nella preparazione dei corsi e in tentativi di sistemazione della parte scientifica di una embrionale 'ratio studiorum'. L'interesse congiunto degli eredi dello scienziato e dei gesuiti non produsse tuttavia, se non in minima parte, i frutti sperati: gli inediti più importanti (le rielaborazioni di Euclide, Apollonio ed Archimede) rimasero tali e le sole pubblicazioni effettivamente realizzate si ridussero da parte gesuitica alla edizione di una porzione importante dei testi mauroliciani di ottica (i *Photismi de lumine & umbra* ed i *Diaphanorum partes seu libri tres*, stampati a Napoli nel 1611, con note del Clavio ed a cura del padre Giovan Giacomo Staserio) e, da parte dei nipoti, all'edizione in Messina, nel 1613, dei *Problemata mechanica*, una rielaborazione originale mauroliciana del celebre testo pseudoaristotelico, e di una biografia dello scienziato; per un inventario della produzione manoscritta e a stampa del Maurolico cfr. ancora *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., parti II e III rispettivamente.

a Messina quale insegnante di matematica (dal 1639) nella locale Università, insegnante di quella stessa disciplina messa in onore nel Cinquecento anche dall'opera preziosa del Maurolico, Borelli ebbe modo di imbattersi nelle sue carte e, entrato prestissimo in alta considerazione presso la classe dirigente locale, ebbe pure l'incarico ufficiale di occuparsi dei materiali non ancora pubblicati in vista di una loro edizione.[7] Le idee del Borelli in proposito non sono note; è facile immaginare che egli abbia avuto l'incarico come onere (peraltro gradito) correlato alla possibilità di accedere per studio personale a tali materiali. È altrettanto possibile ritenere che egli, in procinto di fornire una propria edizione del testo euclideo, si sia dapprima interessato all'*Euclide* mauroliciano [8] e solo in un secondo tempo all'*Apollonio* e all'*Archimede*. È certo in ogni caso che, per ciò che concerne gli inediti del Maurolico, in questo primo soggiorno del Borelli a Messina, soggiorno durato fino al 1656, alla sua opera di filologo va attribuita la sola edizione dell'*Apollonio*, pubblicata proprio a Messina nel 1654.[9]

Dopo l'edizione dell'*Apollonio* (una *Emendatio et restitutio*, come recita il titolo, ossia una presentazione corretta, 'ex Maurolyci traditione', dei primi quattro libri del trattato sulle sezioni coniche, i soli rimasti nella *traditio* greca, e la divinazione di due dei quattro libri rimanenti) un nuovo periodo di silenzio avvolse i restanti manoscritti del Maurolico. Giovanni Alfonso Borelli, che, come si è visto, ebbe modo di conoscerli e di apprezzarne l'importanza, lasciando nel 1656 Messina per Pisa, dove aveva ottenuto la lettura di matematiche,[10]

[7] Per la situazione della cultura a Messina nella prima metà del '600 e in particolare per la storia universitaria, con notizie e bibliografia relativa a Borelli, cfr. il mio *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., *passim*; ved. *infra* per citazioni particolari.

[8] Per informazioni su tale materiale cfr. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza gallileiana* cit., pp. 93-94, nota 32 e soprattutto, nella parte seconda del vol., il catalogo dei manoscritti. Un'idea chiara dell'alta considerazione in cui Borelli teneva il Maurolico (magari, a volte, senza troppa giustizia nei confronti di altri matematici, pure importanti, come il Commandino) può ricavarsi dal seguente passo della prefazione al libro IX dell'*Euclides restitutus* (v. *infra*): «[...] Franciscus Maurolycus Messanensis, qui praecedenti saeculo Mathematicas Scientias barbarie corruptas, suo pristino nitori primus omnium restituit, [...], hanc partem, quæ de quantitatibus asymmetris agit, mirificè ampliavit, [...] tanti igitur viri vestigia sectando conabor breviori, et clariori methodo partem hanc mathematicas pro viribus illustrare [...]».

[9] Cfr. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza gallileiana* cit., pp. 96-105.

[10] La partenza da Messina avvenne nel gennaio del 1656; le lezioni pisane cominciarono nel marzo successivo; esattamente il 19 di questo mese, una domenica, ebbe luogo quella inaugurale, cfr. la lettera di Lorenzo Magalotti, 'Provveditore generale dello Studio', a Leopoldo

aveva certamente preso nota di quanto di meglio sul piano scientifico tali manoscritti ancora contenevano, ripromettendosi anche (naturalmente la mia è solo un'ipotesi), magari senza troppi convincimenti, di tornarvi su con nuovi studi o con nuove edizioni,[11] ma il cambiamento di ambiente di lavoro ed una notevole diversificazione dei suoi personali interessi scientifici hanno reso oggettivamente difficile il realizzarsi di tali propositi.

È molto probabile, al riguardo, che per l'*Euclides restitutus*, apparso a Pisa nel 1658,[12] ma certamente maturato durante il precedente

de' Medici, data 20 marzo 1655 *ab incarnatione* (*scil.* 1656), in [Angelo Fabroni], *Lettere inedite di uomini illustri*, Firenze, 1773, I, pp. 87-89.

[11] Non conosco documenti sicuri in proposito, e non posso ovviamente trarre conclusioni, salvo connettere, retrospettivamente, a questa ipotesi l'impresa successiva dell'*Archimede*. È possibile, forse, attribuire al Borelli un indice di manoscritti mauroliciani contenuto nel ms. Regin. 2099 della Biblioteca Vaticana. Tale indice, concernente la parte a quel momento inedita della sola produzione scientifica del Maurolico, è certamente anteriore al 1654, figurandovi l'*Apollonio* pubblicato proprio in quell'anno; più precisamente, essendo menzionati nel documento solo i libri V e VI dell'opera e non i precedenti, si può ritenere, a buon diritto, che la sua stesura risalga ad un non meglio precisabile tempo intermedio tra la stampa materialmente avvenuta dei libri I-IV ed il completamento finale, con le 'divinationes', dell'edizione. L'attribuzione (diretta o indiretta) al Borelli del documento, da me edito in *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., pp. 417-418, parrebbe, a prima vista, avvalorata dal fatto che il codice in cui si trova l'inventario è contenuto nel fondo reginense della Biblioteca Vaticana e che carte del Borelli, amico di Cristina di Svezia dalla quale i mss. regin. provengono, sono pure comprese nello stesso fondo; in realtà, il ms. Regin. lat. 2099, fortemente miscellaneo (per lo più cataloghi e inventari di parecchie biblioteche), è parte «de ce qu'on appelle 'la coda' du fonds de la Reine», costituita da accessioni che, solo per motivi pratici, sono state integrate in quel fondo; cfr. Giovanni Mercati, *Per la Storia dei manoscritti greci di Genova, di varie Badie Basiliane d'Italia e di Patmo*, Città del Vaticano, 1935 (= Studi e testi, 78), p. 7, n. 1 e Jeannette Bignami Odier, *Les fonds de la Reine à la Bibliothèque Vaticane*, in *Collectanea in honorem Anselmi M. Card. Albareda a Bibliothèca Apostolica edita*, Città del Vaticano, 1962 (= Studi e Testi, 219), p. 179 e la n. 9 relativa. L'opinione, espressa dal Mercati, che l'indice in questione (con altri due della stessa mano, relativi ai manoscritti ed agli stampati conservati «apud hæredes Sylvestri Maurolyci») sia un inizio sicuro di un tentativo di vendita della biblioteca mauroliciana, sebbene suffragata in qualche modo e da caratteristiche interne del documento e dalla natura stessa del codice nel quale è legato, appare a questo punto poco sostenibile; essa va sicuramente respinta almeno per il primo indice, non fosse altro perché la datazione sopra ipotizzata del documento risulta sincrona ad un tempo in cui gli eredi dello scienziato, e particolarmente un Paolo Maurolico (che nel 1654 firma la dedica al Senato dell'*Apollonio*), mostravano chiaramente forte interesse, di sicuro non venale, per i manoscritti dell'illustre familiare; un interesse tanto grande da invogliare alla pubblicazione almeno degli inediti più importanti e non di certo alla loro nuda e cruda alienazione. Di mano o meno del Borelli, a mio giudizio il documento rimane a lui strettamente legato e in ogni caso un documento dei suoi interessi mauroliciani.

[12] Eccone il lungo titolo: *Euclides restitutus, sive prisca geometriae elementa, brevius et facilius contexta. In quibus praecipue brevius et facilius Theoriae nova, firmiorique methodo proponuntur a Io. Alphonso Borello in Messanensi pridem nunc vero in Pisana Academia matheseos Professori*, Pisa, 1658 (varie altre edizioni lungo tutto il '600, compreso un volgarizzamento dovuto a Domenico Magni, pubblicato a Bologna nel 1663).

soggiorno messinese, il Borelli abbia fatto uso, come già in precedenza il Clavio e chissà quanti altri gesuiti,[13] dei commenti e delle traduzioni degli *Elementa*, che – come ho già rilevato – costituivano altra frazione importante del *corpus* residuo di inediti mauroliciani. Ancora un uso intensivo dell'*Apollonio* del 1654 Borelli ha certamente fatto nell'approntare la propria celeberrima edizione dei libri *ex traditione arabum*, d'appresso il noto codice mediceo. Tutto ciò, e il tema generale dell'influenza esercitata dal Maurolico sul pensiero borelliano, potrà essere agevolmente verificato unicamente attraverso un attento studio di merito del Borelli 'matematico', attraverso l'analisi dell'*Euclides restitutus*, dell'*Apollonio* arabo e di tutti gli altri lavori specificamente matematici che una superficiale critica storica considera ancora come secondari di fronte agli aspetti decisamente 'iatromeccanici' dell'opera dello scienziato napoletano.[14]

---

[13] Cfr. le considerazioni svolte nei primi due capitoli del mio *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., Colgo l'occasione offerta da questa nota 'gesuitica' per chiarire, spero definitivamente, il pensiero da me espresso altre volte, a quel che pare senza successo, sulle «evidenti responsabilità [del Clavio] nei vari fenomeni di plagio scientifico-letterario» degli scritti mauroliciani. Osservando dapprima che 'evidenti' non significa anche 'dirette', e cioè che non ho mai inteso il Clavio come responsabile in prima persona di cose non rilevate da me, ma notate e denunciate in primo luogo dallo stesso padre Staserio, nella prefazione che ha scritto all'ottica mauroliciana, e confessando che non mi è riuscito finora di riscontrare un solo caso di quelli denunciati dal gesuita, mi limito ad elencare i seguenti 'fatti': *a)* nell'estate del 1574 Maurolico affida personalmente al Clavio (che, dobbiamo presumere, accetta) taluni suoi scritti per farli pubblicare in Roma (l'ottica in particolare); *b)* Clavio, per i motivi più vari, non ne fa nulla, malgrado pressioni ed insistenze da parte dei nipoti dello scienziato, morto nel frattempo, salvo far conoscere e circolare i testi nell'ambito dei collegi gesuitici e sicuramente anche fuori, negli ambienti vicini alla Compagnia; *c)* solo nel 1611, e per iniziativa congiunta dello Staserio (anche se aiutato attivamente dal Clavio, che segue tutte le fasi dell'operazione), e dei nipoti del Maurolico, vedono la luce in Napoli, *uno volumine comprehensi*, i *Photismi de lumine et umbra* e i *Diaphanorum partes seu libri tres*. Stando così le cose, è certamente possibile che 'plagi', «come appropiazione meccanica dell'opera altrui», non siano mai avvenuti, soprattutto da parte del Clavio, resta però evidente che, veri o meno, fittizi od effettivi i fenomeni denunciati dallo Staserio (ma occorrerebbe indagare più a fondo sulle affermazioni del gesuita), sono stati corsi in proposito rischi concreti e che gli stessi rischi si sarebbero potuti ridurre di molto, se non proprio annullare, se e solo se il Clavio avesse risposto (o potuto rispondere) con sollecitudine ai desideri dell'amico defunto.

[14] Inutile insistere nel dire che tale fatto ha pesantemente condizionato gran parte della letteratura sul Borelli. Solo gli ultimi decenni hanno visto lo stabilirsi di un certo equilibrio; l'opera specificamente matematica ed astronomica del Borelli è divenuta, finalmente, oggetto di precise ed approfondite indagini, dalle quali, tanto per riferirsi al tema generale del presente lavoro, scaturisce sempre più evidente il legame ideale e sostanziale con il Maurolico. Per quanto concerne in particolare le matematiche, si può qui ricordare il saggio di CESARE VASOLI, *Fondamento e metodo logico della geometria nell'«Euclides restitutus» del Borelli*, «Physis», XI, 1969, pp. 571-598; per l'astronomia, v., invece, il brillante studio del Koiré sulla meccanica celeste del Borelli, in ALEXANDRE KOYRÉ, *La révolution astronomique. Copernic, Galilée, Borelli*, Parigi, 1961, trad. ital. di Libero Sosio, Milano, 1966, pp. 391-444.

Ultima fatica, anch'essa di marca borelliana, concernente i manoscritti del Maurolico, coronamento degno di tutto un secolo, il XVII, in cui la funzione propria del Messinese, 'epigono' illustre dell'antica matematica greca, ha potuto essere ancora di qualche rilievo della scienza di quel tempo, prima che i progressi o gli 'avanzamenti' nel campo dell'analisi infinitesimale imponessero quest'ultima, per un ben più lungo periodo, quale punta avanzata della ricerca, è stata quella relativa alla pubblicazione dell'eminente parafrasi delle opere di Archimede che il Maurolico si era lasciata dietro ignorata nella massa cospicua dei suoi lavori.[15] Il fatto che l'edizione in questione, ultima del '600 si sia avuta nel 1685, un lustro pieno dopo la morte del suo principale curatore, testimonia fortemente le gravi difficoltà ed i ritardi incontrati dal Borelli nell'attuazione di quello che fu il suo ultimo impegno mauroliciano. Difficoltà e ritardi connessi, si vedrà tra poco, in larga misura alla evoluzione decisamente sfavorevole che la complessa situazione politica di Messina (dove, nel frattempo, Borelli era tornato) veniva subendo nella seconda metà del XVII secolo.

2. L'EDIZIONE ARCHIMEDEA DEL 1685.

La storia degli *Archimedis Monumenta omnia mathematica quae extant* [...] *ex traditione Maurolyci* [16] è narrata, in prima approssimazio-

---

[15] Sull'*Archimede* del Maurolico cfr. in genere (e per quanto riguarda i testi specifici in dettaglio) MARSHALL CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages*, voll. 10, Madison-Philadelphia, 1964-1984, e particolarmente il vol. III (*The Medieval Archimedes in the Renaissance, 1450-1565*, Philadelphia, 1978). Ecco qui di seguito elencati, secondo l'*Index lucubrationum* del 1613 (per intendersi la relazione rimaneggiata dei nipoti) i lavori mauroliciani concernenti le opere di Archimede: «Archimedis opera, <1> de dimensione circuli. <2> De quadratura parabolæ. <3> De sphæra et cylindro. <4> De sphæroidibus, et conoidibus figuris. <5> De spiralibus cum additione demonstrationum facilius demonstrata. <6> De operibus Archimedis (sermo). <7> De momentis æqualibus libri quatuor, in quorum postremo de centris solidorum ab Archimede omissis agitur, et de centro solidi parabolyci» (*Vita dell'Abbate del Parto*, cit., pp. 36-38, la numerazione è mia); si confrontino le singole 'voci' di tale elenco con quelle corrispondenti del citato inventario vaticano: «<1> In Archimedem de sphæra et cylindro, <2> De Spiralibus lineis, <3> De conoidibus et Sphæroidibus, <4> De Quadratura Parabolæ, <5> Archimedis de Isoperimetris, <6> In Archimedis Opera, <7> De circuli dimensione Archimedis libellus», cui si aggiungono, dallo stesso inventario, come parte dello sforzo complessivo del Maurolico sulle opere dello scienziato siracusano: la «Brevis demonstratio centri in parabola» e una «Epitome operum Archimedis» (<8> e <9> rispettivamente nella mia numerazione; per i confronti e, soprattutto, per i riscontri con l'edizione a stampa palermitana cfr. l'Appendice).

[16] Ecco, di poco abbreviato, il titolo lunghissimo di tale edizione: *Admirandi Archimedis Syracusani Monumenta omnia mathematica, quae extant, [...] ex traditione doctissimi viri D. Franci-*

ne, da Juan Silvestre Salva, nel carteggio minimo che costui, curatore postumo della fatica di Giovanni Alfonso Borelli, celato sotto lo pseudonimo di Cillenio Esperio,[17] premise in veste di prefazione alla successivamente celebrata (e, anche in questo caso, unica) edizione palermitana.[18] Con qualche variazione di poca importanza, lo stesso racconto si trova ripetuto, oltre che in talune opere di carattere generale, in tutti i lavori maggiormente significativi finora dedicati alla figura del Maurolico.[19] Sembrerebbe dunque inutile, a tal punto, ripeterne, nudi e crudi, tutti i dettagli. Tuttavia, le connessioni importanti tra la genesi tormentata del libro e personaggi e fatti di rilievo di una sfortunata rivolta messinese che fa da sfondo, impongono necessariamente, anche se sotto angolazioni differenti, una nuova ricostruzione, sul piano storico, dell'intera vicenda; ricostruzione della quale mi limito a fornire gli elementi essenziali.

---

sci Maurolyci, nobilis siculi, abbatis sanctae Mariae a Partu. Opus praeclarissimum non priùs typis commissum, à matheseos verò studiosis enixè desideratum, tandemque e fuligine temporum accuratè excussum. Ad Illust. et religiosissimum virum fr. Simonem Rondinelli Sac. Hierosolymitanae religionis equitem laudatiss. [...], Panormi, apud Cyllenium Hesperium, MDCLXXXV; per una descrizione bibliografica completa cfr. l'Appendice. Vale qui la pena di precisare che delle oltre trecento pagine che compongono il volume, edito appunto nel 1685, a Palermo, gli studi propriamente del Maurolico coprono le pp. 1-275; quelle rimanenti comprendono integrazioni ed aggiunte varie dovute agli editori.

17 Per l'identificazione del Cillenio Esperio, e per altre notizie di vario interesse su tale personaggio, v. *infra*. Il carteggio 'minimo' in questione occupa le seconde due cc. non numerate che seguono, nell'edizione, la dedicatoria a Fra Simone Rondinelli, e consta di quattro lettere, tutte comprese tra il 9 maggio ed il primo settembre del 1681; corrispondenti il Cillenio Esperio da una parte e, dall'altra, i gesuiti Francesco (*sic*) Alias e Carlo Balsamo, allora residenti rispettivamente in Malta ed in Messina. A una richiesta di informazioni sull'*Archimede* mauroliciano da parte dell'Esperio (lettera del 9 maggio) risponde l'Alias in due tempi: una prima volta il 31 dello stesso mese, fornendo dati sommari, basati su ricordi personali del tempo in cui, lo stesso Alias, insegnante di matematica nel Collegio di Messina ed amico del Borelli (che definisce «meoque intimo familiari», risiedeva appunto nella città dello Stretto; una seconda, il primo settembre, con l'aggiunta di ulteriori informazioni, più ricche nei dettagli, ottenute direttamente da Messina, dal Balsamo specificamente interessato per l'occasione (lettera del Balsamo all'Alias del 20 giugno). Chiude infine la corrispondenza una lettera di ringraziamento al Balsamo, scritta dal Cillenio Esperio da Malta, luogo in cui il tipografo-editore si era recato nel tentativo (fallito) di stringere ulteriormente, tramite l'aiuto diretto dell'Alias, i tempi necessari per la programmata edizione. Su Balsamo cfr. CARLOS SOMMERVOGEL, *Bibliothèque de la Compagnie de Jésus*, voll. 10, Bruxelles-Paris, 1890-1909, I, col. 852 e VIII, col. 1735.

18 I testi della dedica e del carteggio sono qui trascritti in Appendice; per un esemplare particolare, con interessanti varianti bibliografiche, cfr. la nota 57.

19 Tralasciando la bibliografia specifica sul Maurolico, peraltro largamente citata nelle pagine che precedono, mi limito a ricordare, tra le opere di carattere generale, le considerazioni dedicate all'argomento da RAFFAELLO CAVERNI, *Storia del metodo sperimentale in Italia*, Firenze, 1895, VI, pp. 86-87.

Verso la metà del '600, quasi tutti i manoscritti del Maurolico, ivi compresi gli studi sulle opere di Archimede, erano ancora nelle mani degli eredi.[20] Caduti costoro in bassa fortuna ed avendo bisogno in certa occasione di cure mediche non trovarono forma migliore di pagamento [21] se non quella dell'alienazione pura e semplice di parte o di tutti i manoscritti in loro possesso: e tra questi gli elaborati mauroliciani concernenti, appunto, gli scritti del grande Siracusano. Beneficiario indiscusso di tale operazione venne ad essere proprio il medico che, fortemente interessato ai manoscritti, accettò senza indugio l'offerta fattagli, preferendo evidentemente al danaro contante questo particolarissimo compenso in ... natura. Tale medico, figura centrale nelle successive vicende degli autografi mauroliciani in questione, svolse un ruolo abbastanza importante nella rivolta scoppiata di lì a poco in Messina. Si trattava infatti di quel Lorenzo Di Tommaso o De Tommasi,[22] uomo colto, amico del Borelli e del Malpighi,[23] al-

---

20 Cfr. quanto detto in precedenza a proposito dell'*Apollonio* e, in particolare, la dedica di Paolo Maurolico al Senato di Messina (*Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., pp. 437-439).

21 Lettera di Carlo Balsamo all'Alias (in *Admirandi Archimedis Syracusani*, cit., c. [4*r*], cfr. l'Appendice).

22 *Ibidem*. Ma ecco, nelle parole del Balsamo, un ritratto brevissimo del nostro medico: «[...] Lorenzo di Tomaso Aromatario in Messina, ma huomo di molteplice Letteratura, che adesso s'intende professare in Roma la Medicina a' Cardinali, e primi Signori con molto applauso [...]».

23 Circa l'amicizia con il Borelli, posso qui menzionare la funzione di tramite esercitata a Parigi, dal Di Tommaso (o di Tommaso, od anche De Tommasi, secondo forme anagrafiche messinesi tuttora esistenti), con membri influenti della Académie des Sciences, nell'influttuoso tentativo del Borelli di venire ammesso in quel sodalizio; la lettera del Borelli al Cassini, in data Roma 20 novembre 1676, in TULLIO DERENZINI, *Alcune lettere di Giovanni Alfonso Borelli a Gian Domenico Cassini*, «Physis», II, 1960, pp. 235-241, e particolarmente, p. 238. Per quanto concerne Malpighi, è da tenere presente il ricordo onorevole del Di Tommaso, da lui fatto in un tardo resoconto autobiografico della propria veduta a Messina nel 1662, quale lettore della cattedra di medicina, resasi vacante per la morte di Pietro Castelli; dice Malpighi: «[...] Faverunt interim sua præsentia <i.e. di Giacomo Ruffo, visconte di Francavilla> Professores Clarissimi, & præcipue D. Dominicus Catalanus, D. Com<es>. Caliostrus, & Clarissimus Laurentius de Tomasis in Chymicis, & Mathematicis apprime versatus [...]» (MARCELLO MALPIGHI, *Opera medica, et anatomica varia*, Venezia, Poletti, 1743, p. 24; il *corsivo* è mio). Più tardi, nel 1688, un figlio del Di Tommaso, Giovanni, studente in medicina, frequentò a lungo il Malpighi in Bologna, assistendo a varie dissezioni anatomiche e guadagnandosi nel frattempo la stima del Maestro; proprio in virtù di tale stima, Giovanni Di Tommaso venne proposto, nel 1692, per una cattedra (di anatomia o chirurgia) all'Università di Pisa (cfr. HOWARD B. ADELMANN, *Marcello Malpighi and the Evolution of Embriology*, Ithaca-New York, 1974, I, pp. 444, 519-520 e 630; sui personaggi qui menzionati v. in particolare i lavori sotto citati dell'Arenaprimo e del Nigido Dionisi).

la cui attività di ambasciatore 'volante' della rivoluzione è storicamente legata in gran parte quella sorta di 'internazionalizzazione' di quanto altrimenti non sarebbe rimasto nient'altro che un insignificante conflitto di carattere locale.[24]

Il futuro 'ambasciatore', cultore delle matematiche se non semplice collezionista di manoscritti, avuti gli autografi del Maurolico, pensò subito di pubblicare con la consulenza del Borelli, residente nuovamente in Messina dal 1667,[25] l'*Archimede* mauroliciano e di dedicare l'opera, come si era già fatto in precedenza per la stampa dell'*Apollonio*, al Senato cittadino. L'idea di una tale dedica valse al Di Tommaso una sovvenzione di 100 onze da parte della civica amministrazione; [26] sovvenzione che, aggiunta alle somme da lui già investite

[24] Lorenzo Di Tommaso si recò a Parigi una prima volta con il messinese Antonio Caffaro, figlio di uno dei senatori in carica, nell'estate del 1674, poco tempo dopo l'inizio della rivoluzione, per cercare l'appoggio politico, militare ed economico di Luigi XIV, ed una seconda volta, nel settembre del 1675, per offrire al sovrano, da parte della nobiltà siciliana, congiurata sotto la guida di Carlo Ventimiglia conte di Prades (antico allievo del Borelli in Messina; è dedicata a lui la *Historia et meteorologia Incendii Aetnaei anni 1669*, Reggio Calabria, 1670), il dominio della Sicilia (cfr. ÉMILE LALOY, *La révolte de Messine. L'expédition en Sicile et la politique française en Italie (1674-1678), Avec des chapitres sur les origines de la Révolte (1648-1674) et sur la sort des exilés (1678-1702)*, vol. I, Paris, 1929, pp. 284, 429-432, 443; vol. II, Paris, 1930, pp. 201, 203, 216, 289, 355 e 362). Non so precisare, per il momento, le durate di tali soggiorni parigini; è certo, nondimeno, che i cennati contatti del Di Tommaso con il Cassini devono essere avvenuti durante il secondo di essi. Avendo fatto riferimento al conte di Prades, giova risportare in questo studio sul Maurolico il passo finale della citata dedica dei Borelli; passo in cui è tracciato un interessante parallelo tra i legami rispettivi del Maurolico e del Borelli con i Ventimiglia: «[...] Iam verò Literatorum patrocinii, quod est tuæ gentis peculiare decus, præclarum specimen sanè dedit Simeonis Ieracii Marchionis munificentia erga Franciscum Maurolycum. Bone Deus, qualem virum! illum certè, qui mathematicas disciplinas penè deperditas, ac barbarie squallidas revocavit, expolivit huius benevolentia foedus, huius liberalitate ditatus: ob quod Mecoenati optimi gratias habet immortales literaria Respublica. Interim ego exemplo moveor, et sicut magnus ille Maurolycus lucubrationes suas maioribus tuis dicavit, ita ego opusculum hoc meum, in quo Ætnaei Meteorogiam trado, Tibi, Vir Illustrissime, nuncupo, gratum fortassè ob in te mei observantiæ vetustatem, et non iniucundum ob methodi novitatem. Vale. Messana Calendis Decemb. 1670» (G. A. BORELLI, *Historia et meteorologia* cit., p. 3 non num.).

[25] Borelli lasciò la Toscana nella primavera del 1667 e, dopo varie soste più o meno prolungate (particolarmente a Napoli, ove s'incontrò con Tommaso Cornelio e gli accademici 'investiganti'), giunse a Messina nel settembre successivo.

[26] La sovvenzione, affermata nella lettera del Balsamo, non sembra trovare riscontro negli spogli fatti dall'Arenaprimo dei registri della Tavola Pecuniaria, tuttavia rimane confermata indirettamente, per altra via, dalla partecipazione dell'amministrazione ad altre imprese culturali, quali quelle della Accademia della Fucina (cfr. GIACOMO NIGIDO DIONISI, *L'Accademia della Fucina (1639-1678) nei suoi rapporti con la storia della cultura in Sicilia*, Catania, 1903, *passim* e GIUSEPPE ARENAPRIMO, *I Lettori dello Studio messinese dal 1636 al 1674. Notizie e documenti*, in REGIA ACCADEMIA PELORITANA DEI PERICOLANTI, *Anniversario dell'Università di Messina. Contributo storico*, Messina, 1900, pp. 183-294).

nell'impresa (per l'approntamento probabile di copie chiare da sottoporre al compositore e delle xilografie per i numerosissimi disegni geometrici), gli consentì, al più presto nel 1669, di iniziarne materialmente la pubblicazione.

Negli anni dal 1670 al 1672, gli sforzi congiunti del Di Tommaso e del Borelli andarono quasi in porto con la stampa, per i tipi del Bonacota,[27] stampatore ufficiale del Senato, di tutti i testi di Archimede, *ex Maurolyci traditione*, e con in più la *Praeparatio in Archimedis Opera*; testo che, pure dovuto al Maurolico, serviva naturalmente, nelle intenzioni dell'autore, ad illustrare ed a facilitare la comprensione stessa dei testi archimedei.[28] Alla completezza dell'opera, ormai prossima a venire alla luce, mancavano solo alcuni piccoli trattati di Archimede (come i *Galleggianti*, l'*Arenario*, ...); una serie di trattatelli che, non rinvenuti tra gli autografi mauroliciani (e si avevano per questo ben precise ragioni), Borelli aveva comunque in animo di supplire affinché la progettata e pressoché ultimata edizione messinese fosse a tutti gli effetti, oltre che un naturale ed imperituro omaggio a Francesco Maurolico (la pubblicazione di suoi importantissimi inediti), una vera e propria *Opera omnia* del grande matematico dell'antichità.[29]

[27] Paolo Bonacota succedette agli eredi di Pietro Brea (gli stampatori dell'*Apollonio*) quale tipografo ufficiale del Senato; la sua attività sembra cessata al tempo della rivolta.

[28] La 'Præparatio', non inclusa almeno con questo nome nei repertori della produzione mauroliciana (gli *Indices lucubrationum*), potrebbe identificarsi con il punto <6> della lista riportata alla nota 9, il *De operibus Archimedis sermo* (cfr. M. CLAGETT, *Archimedes*, cit., III, p. 453), se non fossero di ostacolo talune considerazioni sulla natura dei 'sermones' o 'prologi' mauroliciani: testi per lo più brevi e discorsivi, estranei del tutto alla successione stretta di teoremi e dimostrazioni che contrassegna la *Praeparatio* medesima.

[29] Edizioni più o meno complete delle opere di Archimede si erano già avute numerose ben prima di quella mauroliciana; si ricordi in proposito, accanto a quella sopra citate, l'edizione secentina del Rivault (1615). L'*Archimede* mauroliciano, composto interamente entro la prima metà del XVI secolo, per quanto pubblicato tardi e per ciò stesso privo, per così dire, della possibilità di influire in profondo sull'andamento della ricerca matematica, non giunse tuttavia del tutto inattesa negli ambienti scientifici. Alla grande aspettazione di esso che si aveva quando il Maurolico era ancora vivo (cfr. in proposito le testimonianze del Clavio e del Commandino), aspettazione altrettanto grande si ebbe nel secolo successivo; e ciò specialmente per l'impegno filologico dimostrato dal Borelli durante tutto il suo lungo e non privo di risonanze insegnamento messinese (racconta il Balsamo, nella lettera al padre Alias, che, attendendo con il Di Tommaso alla stampa dell'*Archimede* del Maurolico, Borelli usava dire «che puliva i calzari de' suoi Signori nella matematica», espressione nella quale, probabilmente, egli metteva insieme, per farne meglio risaltare il contrasto, l'alta stima in cui teneva il suo illustre predecessore messinese e la stima, se non poca di certo mediocre, da lui riservata ai matematici del suo tempo); sulle attese suscitate dal progetto del Borelli v. *infra*.

Le cose, tuttavia, andarono fin troppo diversamente; gravi motivi di disturbo intervennero e, nei fatti, la realizzazione dell'opera, morti anche nel frattempo o non più in grado di agire, i suoi principali promotori, risultò differita di tredici anni. Parallelamente ai fermenti di vita culturale che, all'inizio degli anni '70, animavano ancora la città, la situazione politica generale di Messina andava, infatti, precipitando nettamente verso quella che fu, forse, la crisi più devastante della sua storia.[30] Nell'aprile del 1672, causa taluni disordini, un bando dello 'strategoto', il governatore regio della città, Don Luis de l'Hoyo, dichiarava 'ribelli' i principali esponenti di una non meglio identificata 'setta' antispagnola.[31] Borelli, ritenuto il cervello dell'organizzazio-

[30] Il panorama culturale messinese all'inizio degli anni '70 del XVII secolo, malgrado il precipitare inesorabile della situazione economica e politica, continuava, infatti, ad essere promettente. Accanto al ritorno (desideratissimo da molti e, particolarmente, dal Ruffo) di Giovanni Alfonso Borelli ed al suo rinnovato impegno di studioso, sia nei confronti della matematica sia nei confronti di quella che, ancora non ultimata in quel momento, sarà la sua opera più nota anche se certo non più importante, il *De motu animalium*, si può qui ricordare l'inizio dell'attività messinese di Carlo Fracassati, lettore di medicina, o di un francese, certo Pierre Lefèvre, altrimenti sconosciuto, che le fonti messinesi deformano in un Pietro Effelburé; si può ricordare anche, tra gli elementi locali, la figura notevole di Agostino Scilla, pittore ed al tempo stesso scienziato, la cui unica opera di scienza, con il titolo bellissimo di *La vana speculazione disingannata dal senso*, una della prime indagini sistematiche nel campo della storia naturale, venne pubblicati proprio in questi anni (Napoli, Colicchia, 1670; varie altre edizioni fino al secolo successivo).

[31] È questo uno dei nodi principali, tuttora irrisolti, dell'intera problematica borelliana. La 'setta' di cui qui si parla è così qualificata in un rapporto dello stratigò de l'Hoyo del luglio 1672 (*Informazione delle cose di Messina data dal Signor D. Luigi de l'Oijo all'ecc.mo signor principe di Lignè viceré di Sicilia*; ne esistono varie copie mss.; la Biblioteca Comunale di Palermo ne conserva tre, due nel ms. Qq. E. 18, a cc. 44 e 51 rispettivamente, di mano di Vincenzo Auria, e una nel ms. Qq. F. 91, a cc. 497-518; la prima copia è quella riprodotta da GIOACCHINO DI MARZO nella *Biblioteca Storica e Letteraria di Sicilia*, vol. VI, Palermo, 1870, pp. 293-312). L'indicazione di catalogo di un tale rapporto (cfr., ad esempio, GASPARE ROSSI, *I manoscritti della Biblioteca Comunale di Palermo*, vol. I, Palermo, 1873, p. 317) parla di un *Memoriale* contro Giovanni Alfonso Borelli, facendo presumere chissà quale raccolta di documentazione relativa al nostro personaggio ed al suo coinvolgimento nei fatti gravi della rivoluzione. In realtà, malgrado tale denominazione, stuzzicante ma errata, il testo in questione contiene appena un brano sul Borelli, e per di più lo stesso brano è politicamente poco significativo. Nella relazione, infatti, il de l'Hoyo, dopo aver menzionato i membri della 'setta' ed averne indicato i capi (i fratelli Diego e Pietro Faraone, Scipione Moleti e Don Filippo Cicala), si limita a scrivere: «[...] Stavano questi alla disciplina e consiglio di Gio. Alfonso Borelli, con il quale prima si discorreva et esaminava il disattino [*scil.* errore, follia] che si commetteva, e poscia ben digesto si proponeva. Onde per questo dal Signor D. Giovanni, allora viceré, fu detto di Borelli (*sic*) disterrato da questo regno [...]» (G. DI MARZO, *op. cit.*, VI, p. 294). Come si vede nulla di chiaro; è anzi ulteriore motivo di oscurità quel riferimento al 'destierro' (*scil.* bando, esilio) precedente; un provvedimento che, essendo stati ben tre i viceré di nome Giovanni durante la prima permanenza in Sicilia del Borelli (e cioè Juan Alonso Enriquez de Cabrera, ammiraglio di Castiglia per gli anni 1641-1644; Juan José de Austria per gli anni 1648-1651,

ne, esplicitamente menzionato nel bando, fu costretto alla fuga e l'*Archimede* mauroliciano, frutto della sua collaborazione con il Di Tommaso, rimase incompiuto.[32] Il Di Tommaso, rimasto estraneo apparentemente ai fatti che provocarono il bando, venne egli stesso implicato nei successivi e più gravi eventi del 1674, culminati nello scoppio definitivo ed incontrollato della rivolta che lo vide protagonista. Quattro anni più tardi, tornati gli spagnoli a Messina, dopo le note vicissitudini, i beni del Di Tommaso e fra questi le copie incomplete e non legate dell'*Archimede* tirate dal Bonacota, come anche (credo) i corrispondenti autografi del Maurolico vennero confiscati e, dopo qualche tempo, venduti all'incanto.[33] Juan Silvestre Salva, frugando nell'abbondante materiale librario proveniente dalle numerose confische effettuate nella città ribelle e disordinatamente ammassato, per la vendita, a Palermo, scoprì casualmente alcuni fascicoli a stampa dell'*Archimede*. Per amor di scienza e di... industria, intensificate le ricerche, Salva riuscì a mettere nuovamente insieme e ad acquistare dal regio Fisco, l'intera opera così come impressa dal tipografo messinese. Chiesto poi consiglio a suoi amici letterati, aggiunse le parti mancanti e, premessevi le notizie qui riassunte per sommi capi, «ut authenticum, et commendatum evaderet», pubblicò infine l'edizione che è possibile oggi ammirare.

Tali, grossomodo, nel racconto del Cillenio Esperio (*scil.* Juan Silvestre Salva), i dettagli dell'operazione Archimede compiuta nel 1685. Nondimeno, i gravi interrogativi o le tante perplessità da essi solleva-

ed infine Juan Téllez Girón, duca di Ossuna, per il periodo 1655-1656) non risulta facilmente databile (salvo, ovviamente, mettere in relazione il 'destierro' con la partenza di Giovanni Alfonso per la Toscana, nel 1656).

[32] Il bando contro la 'setta', datato 13 aprile 1672, trovava Borelli assente da Messina, risiedendo egli, da circa quattro mesi, in Francavilla, ospite del Ruffo. E, tuttavia, malgrado pochi mesi dopo il viceré, con altro provvedimento, nel tentativo evidente di ricomporre gli animi e di favorire così un accordo, avesse annullato il bando di don Luis de L'Hoyo, Borelli stimò ugualmente prudente allontanarsi dall'isola e, dopo essersi rifugato alquanti mesi nelle Calabrie, verso la fine dell'anno o nei primi giorni del successivo, si stabilì definitivamente a Roma, dove, sino alla morte, avvenuta il 31 dicembre del 1679, trascorse gli ultimi travagliatissimi anni della sua esistenza.

[33] Lettera di Carlo Balsamo *cit.*. La confisca dei beni del Di Tommaso è provata, in certa misura, dal fatto che il suo nome figura nella lista dei ribelli pubblicata dagli spagnoli subito dopo il loro rientro a Messina (cfr. FFRANCESCO GUARDIONE, *La Rivoluzione di Messina contro la Spagna. Documenti inediti*, Palermo, 1906, doc. CLXXXIX, p. 409). Di tali beni, come naturalmente di tutti quelli (mobili ed immobili) derivati dalle altre confische, si è occupata una Giunta creata appositamente per la loro alienazione.

te restano ancora, dopo quasi tre secoli, sostanzialmente irrisolte. È stato abbastanza facile, in realtà, per lo più in base alle notizie contenute nell'edizione palermitana, accertare e precisare, documenti alla mano, taluni particolari interessanti. Francesco Guardione, ad esempio, ha reso nota per primo l'identità vera dell'Esperio [34] e, rivelando un dettaglio importante relativo all'acquisto da costui fatto in Palermo dell'abortita edizione del '72, ha messo ampiamente in luce l'infondatezza, sul piano storico, di certe 'voci' che, a proposito dell'*Archimede* mauroliciano, la reticenza stessa dell'Esperio ha alimentato. 'Voci' che, concernenti essenzialmente l'esistenza, presunta, di una edizione messinese dell'*Archimede* del 1670 o, come si è detto, del 1672, quella del Borelli e del Di Tommaso, la storia di un naufragio in cui la medesima edizione sarebbe andata pressoché interamente distrutta ed infine altri particolari meno rilevanti, hanno variamente ed erroneamente informato gran parte della letteratura al riguardo.[35]

Elemento chiave delle rivelazioni del Guardione una lunga perorazione di Juan Silvestre Salva, scritta in Malta e diretta a Don Manuel Aríos y Porres, 'baiulivo' e vicecancelliere dell'Ordine Gerosolimitano; una 'supplica' nella quale l'autore, con un racconto sommario delle vicende dell'*Archimede*, tracciava pure un quadro fin troppo lacrimevole degli stenti familiari e professionali in cui si dibatteva.

[34] V. più oltre per tale nome.

[35] F. GUARDIONE, *Francesco Maurolico nel secolo XVI*, «Archivio Storico Siciliano», n.s., XX, 1895, p. 357; risulta infatti da un documento da lui pubblicato, che Cillenio Esperio (al secolo Juan Silvestre Salva, come il documento medesimo mostra) comprò in Palermo ben 425 esemplari in folio dell'incompiuta edizione messinese, ripromettendosi di venderli dopo averli opportunamente completati, e di investire sucessivamente il relativo guadagno nello sviluppo della propria impresa editoriale. Il documento, una lunga perorazione del Salva rivorta a Don Manuel Aríos y Porres, 'baulivo' e vicecancelliere dell'Ordine di Malta (perorazione nella quale l'autore, con un racconto sommario delle vicende dell'*Archimede*, traccia pure un quadro lacrimevole degli stenti familiari e professionali in cui si dibatteva), si trova nel ms. Qq. H. 280 della Comunale di Palermo di tali informazioni (ed altri dettagli ricavati tanto dal ms. citato quanto dalla *Bibliografia sicola* del Narbone) risulta però già anticipata da G. DI MARZO, *I manoscritti della Biblioteca Comunale di Palermo*, vol. I, parte II, Palermo, 1894, pp. 371-372. Si apprende così che il Salva «interprete y poeta de su Magestad Cesarea» (come si autodefinisce in *Las luz de Astrea*, suo componimento drammatico, apparentemente stampato in Lucera nel 1675), è l'autore di due epitalami stampati in Palermo in occasione delle prime e delle seconde nozze rispettivamente di Carlo II di Spagna (1677 e 1680); che, nello stesso manoscritto, la lettera all'Aríos y Porres, preceduta da un curioso anagramma del nome Malta, è seguita da un *Romance heroyco o elegia*, serie di quartine di versi spagnoli endecasillabi dello stesso autore, in onore del medesimo signore. È infine da rilevare che almeno una volta prima dell'*Archimede*, lo pseudonimo Cillenio Esperio era già stato utilizzato, verosimilmente dallo stesso personaggio; si ha infatti dell'Esperio una grammatica della lingua francese pubblicata a Trapani nel 1683 (cfr. GIUSEPPE MIRA, *Bibliografia Siciliana*, II, Palermo, 1873, p. 320).

Al di là dello sfondo negativo che lo contraddistingue per quanto concerne i fatti personali, è importante nel racconto il dettaglio relativo all'acquisto di ben 425 esemplari in folio dell'incompiuta edizione messinese; una serie di volumi che il Salva si riprometteva di vendere, dopo averli opportunamente completati, per investirne successivamente i relativi proventi nello sviluppo della propria impresa editoriale. Le coincidenze niente affatto casuali tra i contenuti della supplica ed i fatti narrati nel carteggio pubblicato dal Cillenio Esperio sono troppe e parecchio circostanziate perché non si possano ritenere i due personaggi una identica persona ed attribuire al Salva, firmatario con le proprie generalità (direi proprio 'anagrafiche') del documento, lo pseudonimo di Cillenio Esperio, con il quale aveva condotto il carteggio poi inserito nell'*Archimede*.

Non è più un mistero, d'altra parte, il nome del 'marchese di Campotondo', menzionato nelle lettere del Balsamo come l'emissario dei «parenti del detto Marolì», che fece avere i manoscritti al Di Tommaso. Si trattava infatti di Don Pietro Reitano e Mauroli, figlio di una Teresa Mauroli, detentrice lei stessa delle carte mauroliciane o comunque legata (figlia o nipote che fosse) al Paolo Maurolico già editore dell'*Apollonio* e possessore sicuro in un passato non troppo lontano dello stesso materiale.[36] Una lettera di Marcello Malpighi, già 'lettore' di medicina in Messina per il quadriennio 1662-1666, diretta ad Henry Oldenburg, segretario della Royal Society, che gli chiedeva informazioni sulle opere di Giovambattista Odierna e del Maurolico, permette di fissare al marzo 1668 il 'terminus ante quem' per la cessione dei manoscritti mauroliciani da parte degli eredi. All'Oldenburg che, ritenendo Malpighi professore ancora nell'Università di Messina, chiedeva informazioni sulle opere del ragusano Odierna e del Maurolico, il celebre medico rispondeva da Bologna, sottolineando che le opere del Maurolico «diversis temporibus et locis evulgata non parum desiderantur» e, aggiungendo ancora di sapere che le stesse «iam pridem apud ipsius hæredes manuscripta perdurasse, quæ in sagaciorum

[36] Per dettagli su tale parentela cfr. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., p. 134 e note relative; rilevo soltanto che 'Mauroli' è una delle forme attestate in documenti d'archivio del cognome dello scienziato, da lui stesso trasformato, secondo un vezzo tipico degli umanisti, in 'Maurolico'.

manus pervenere», accludeva una copia dell'*Index lucubrationum* mauroliciano.[37]

Sono certamente da identificare nel Di Tommaso, che ebbe gli opuscoli archimedei, e nel Borelli, che disponeva degli scritti euclidei, due almeno dei 'più sagaci' venuti in possesso degli autografi del Maurolico.[38] Tuttavia, gli interrogativi a mio giudizio più importanti, e cioè quelli relativi al peso rispettivamente avuto dal Di Tommaso e dal Borelli nella preparazione dell'edizione messinese ed ai riflessi negativi che la loro partecipazione concreta alla rivolta ha certamente avuto sui progetti culturali da loro concepiti e portati avanti in quegli anni, non hanno trovato finora risposte soddisfacenti.[39]

Per quanto concerne il primo punto, l'epistolario edito dal Cillenio Esperio rimane a tutt'oggi l'unica fonte disponibile e non sono in grado di aggiungere gran che alle notizie sopra riassunte. Sul secondo punto aiuterebbe invece, e molto, l'ormai vasta letteratura sulla rivolta di Messina e, soprattutto, la massa enorme di documenti resi noti al riguardo. Ma se, in tal caso, le notizie raccolte sono molte e di primaria importanza, è anche vero che rimangono del tutto 'esterne' in qualche modo ai fatti culturali che qui importano, investendo per lo più il coinvolgimento politico ed ideologico dei due personaggi in quella vicenda e non i riflessi che tale coinvolgimento, negato da alcuni e recisamene affermato da altri, ha avuto sui loro specifici interessi di intellettuali e di scienziati.

[37] La richiesta è in un *postscriptum* della lettera del 28 dicembre 1667, edita in *The Correspondence of Henry Oldenburg* edited and translated by ADRIAN RUPERT HALL & MARIE BOAS HALL, IV, Madison, 1968, pp. 91-92. La risposta del Malpighi, in data 22 marzo (o 1 aprile, secondo il calendario gregoriano) 1668 era nei termini seguenti: «[...] Opusculorum Hodiernæ quæ apud me sunt, adiunctum indicem recipies. Maurolici (*sic*) opera diversis temporibus, et locis evulgata non parum desiderantur. Scio iam pridem apud ipsius hæredes manuscripta perdurasse, quæ in sagaciorum manus pervenere; eiusdem tamen operum elenchum ab ipso exaratum hic habebis [...]»; Malpighi aggiungeva inoltre che altre informazioni si sarebbero potute avere da Borelli che, essendo tornato nuovamente in Sicilia, «quia patria regionis memorabilia probe callet, ideo plura suppeditare cupientibus poterit» (*The Correspondence of Henry Oldenburg* cit., IV, pp. 270-272). Il forte divario cronologico tra le due lettere è dovuto al fatto che l'Oldenburg scrisse a Messina quando da oltre un anno Malipighi aveva lasciato l'isola e che, pertanto, la lettera ha dovuto essere recapitata due volte, prima a Messina e poi a Bologna.

[38] Secondo l'Alias (lettera del 31 maggio '81, nel carteggio edito dall'Esperio, cit.), taluni dei manoscritti matematici del Maurolico furono affidati al Borelli dal Senato messinese affinché egli procedesse alla loro pubblicazione (a tale affidamento apparterrebbero sia i testi dell'*Apollonio* che quelli archimedei). Ciò non toglie nulla alla 'sagacia' cui fa riferimento il Malpighi; va notato, infatti, che la testimonianza dell'Alias rimane un po' tarda rispetto ai fatti cui si riferisce, e che comunque il Senato era costituito da elementi in sintonia con il Borelli, in quanto facenti parte della stessa cerchia culturale ed accademica.

[39] Qualcosa di più è in *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., capitolo V, dove tratto specificamente della dispersione finale delle carte mauroliciane.

Il documento su Juan Silvestre Salva (*scil.* Cillenio Esperio), reso noto dal Guardione, ed il carteggio premesso all'*Archimede* del 1685 permettono invece di fare qualche nuova considerazione sulla cronologia interna dell'edizione palermitana.[40] Come si è visto, i disordini del '72 e, soprattutto, i quattro lunghi e difficili anni della rivolta hanno sostituito all'attivismo indubbio del Di Tommaso e del Borelli per l'opera cominciata una stasi pressoché totale.[41]

Rientrati gli spagnoli in città, i beni confiscati al Di Tommaso furono trasportati a Palermo e ivi venduti. La 'supplica' del Salva al vicecancelliere dell'Ordine di Malta, Manuel Aríos y Porres, con il racconto circostanziato delle disavventure del personaggio, fa credere che la vendita (e l'acquisto relativo) dei ritrovati esemplari in folio dell'*Archimede* sia avvenuta verso la fine del 1689 o, al più tardi, nella primavera del 1681.[42]

Il Salva, che aveva già tentato su piccola scala di intraprendere un'attività tipografica,[43] associò subito all'acquisto appena effettuato l'idea di sfruttarlo in maniera conveniente per riprendere in pieno e con migliori prospettive quella professione, per diffondere il nome della nuova ditta (all'insegna dell'«aurea conca») e per raccogliere così adeguate commesse di lavoro.[44] Il piano sembrava semplice. Si trattava di fare leva su di un lavoro, impegnativo sì per l'importanza che rivestiva sotto il profilo culturale, ma che, tutto sommato, non doveva presentare grandi difficoltà di ordine tecnico, essendo già stato impostato tipograficamente e in gran parte realizzato dal Bonacota in Messina.

[40] Cfr. i testi raccolti nell'*Appendice* ed il prospetto cronologico che li precede.

[41] Una stasi temperata alquanto dal fatto che pure in Roma, nelle condizioni difficili che sappiamo, Borelli continuava comunque a pensare all'*Archimede*, non mancando di inviare al Di Tommaso, in Messina, qualcuno almeno dei testi che non si erano trovati tra le carte del Maurolico (ad esempio il *De numero arenae*, cfr. la lettera del Balsamo nell'*Appendice*).

[42] Borelli, già morto da almeno un anno, non poteva essere al corrente; Di Tommaso era invece in Francia, dove si era recato al seguito della flotta francese che aveva abbandonato Messina.

[43] Sempre che funzioni l'identità Salva = Cillenio Esperio, il Salva aveva già stampato a Lucera (nel 1675), a Palermo nel 1677 ed a Trapani nel 1679, utrilizzando lo stesso pseudonimo (cfr. *supra* la nota 35).

[44] L'intenzione del Salva è espressa chiaramente nell'indirizzo al lettore premesso all'*Archimede* (cfr. il testo nell'*Archimede*), là dove, accingendosi a riassumere i retroscena dell'edizione, esprime voti a che i «typi nostri iam tertio, ut flores teneri, revulsi, tertioque pullulantes robustum acquirant incrementum».

Salva non era affatto solo nell'impresa; finanziato probabilmente per l'acquisto degli stessi volumi sciolti dal palermitano Giuseppe Del Voglia,[45] venne infatti incoraggiato da quest'ultimo a portare avanti il progetto che, per il binomio celebre che ne stava alla base (Archimede e Maurolico) e per l'aspettazione che aveva suscitato fin dagli esordi messinesi,[46] prometteva tanto sul piano del prestigio e soprattutto su quello della resa economica. Il piano formulato non fu niente altro che il frutto di questa intesa. Per fare quanto si proponeva, non restava al Salva che chiedere informazioni a Messina, da dove proveniva il materiale acquistato, sulla consistenza effettiva dell'*Archimede* mauroliciano. Ed infatti i volumi scompleti giunti a Palermo con il sequestro, privi di frontespizio, di lettere prefatorie e soprattutto privi di parte dei testi archimedei che l'introduzione del Maurolico pure indicava, potevano benissimo lasciare intendere che le parti mancanti fossero rimaste a Messina per un qualunque motivo; importava anche, tra l'altro, chiedere informazioni di dettaglio su chi aveva messo mano all'abortito progetto messinese, e cioè sul Di Tommaso e sul Borelli, personaggi verosimilmente ignoti al Salva.

Meditati alquanto tutti questi interrogativi insieme al Del Voglia ed al futuro dedicatario dell'impresa, tale Simone Rondinelli,[47] l'aspirante tipografo/editore, opportunamente consigliato, si affrettò a richiedere i possibili lumi al padre Vincenzo Alias, il gesuita a noi già

---

[45] Su di lui, letterato di valore e giurista, animatore dell'Accademia palermitana dei Riaccesi, cfr. ANTONIO MONGITORE, *Bibliotheca sicula sive de scriptoribus siculis, qui tum vetera, tum recentiora saecula illustrarunt, notitiae locupletissimae*, tomo I, Palermo, 1707, p. 408. Vale la pena di riferire che, già trent'anni prima dell'operazione Archimede, il Del Voglia aveva sostenuto una polemica a stampa contro il gesuita messinese Placido Samperi sulle questioni allora tanto dibattute del primato dell'una o dell'altra città nell'isola. Non è forse azzardato dire che in tale antica animosità, rinvigorita ed esasperata dai fatti del 1674-1678, va vista una delle ragioni che hanno spinto il Del Voglia ad imbarcarsi nell'impresa dell'*Archimede*; impresa che nei relativi progetti avrebbe dato lustro all'immagine accademica di Palermo, da troppo tempo ormai subordinata a quella di Messina.

[46] Per l'aspettazione suscitata, in Italia e all'estero, dal progetto comune del Borelli e del Di Tommaso sono importanti gli epistolari dell'epoca (v. *infra*).

[47] Sul Rondinelli, un fiorentino, commendatore dell'Ordine di Malta e 'principe' dell'Accademia dei Riaccesi (e come tale noto al Cillenio Esperio da almeno quattro anni, com'è affermato nella lettera di dedica dell'*Archimede*), non sono riuscito a trovare altri dati. La mia impresssione è che la sua partecipazione all'impresa editoriale dell'Esperio deve essere stata piuttosto marginale; il grande dignitario dell'ordine di Malta, implicato in un'operazione che si basava molto su indagini e ricerche da eseguire in Malta, ossia nel luogo più direttamente connesso ad una certa sua giurisdizione, giovava sostanzialmente poco al Cillenio Esperio, nella speranza di quest'ultimo di avere offerto nell'isola un impiego più stabile quale tipografo.

noto che, per essere stato amico del Borelli, per aver soggiornato a lungo a Messina,[48] prima e durante la rivolta, e in particolare durante la stampa dell'*Archimede*, avrebbe potuto benissimo fornire agli occhi dei palermitani i necessari ragguagli.[49]

Ad una prima lettera probabilmente spedita nel marzo o nell'aprile del 1681 a Messina, ma non pervenuta all'Alias perché trasferito già da qualche mese a Malta, dove richiesto dal Gran Maestro aveva preso ad insegnare matematiche ai cavalieri gerosomilitani,[50] Cillenio

---

[48] Cfr. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., p. 100 e seguenti.

[49] Inutile dire che ciò rivela scarsa informazione riguardo a ciò che avveniva a Messina; veniva sopravvalutato il ruolo dell'Alias e non si conoscevano i termini esatti dell'amicizia di costui con il Borelli. Di riflesso, vale la pena di notare che pure le conoscenze 'gesuitiche' che il De Voglia, l'Esperio e gli accademici palermitani avevano non erano gran che qualificate: nel collegio di Palermo mancavano non solo precise informazioni sul collegio di Messina ma anche i matematici che avrebbero potuto aiutare, e molto, nel completamento dell'edizione del 1685, e che avrebbero forse potuto rendere superfluo il viaggio a Malta del Cillenio Esperio.

[50] Cfr. K. A. F. FISCHER, *Jesuiten mathematiker in den Französischen und Italienischen Assistenz bis 1762 bzw 1773*, «Archivum Historicum Societatis Iesus», LII, 1983, pp. 81 e 86. Per il Fischer, l'insegnamento in Malta dell'Alias durò dal 1681 al 1698; va da sé tuttavia che, secondo gli usi dei collegi (inizio dei corsi nell'autunno e fine prima dell'estate successiva), il primo anno di insegnamento dell'Alias va inteso come 1680/81 e che il gesuita messinese giunse nell'isola non oltre l'ottobre del 1680. Stando al carteggio premesso all'*Archimede*, l'identità 'vera' dell'Alias, ivi chiamato Francesco, riesce misteriosa. Ed infatti, mentre vari repertori citano il Balsamo, figura tutto sommato secondaria, non altrimenti nota che per le informazioni 'messinesi' sull'*Archimede* del Maurolico, il nome di 'Francesco' Alias, malgrado le lodi sperticate tributategli dall'Esperio, ed ancora più malgrado l'immagine stimolante di scienziato che, più obiettivamente (anche se fumosamente), si riesce a trarre dal carteggio appena illustrato, non figura da nessuna parte. L'enigma è presto risolto se si identifica il 'Francesco' menzionato dall'Esperio con l'unico Alias gesuita menzionato dai repertori, e cioè con 'Vincenzo' Alias; identificazione possibile se si osserva che le vicende bibliografiche di questo secondo Alias [cfr. C. SOMMERVOGEL, *Bibliothèque* cit., I, col. 177 e 4(r.), con correzioni ed aggiunte varie nei voll. VII, col. 1609, e XII, coll. 59 e 916], si accordano abbastanza bene, nei loro dati essenziali, con quel pur debole profilo di 'Francesco' che il carteggio premesso all'*Archimede* mauroliciano permette in qualche modo di delineare. Riassumendo: poiché è alquanto improbabile, anche per il silenzio delle fonti, l'esistenza di due differenti Alias, entrambi messinesi, gesuiti, vissuti nello stesso arco di tempo e con lo stesso tipo di carriera (professori di matematica, nel collegio messinese dapprima e, successivamente, in Malta), è da ritenere assodato che essi in realtà corrispondono ad una medesima persona. Rimane ignota, almeno per il momento, l'origine di quello che considero semplicemente un banale errore del Cillenio Esperio (per un profilo dell'Alias, che apre uno squarcio sulla situazione dell'insegnamento scientifico a Messina in ambito gesuitico nella seconda metà del Seicento e sulle relazioni di questo ambiente con il Collegio Romano, cfr. nel mio *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., l'Appendice VIII 3). Sull'Alias cfr., inoltre, le molte citazioni fatte da Giovanni Ventimiglia nel suo *De' Poeti siciliani* cit., e in particolare quella di p. 40, dove, a proposito di certi antichi scolii a Teocrito, Ventimiglia avverte che gli sono stati tradotti «dalla cortesia, e studio del M. R. P. Vincenzo Alias mio caro compatriota, consumatissimo nelle lingue più nobili, delle quali, e delle Matematiche discipline è degnissimo Professore nell'almo Collegio de' RR. PP. della Compagnia di Giesù in questa Città». È da aggiungere, infine, che l'Alias

Esperio ne fece seguire una seconda in data 7 maggio. Le risposte incoraggianti dell'Alias, fornite in due tempi,[51] convinsero il Salva a procedere dapprima all'acquisto di una 'imprenta', abbastanza attrezzata, con la quale completare da una parte il volume dell'*Archimede* non ancora del tutto finito, e soprattutto avviare la nuova attività sulla base del successo che l'impresa stessa dell'*Archimede*, ormai riavviata su basi sicure, gli avrebbe certamente procurato.

L'acquisto delle attrezzature tipografiche, per le quali Salva fu costretto a chiedere in prestito ben in anticipo ingenti somme di danaro, dovette avvenire nella tarda primavera dell'81. I creditori, tuttavia, illusi forse da avventate promesse da parte del Salva, i cui entusiasmi facevano prevedere affari facili ed a breve scadenza, premevano per la restituzione delle somme prestate e, alle scadenze puntualmente disattese dei primi pagamenti, minacciarono il sequestro dei materiali. Il terrore di vedere così fallire un'impresa appena cominciata, sulla quale riponeva le più grandi speranze, spinse Salva a chiedere tempo e ad accelerare quanto possibile la pubblicazione dell'*Archimede*. Egli riuscì, non si sa come, ma ritengo per le protezioni di cui malgrado tutto godeva, ad ottenere una ulteriore dilazione per i propri debiti e, venuto a conoscenza dei trattati che l'Alias aveva in animo di pubblicare e delle necessità tipografiche dei cavalieri gerosolimitani in Malta, tentò senza indugi di stabilirsi nell'isola.[52]

Il progetto del trasferimento, formulato alla meglio, venne condotto in tutta fretta e sul finire di luglio il Salva viaggiava verso Malta con l'idea di concludere ivi la faccenda Archimede e di darsi tutto a soddisfare le esigenze tipografiche dell'Alias da una parte e dei cavalieri dall'altra. Nonostante gli sforzi e nonostante l'interessamento presumibilmente sincero dell'Alias, Salva non concluse gran che nell'isola e, dopo poco più che due mesi, costretto forse anche da esigenze familiari che posso solo immaginare,[53] tornò definitivamente a Palermo. Abbandonata o forse solo accantonata per il momento l'idea di stampare i libri dell'Alias, al Salva non restò che concentrarsi sull'impresa dell'*Archimede*, per la quale in fondo, avute le notizie suppletive dell'Alias e quelle del Balsamo, il viaggio a Malta non era riuscito per nulla inutile.

Nei fatti, il biennio 1682-1683 trascorse senza grande impegno da parte del Salva, che pure, distratto dall'*Archimede*, trovava modo di stampare, in Palermo ed anche a Trapani, libri edificanti o di genere scolastico e comunque poco impegnativi dal punto di vista tecnico.[54] Le cose si sbloccarono verosimilmente sul finire del 1683, quando il Salva, ritenuto ormai virtualmente concluso il suo lavoro sull'*Archimede*,[55] si mosse per ottenere i prescritti permessi di stampa, accordatigli regolarmente nel gennaio successivo.

Ma se i permessi, a firma del gesuita Bernardo Giaconio e del censore di libri Giovanni Del Giudice,[56] sono rispettivamente datati 3 e 18 gennaio 1684, la dedica a Simone Rondinelli è datata 1 novembre 1684. L'intervallo si spiega forse con difficoltà incontrate nel-

aveva in ogni caso un fratello di nome Francesco, 'mercatante', ed una sorella Flavia, coniugata al pittore Giovanni Quagliata (cfr. FRANCESCO SUSINNO, *Vite de' pittori messinesi*. Testo, introduzione e note bibliografiche a cura di VALENTINO MARTINELLI, Firenze, 1960, p. 191).

[51] Rispettivamente il 31 maggio e per altra lettera pervenuta al Cillenio ai primi di luglio, con le ulteriori unformazioni avute dal Balsamo; lettera, questa seconda, non inclusa nel carteggio edito ed introvabile al momento.

[52] Le tipografie in Malta non avevano alcuna tradizione; la prima documentata è stata quella dei Bonacota, operante verso la metà del '600 e poi trasferitasi a Messina (dal 1658) lasciando l'isola priva di torchi per lungo tempo (cfr. NICOLÒ DOMENICO EVOLA, *Ricerche storiche sulla tipografia siciliana*, Firenze, 1940, pp. 170-171). Sulla produzione dell'Alias cfr. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., *Appendice* VIII 3 e le annotazioni relative.

[53] I riferimenti alle condizioni difficili in cui versava la famiglia del Salva sono nella supplica all'Arfos y Porres e, al di là delle esagerazioni che il genere stesso del documenmto può avere stimolato, paiono perfettamente credibili alla luce di ciò che sembra quasi essere stato una fuga da Malta (cfr. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., l'*Appendice* cit.).

[54] Almeno una volta, infatti, prima dell'*Archimede* ma nel biennio indicato, lo pseudonimo Cillenio Esperio era già stato utilizzato, verosimilmente dallo stesso Salva; si ha dell'Esperio una grammatica della lingua francese pubblicata a Trapani nel 1683 (cfr. ALESSIO NARBONE, *Bibliografia sicola sistematica*, IV, Palermo, 1885, p. 194).

[55] A Palermo le matematiche, che pure avevano avuto vari momenti interessanti, versavano in grande crisi in quello scorcio di secolo. Gli accademici 'riaccesi' riuniti intorno al Del Voglia, al Rondinelli e al Cillenio Esperio non sembravano comprendere particolari competenze matematiche tra le loro file. Anche la situazione di tali discipline nel locale collegio dei gesuiti non era incoraggiante; secondo il Fischer, negli anni dal 1680 al 1685 si sono succeduti nell'insegnamento di essa i padri Francesco Raimondo, e Giovambattista Oddi (K. A. F. FISCHER, *Jesuiten Mathematiker* cit., pp. 83-84), ma nessuno di questi, stando ai repertori, ha lasciato un particolare ricordo di sé. Si capisce dunque come, al di là delle complicazioni tecniche o di quelle finanziarie (più probabili), il Salva si sia trovato praticamente solo nell'impresa ed abbia dovuto fare ricorso pesantemente all'aiuto che poteva provenirgli da ambienti diversi da quelli palermitani.

[56] Sul Giaconio o Giaconia non ho dati; non così sul Del Giudice, per il quale cfr. A. MONGITORE, *Bibliotheca sicula* cit., I, p. 332; si apprende da tale 'voce' che il censore fruì lui stesso, nel biennio 1684/1685, dei servizi tipografici del Cillenio Esperio, per la stampa di un proprio opuscolo di rime in vernacolo e di un altro di carattere agiografico con un dialogo su San Benedetto.

l'ultimazione dell'opera e con altre di tipo finanziario; ma mentre sulle prime non è possibile dire nulla, salvo che sollevare un minimo di dubbio per l'attestata esistenza a stampa di una precedente dedicatoria allo stesso Rondinelli scritta nell'aprile,[57] per quanto concerne propriamente le seconde si può solo immaginare che le stesse siano state superate con il concorso del libraio palermitano Antonino Giardina, il cui nome figura nell'edizione (fatta «sumptibus Antonini Giardinæ bibliopolæ panormitani»).

Esaminiamo adesso materialmente l'*Archimede*. Il volume si presenta con un grosso nucleo centrale (le cc. 1-275, con gli scritti di Archimede 'ex traditione Maurolyci'), stampato su carta bianca, forte, e dotata di filigrana, e con due parti aggiunte all'inizio e alla fine, contenenti rispettivamente la dedica e il carteggio del Cillenio Esperio e le integrazioni ai testi mauroliciani per il completamento della serie delle opere archimedee. Le integrazioni, contrariamente ai testi propriamente mauroliciani, sono impresse su carta di povera consistenza, adesso fortemente ossidata, e per di più priva di filigrana. Alla luce di quanto detto finora emerge con chiarezza il sospetto che l'*Archimede* palermitano non sia stato interamente impresso né a Palermo né dal solo Cillenio Esperio; sembra difficile, in particolare, trovare disparità come quelle indicate all'interno di una stessa opera ed attribuirle ad uno stesso tipografo.

Il confronto tra i caratteri di stampa all'interno del volume rivela inoltre l'uso costante nel nucleo centrale degli stessi caratteri, bene incisi e delineati, del tutto diversi da quelli, piuttosto rozzi, utilizzati nelle aggiunte; va da sé che, in queste, i capilettera ed i disegni geometrici rivelano pure una fattura piuttosto grossolana, contrastante

[57] Cfr. Vincenzo Flauti, *Sull'Archimede e sull'Apollonio di Maurolico. Osservazioni storico-critiche*, «Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Napoli dal 1852 in avanti», II, 1857, pp. LXXXIV-XCIV, ripreso da Federico Napoli, *Intorno alla vita ed ai lavori di F. Maurolico*, in «Bullettino di bibliografia e storia delle scienze matematiche e fisiche», X, 1876, p. 12, nota 4. Tale prima dedica, in data «Panormi kalendis aprilis 1684», è stata riscontrata dal Flauti su di un esemplare dell'*Archimede* impresso nel 1684 da lui posseduto. La descrizione del Flauti, tuttavia, meno che da una edizione vera e propria, anteriore a quella qui illustrata e che ho definito unica, fa pensare piuttosto a un tentativo chiaramente abortito, se non altro per le innumerevoli mende che, al dire del Flauti, lo contraddistinguono. Sarebbe fortemente desiderabile, a questo punto, rintracciare almeno il testo della prima dedica; nell'ipotesi ragionevole che esso risulti diverso da quello ben noto steso nel novembre successivo, si potrebbero, infatti, apprendere utilmente nuovi particolari dell'impresa fortunatamente portata a termine dall'Esperio.

parecchio con l'eleganza dei capilettera e dei disegni contenuti nel nucleo centrale. La confisca e la successiva vendita a Palermo dei materiali impressi dal Bonacota, attestata chiaramente dall'Esperio, porta così a ritenere che quest'ultimo abbia spacciato per suoi i materiali impressi a Messina. Anche un confronto esterno, per quel che può valere, con edizioni certe del Bonacota, per le parti che è stato possibile confrontare, mostra la somiglianza di caratteri e soprattutto un'eguale misura delle '20 linee di stampa';[58] non ho quindi riserve nel ritenere che l'edizione palermitana sia in realtà quella messinese opportunamente travestita.

Ma se ciò è vero, se l'*Archimede* era già in larga misura compiuto, perché è bisognato al Cillenio Esperio attendere un tempo così lungo per ultimarlo? Riteneva possibile, almeno in un primo tempo, ricomporre il tutto e con questo apportarvi quei perfezionamenti che a Messina non si erano potuti dare? Non abbiamo risposte di nessun tipo. Dal punto di vista tecnico una difficoltà non piccola per identificare l'edizione palermitana con quella messinese del Bonacota sta in un punto della lettera responsiva di Carlo Balsamo; punto che lascia intravvedere una diversa consistenza dell'edizione abortita rispetto a quella finale del 1685: si dice ivi, al punto 8, che Di Tommaso e Borelli procedevano dapprima a stampare il puro testo di Archimede (piuttosto che nell'originale dialetto dorico, in una traduzione latina), facendolo seguire dai commentari del Maurolico, e ciò separatamente per ciascuno dei trattati di Archimede.[59] L'affermazione del Balsamo lascia alquanto perplessi, quanto meno per il fatto che i testi archimedei *ex traditione Maurolyci*, sia per come sono menzionati negli *Indices luc.*, sia per come appaiono nell'edizione palermitana, non sono tanto

[58] Regola che comporta nel nostro caso l'equivalenza: 20 linn. = 94 mm., da ritenere costante, a parità di caratteri e di formati, nella produzione di uno stesso tipografo. A rigore, tale criterio varrebbe soltanto, con qualche approssimazione, per periodi ben anteriori a quello che qui interessa, e non è applicabile in generale alle edizioni del XVII secolo. Per i confronti ho utilizzato, oltre all'*Archimede*, in più esemplari, i seguenti voll. impressi dal Bonacota in Messina: Placido Reina, *Delle Notizie istoriche della città di Messina*, Seconda parte, Messina 1668, e Giuseppe Pilaja, *Institutionum decisiones pontificiae ex corpore iuris canonici extractae*, Messanae, Ex Typographia Illustriss. Senatus, Apud Paulum Bonacota, 1664.

[59] Scrive il Balsamo: «Nello stamparsi quest'opera d'Archimede facevasi prima dal detto di Tommaso, e dal Borelli stampari il primo libro verbi gratia d'Archimede, e poi si dava a stampare l'autografo del Marolì sopra il medesimo libro, e così degli altri libri, e commentaretti separati l'uno dall'altro...» (*Admirandi Archimedi* cit., cc. [4*r*]-[4*v*]; ma si veda il testo nell'*Appendice*).

dei 'commentari', quanto vere e proprie rielaborazioni degli originali di Archimede; ne deriva che Cillenio Esperio, e chi lo appoggiava finanziariamente, eliminando i testi 'puri' di Archimede dagli in folio comprati dal Regio Fisco hanno operato pesantemente, ridimensionandolo, sull'iniziale progetto editoriale borelliano.

Ma allora cos'erano i 425 esemplari in folio acquistati? L'aggiunta dei testi 'puri' di Archimede, a giudicare dall'edizione palermitana, farebbe pensare a volumi di consistenza pressoché doppia di quella finale; spessore doppio, doppie difficoltà di ordine tecnico-tipografico e di ordine più squisitamente editoriale; difficoltà che per una ditta agli inizi, come quella che Cillenio Esperio tentava disperatamente di impiantare, potevano anche rivelarsi insormontabili. Da qui, quasi certamente, la decisione finale (probabilmente presa su consiglio del Del Voglia e forse anche di Alias) di sopprimere i testi 'puri', salvo che per quelle parti non trovate tra le carte del Maurolico e supplite in vario modo, e di restituire così all'intero progetto una sorta di piena dimensione mauroliciana.[60]

Il taglio operato corrisponderebbe dunque ad una scelta opposta a quella, in certa misura filologica, che Borelli e il Di Tommaso avevano cercato di dare all'iniziativa. Su tale punto conviene riflettere alquanto; viene insomma di ripensare globalmente alle precedenti imprese 'filologiche' del Borelli; quelle connesse all'*Apollonio* mauroliciano del 1654 ed a quello arabo del 1661. Viene cioè di pensare che, se Borelli, già impegnato con l'*Emendatio et restitutio*, avesse inteso portare avanti un progetto simile a quello di venti anni dopo relativo all'*Archimede*, è giocoforza mettere in conto l'aggravio che ne sarebbe derivato, e che la scelta finale di non includere nell'edizione definitiva dell'*Apollonio* il testo 'puro' di Apollonio, deve avere significato non tanto le 'gelosie' degli eredi del Maurolico (cui ho altrove accennato) che in un estremo sussulto di amor proprio cercavano di gestire

[60] Tale 'dimensione' non ha altre vesti che quelle ben note alla letteratura sul nostro scienziato ed umanista. Maurolico non mirava affatto a ricostruire nella loro purezza i dettati delle opere antiche, non faceva certamente 'filologia', dava solo testi 'rivisitati', nei quali spesso l'attribuzione ad un autore classico non rende conto appieno dell'originalità dell'interpretazione e talvolta degli stessi contenuti dovuti allo scienziato messinese; originarietà celata nella locuzione «ex Maurolyci traditione». Nella prospettiva indicata, l'idea di edizioni che presentassero congiuntamente testi 'puri' e commenti del curatore non è in alcun modo attribuibile al Maurolico.

da soli l'impresa, quanto un rifiuto del Borelli, o in altri termini l'impossibilità per lo scienziato napoletano di 'firmare' in coscienza un lavoro che, per quanto scientificamente gestito da lui in prima persona in quell'occasione, travalicava o travolgeva del tutto, alla fin fine, il proprio disegno originario.[61]

Ma, chiusa la digressione, se è vero lo stravolgimento da parte del Cillenio Esperio dell'originale tiratura del Bonacota, cosa ne è stato delle parti espunte? Si è proceduto ad una composizione 'ex novo' o si è piuttosto scelto di separare dagli originali sequestrati in Messina le sole parti del Maurolico? o una tale separazione era già avvenuta a Messina? Nell'un caso e negli altri cos'è avvenuto delle parti rifiutate? Anche in questo caso è impossibile dare risposte sicure.[62]

In conclusione, l'intera operazione del Cillenio Esperio, benché meritevole, avendoci conservato testi che sarebbero andati probabilmente perduti del tutto, appare contrassegnata da motivazioni strettamente commerciali e speculative. Al di là delle fatiche indubbie che sono risultate necessarie per completare l'aspetto propriamente editoriale, quelle specificamente tecniche non sono certamente da sopravvalutare, avendo l'Esperio, anzi meglio il Salva, sfruttato appieno qualcosa già prodotta altrove, ed i ritardi tra il ritrovamento dei 425 in folio e la cosiddetta edizione palermitana del 1685 hanno per almeno 3/4 spiegazione nei problemi personali del Salva, nei suoi indebitamenti e nelle sue questioni familiari; anche in questo modo, dopo le repressioni governative ed i duri provvedimenti economici e culturali contro la città dello Stretto, agli sfortunati protagonisti della tragedia messinese, ma più in generale alla disastrata imprenditoria locale, veniva insomma assestato un colpo ulteriore.

[61] Cfr. quando ho avuto modo di dire in *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., a proposito dell'*Apollonio*; è indubbio, tuttavia, che l'intera questione merita un riesame completo e, soprattutto, nuove fonti documentarie.

[62] È ovvia la possibilità di discettare sulle innumerevoli soluzioni tecniche (dal punto di vista tipografico) relative ad una ipotetica ricostruzione dell'edizione abortita come descritta dal Balsamo; tuttavia, l'inesistenza di materiale provenienti dai cosidetti testi 'puri' che precedevano, trattato per trattato, l'*Archimede* mauroliciano, come anche, in subordine, la mancanza di ulteriore documentazione in proposito, rendono superfluo e poco producente tale esercizio.

3. Corrispondenze erudite della seconda metà del '600 e l'aspettazione dell'«Archimede».

Le considerazioni fatte nelle pagine precedenti intorno all'*Archimede* del Maurolico hanno unicamente riguardato una ricognizione esterna, per così dire, del 'cadavere'. Ho cioè preferito concentrarmi sugli antecedenti messinesi dell'edizione e su di un'analisi bibliografica della stessa, mostrandone le connessioni molteplici tra i vari elementi di fatto e dimostrando lo stretto legame, direi fisico, tra il volume palermitano del 1685 e l'aborto editoriale-tipografico messinese di tredici anni prima. Ciò che finora è rimasto in ombra, se non è stato propriamente taciuto, è invece l'atmosfera di attesa che, per il diffondersi rapido, ha circondato, negli ambienti eruditi di mezza Europa, lo svolgersi della vicenda sopra narrata o di alcune della sue tappe più importanti: un'atmosfera che credo sia qui particolarmente interessante rievocare, a complemento di quanto detto fino ad ora. Perché, poi, un'impresa *in fieri*, con le difficoltà accennate e particolarmente con le gravi complicazioni di origine politica e militare, sulla cui esposizione mi sono diffuso non poco, abbia suscitato vere e proprie 'attese' è facile arguire dalla partecipazione alla stessa, o quanto meno al suo avviarsi ed alle prime tappe significative, di un comprimario notevolmente importante: Giovanni Alfonso Borelli.

Che il Napoletano, scienziato di fama e provetto editore di testi, sia stato soltanto un comprimario e non il protagonista assoluto dell'operazione Archimede fortunatamente conclusa nel 1685, è noto ormai, dal ruolo essenziale giocato, pochi anni dopo l'abbandono da parte sua, dal Cillenio Esperio, o Juan Silvestre Salva, intervenuto molto opportunamente a riprendere i relitti di ciò che appariva come un ormai irrimediabile naufragio e a condurre a salvamento l'intera operazione. Ma, fuor di metafora, le benemerenze indubbie dell'Esperio non tolgono nulla ai meriti propri del Borelli di aver saputo fare in qualche modo un caso pubblico del proprio generoso, per quanto fallito, tentativo: un caso seguito 'in diretta' fin dal principio da un uditorio vasto e in particolar modo all'interno degli ambienti scientifici ed accademici di quell'epoca.

È chiaro, infatti che se le motivazioni personali dell'Esperio per tale impresa, alla quale l'ispano-siculo si è accinto con l'accanimento e la passione che ho evidenziato nelle pagine precedenti, sono principalmente rintracciabili nella ricerca spasmodica di un successo e di una notorietà fino a quel momento a lui mancati e nel suo tentativo di metter su, sull'onda lunga del medesimo, con un'impresa veramente degna di questo nome, anche se basata su fatiche, ingegno e parziali realizzazioni altrui, un'industria tipografico-editoriale di grande qualità e prestigio, l'operazione troncata a mezz'aria del Borelli aveva motivazioni in qualche modo più nobili, strettamente connesse alla elevata professionalità dello scienziato, già manifestata con parecchie pubblicazioni specifiche e con la viva partecipazione ad alcune delle più grosse iniziative scientifiche, ed alle risonanze che, secondo le sue previsioni, la stessa operazione, una volta condotta a temine, poteva produrre nella ricerca medesima.

Vissuta, dunque, sullo sfondo delle accademie, delle fitte relazioni culturali del promotore più importante dell'iniziativa, l'avventura dell'*Archimede* mauroliciano, dai primordi messinesi alle meditazioni toscane, compiva in Messina, tornato Borelli, i primi passi concreti verso la realizzazione, destandone echi e impressioni che hanno incuriosito non poco il mondo accademico, non soltanto italiano, portandolo di frequente a interrogarsi sull'andamento stesso della vicenda e sui possibili esiti.

Ho già mostrato l'interessamento di Henry Oldenburg che, interpellando Malpighi, esprimeva certamente, meno che una genuina curiosità personale, l'interesse vero e concreto di tutta l'Accademia di cui era segretario, nei confronti del Borelli e dell'impresa archimedea da costui avviata; ho anche indicato il valore di tale notizia nella opportunità che ha offerto di stabilire per la prima volta, con notevole approssimazione, la data d'inizio dell'intera vicenda. Cercherò adesso, seguendo nel tempo l'evolversi delle 'curiosità' dell'Oldenburg sull'argomento e raccogliendo, attraverso altri epistolari dell'epoca, un certo numero di testimonianze dello stesso tipo, di dare un'idea bastantemente precisa dell'aspettazione suscitata presso i matematici dalle notizie di vario segno e portata che circolavano sull'impegno diretto del Borelli negli importantissimi preliminari messinesi alla pubblicazione; un'aspettazione conclusa, com'è naturale, dall'avvenuta pubblicazione e suggellata, proprio a livello internazionale, dalla recensione apparsa nel fascicolo di ottobre 1687 degli *Acta eruditorum* di Lipsia.

Presentando i dati disponibili non posso in alcun modo, come è ovvio, ritenere esaustiva, la mia raccolta, che si basa unicamente su materiali editi, e neppure essi vagliati con completezza; mi preme anzi sottolineare che, pur nel campione modesto qui offerto, il numero e la qualità delle notizie trovate fanno ritenere questo genere di fonti, finora non particolarmente sfruttate, molto più ricco e promettente di quanto i miei spogli casuali e sommari non abbiano rivelato.

Tra le fonti utilizzate (che preciserò di volta in volta) di gran lunga più ricca si è rivelata la corrispondenza da poco finita di pubblicare di Henry Oldenburg, il celebre Segretario della Royal Society. Ovviamente, le notizie borelliane che si rintracciano, in questa, come nelle altre corrispondenze sotto indicate, sono un po' più numerose che non quelle semplicemente legate all'*Archimede*; nonostante ciò, per l'indissolubilità degli intrecci biografici e bibliografici che mostrano, mi sembra conveniente non separarle e farne una presentazione d'insieme, perché il loro solo succedersi scandisce cronologicamente l'interesse che si aveva all'estero per il personaggio e per l'impresa editoriale ad esso legata.[63]

Come ho già ricordato, il primo riferimento 'estero' importante, seppure indiretto, all'impresa Archimede è quello contenuto nella risposta del 1° aprile 1668 del Malpighi ad una lettera di Oldenburg del 28 dicembre precedente; all'Oldenburg che in un *postscriptum* chiedeva a Malpighi, per riferire poi alla Royal Society, di essere informato sulle opere superstiti di Giovambattista Odierna e del Maurolico, Malpighi fornisce un certo numero di dettagli, che giova qui ripetere: «Opusculorum Hodiernæ quæ apud me sunt, adiunctum indicem recipies. Maurolici (*sic*) opera diversis temporibus, et locis evulgata non parum desiderantur. Scio iam pridem apud ipsius hæredes manuscripta perdurasse, quæ in sagaciorum manus pervenere; ejusdem tamen operum elenchum ab ipsum exaratum, hic habebis»; aggiungendo anche che Borelli vive 'adhuc' in Sicilia, da dove può soddisfare meglio certe curiosità, «quia patria regionis memorabilia probe callet, ideo plura suppeditare cupientibus poterit».[64]

Se, avute tali informazioni, Oldenburg abbia subito insistito per dettagli più precisi, e magari presso lo stesso Borelli, ottenendo notizie di prima mano sulle sue iniziative mauroliciane non sappiamo con certezza. Si deve presumere che Oldenburg ha comunque avuto que-

[63] Nelle citazioni dall'epistolario (cfr. i dati bibliografici alla nota 37) userò la sigla OLD, numeri romani e cifre arabe indicheranno rispettivamente i volumi e le pagine.

[64] La lettera dell'Oldenburg è in OLD IV, pp. 91-92; la risposta del Malpighi è nello stesso volume a pp. 270-272 (cfr. *supra*).

sti ragguagli; infatti, a distanza di poco meno di due anni, perfettamente al corrente della volontà di Borelli di procedere alla pubblicazione dell'*Archimede* del Maurolico, chiedeva conferma dell'inizio concreto dell'operazione in un lungo elenco di 'desiderata' spedito a John Dodington, segretario dell'ambasciatore inglese a Venezia. Nella lista l'Oldenburg chiede all'amico, nell'eventualità di una gita a Napoli dell'ambasciatore (Mr. Dorrington), possibile accompagnato dal segretario, di informarsi, durante il soggiorno nella città partenopea, «Whether Signr Giovan Battista (*sic*) Borelli, at Messina, hath begun to print the Archimedes of Maurolycus».[65]

Commentando questa lettera, gli editori, senza approfondire gran che la questione, affermano che non è certo che Borelli stampò l'*Archimede* mauroliciano. Questa, in particolare, era una convinzione esplicita di John Collins, matematico di quel tempo, amico e corrispondente di Newton, oltreché di Oldenburg, che mostrava di seguire gli sviluppi della situazione. Una lettera del Collins, probabilmente della stessa epoca, diretta a James Gregory informa che Borelli:

will be disturbed in Sicily from publishing Maurolycus his Archimedes with his own Annotations, the Turks having got together a great navall force.[66]

Sbaglia il Turnbull, editore del documento, quando più oltre, nella stessa nota, dopo aver citato il Collins, afferma che «This restoration of Archimedes' work appeared with that of Apollonius in the third edition of his Euclid (1679)»;[67] il volume cui qui si allude è quello dal titolo *Elementa conica Apollonii pergaei et Archimedis opera Nova et breviori methodo demonstrata a Joanne Alphonso Borellio*, Romæ, apud Mascardum, 1679; in esso non si trova nulla di Euclide, tanto meno, dunque, vi si può vedere una terza edizione dell'*Euclide* borelliano.[68] Resta importante il fatto che già nel 1670 si avevano segni

[65] Lettera del 10 gennaio 1670 in OLD VI, p. 422; proprio il brano ora citato aiuta a fissare con buona approssimazione il *terminus a quo* e per la storia dell'*Archimede* e, soprattutto, per quella sicuramente meno felice della fase finale della dispersione dei detti manoscritti mauroliciani.

[66] La lettera non è datata ed è pubblicata, riferita genericamente al 1670, da H. W. TURNBULL ed., *The Correspondence of Isaac Newton*, I (1661-1675), Cambridge, 1959, p. 67, n. 4.

[67] *Ibid.*

[68] Vale la pena di osservare che né la dedica (non datata) di questo volume, indirizzata da Borelli al cardinale Felice Rospigliosi, fratello di un Tommaso, già suo allievo, né il proemio, dove si trova un ampio elogio del Maurolico (pp. 2 e 3), fanno cenno alla tentata pubblicazione dell'*Archimede* mauroliciano.

premonitori delle difficoltà successivamente incontrate dal Borelli nel compimento della sua ultima impresa mauroliciana; difficoltà derivate non già dai turchi (che pure, dopo la caduta di Candia, nel 1669, costituivano un pericolo reale, come indicano numerosi documenti di quegli anni relativi ai piani di difesa delle coste siciliane e calabresi predisposti dagli spagnoli) ma, come si è visto, dai gravi rivolgimenti interni di Messina e dalle conseguenti complicazioni nei rapporti tra la città ed il governo centrale di Madrid.

Alle notizie di fonte inglese dello stesso periodo si aggiungevano le informazioni dirette provenienti dal continente. Il 10 marzo dello stesso 1670, René François de Sluse, confermando all'Oldenburg quanto questi già sapeva, e cioè l'avvenuto ritorno in Sicilia del Borelli, gli comunicava che lo scienziato napoletano aveva ivi recuperato inediti del Maurolico e particolarmente quelli relativi all'Archimede, e che era prossimo a farli imprimere.[69] Interessante, inoltre, la notizia contenuta nella stessa lettera che lo scienziato si proponeva di stampare non solo l'*Archimede* bensì anche altri inediti mauroliciani.

Le preghiere dell'Oldenburg al personale di ambasciata inglese presso la Repubblica di Venezia, trovavano intanto un qualche ascolto; l'esito della missione napoletana dell'ambasciatore non è noto, ma, a distanza di qualche mese, il 12 maggio 1671, lo stesso Dodington, da Venezia, dove era nel frattempo rientrato, si affrettava a comunicare al Segretario della Royal Society che era in procinto di spedirgli, in breve tempo, insieme ad altri libri di carattere scientifico, «Another Apollonii pergæi (*scil.* quello del Borelli) in which is his Archimede di Maurolyco».[70]

Inesattezze a parte sull'associazione in un medesimo volume dell'*Apollonio* del Borelli e dell'*Archimede* mauroliciano, è molto importante nella lettera la testimonianza, sia pure indiretta ed imprecisa, che la stampa dell'*Archimede* era a buon punto e che nella primavera del 1671, se il riferimento del Dodington è esatto, la stessa si poteva dire pressoché ultimata.

Ad alimentare in vario modo il giro di informazioni che connette-

[69] La lettera è in OLD VI, p. 523, il brano recita: «Panormi in patria sua (*sic*) senectutis nidulum posuit, isthic reperisse Archimedem Abbatis Maurolyci, et ejusdem opera alia, quæ cum suis brevis typis daturus est»; ricordo appena che né Messina, dove in effetti è ritornato, né Palermo potevano essere 'patrie' del napoletano Borelli.

[70] Cfr. OLD VIII, p. 42.

va inestricabilmente in una rete fittissima la repubblica delle lettere, contribuivano naturalmente gli stessi italiani, che si premuravano di mettere in circolo la loro produzione, nella legittima aspettativa di essere ricambiati per ciò che concerneva la produzione estera. Borelli, come Malpighi e tanti altri, era in contatto con un buon numero di dotti inglesi e francesi. È parecchio strano, tuttavia, che, anche nel pullulare di notizie che lo riguardano e che accennano in varia misura ai suoi sforzi mauroliciani, Borelli stesso sembri reticente o circospetto in merito ai propri progetti. In una lettera a Collins, del 10 aprile 1671, scritta da Messina, Borelli, mentre chiede notizie dei libri che ha inviato, ed esattamente 21 esemplari del *De motionibus naturalibus a gravitate pendentibus* e 14 del *De Aetenaeo incendio* non fa infatti alcuna menzione né dell'*Archimede* né del *De motu animalium*.[71] Collins, nondimeno, ebbe presto notizie della prima opera e in una lettera al dr. Beale, del 20 agosto 1672, mentre ha modo di ricordare l'edizione messinese dell'*Apollonio*, che descrive compiutamente sulla base della citazione che ne fa Viviani, comunica che sta cercando di ottenerne copie attraverso un certo signor Lampaine, «a merchant, that is a good musician and lover of mathematics, who formerly lived at Messina»; [72] per affermare poi, in merito all'*Archimede*, che non c'è nulla di suo nella biblioteca di Oxford (presumibilmente la Bodleian Library), ma che ce n'è uno, progettato da Borelli, cioè quello del Maurolico («to wit that of Maurolycus»).[73] In altra lettera, di poco precedente (è infatti del 25 marzo 1671), lo stesso Collins scrive a Gregory precisando che il commento (così adesso lo definisce) di Borelli su Archimede deve essere pubblicato a Lione; informazione replicata il 5 maggio seguente con l'aggiunta che lo stesso commento è effettivamente in corso di stampa a Lione.[74]

Le notizie che nella fase indicata paiono abbondare scemano improvvisamente, fino a cessare del tutto, in parallelo con le difficoltà di ordine politico insorte a Messina. Gli avvenimenti del marzo del '72 nella città dello Stretto non trovano echi di alcun tipo nei documenti che esaminiamo, se si eccettuano le avvisaglie annunciate nella

[71] La lettera è in STEPHEN JORDAN RIGAUD, *Correspondence of scientific men of the seventeenth century*, Oxford, 1841, rist. Olms, 1965, I, pp. 165-166.

[72] S. J. RIGAUD, *Correspondence of scientific men* cit., I, p. 195.

[73] S. J. RIGAUD, *Correspondence of scientific men* cit., I, p. 198.

[74] S. J. RIGAUD, *Correspondence of scientific men* cit., II, pp. 218 e 222 rispettivamente.

lettera citata del Collins. Le fonti riprendono a farsi sentire relativamente tardi, ed è Borelli per primo che si fa vivo, con una lettera all'Oldenburg, del 20 aprile 1673, scritta «ex littore Brutio», in cui ringrazia il Segretario della Royal Society per il dono fattogli di parecchi libri e lamenta di non avere potuto goderne «quod maxime doleo non licuit itinere iam agresso tam eruditis lucubrationibus frui, ut avide cupiebam. Nec scio an Romæ, ubi quietem nactus fuero...».[75] Borelli, al solito, non fa qui alcun cenno allo stato di avanzamento dei suoi lavori, i disagi patiti, le caratteristiche di vera e propria fuga assunte da quest'ultimo viaggio a Roma, paiono avergli cucito ulteriormente la bocca. E non ne sapremmo più nulla se non si trovassero altri cenni in lettere di suoi amici. Il 30 aprile seguente, soltanto dieci giorni dopo, infatti, è ancora una volta Malpighi ad aggiungere, sempre da Bologna, qualche briciola d'informazione:

> Præclarissimum Borellius brevi Romae moram trahet et typis tradet tertium librum de Motu animalium et Maurolicam (*sic*) traductionem Archymedis de insidentibus aquæ (*sic*) additis propriis cogitatis et inventis.[76]

Notevole in questa lettera e nella precedente i riferimenti al trasferimento del Borelli a Roma. Emerge da qui, per la prima volta, credo, una più sicura datazione di uno degli eventi più importanti nella biografia del nostro scienziato. Mentre gli studiosi più attenti del Borelli si sono limitati, infatti, a indicare genericamente, tra la fine del 1672 e l'inizio del 1673, l'arco di tempo in cui detto trasferimento si sarebbe effettuato, la presenza a Roma dello scienziato fin dalla metà di aprile del '73, riduce il tempo delle peregrinazioni calabre. L'Adelmann, che pure, nella sua ricerca sul Malpighi, menziona e utilizza la lettera qui discussa in alcune belle pagine dedicate al Borelli, mostra di ignorarne il dettaglio importante su rilevato.[77]

Per quanto concerne specificatamente la sostanza delle notizie fornite dal Malpighi, occorre dire che il *De motu animalium*, dato per ultimato da tempo, venne finito di stampare in due parti distinte dopo la morte dell'autore, avvenuta il 31 dicembre 1679: ed esattamente la sola prima parte, concernente i movimenti prodotti dai muscoli, nell'agosto successivo, a distanza di otto mesi dalla scomparsa dello scienziato e più che sette anni dopo la lettera qui citata; la seconda parte, relativa ai moti muscolari interni, alla circolazione, alla respirazione ed all'attività nervosa, sul finire del 1681. È infine erronea l'affermazione del Malpighi sul *De insidentibus aquae*; non si trova infatti nulla in Maurolico (né negli *indices lucubrationum*, né negli scritti a stampa o inediti rimasti) che si possa riferire a detta opera di Archimede. Rimane ancora da notare, per insistere un tantino sul tema della circolazione delle notizie che riguardavano Borelli, che Oldenburg comunicò presto le informazioni avute dal Malpighi a Edward Bernard, 'Savillian professor' di astronomia ad Oxford.[78]

Fedele al proprio ruolo di perno e cerniera degli scambi e della comunicazione accademica, Oldenburg rispose presto a Malpighi, il 7 giugno 1673, ringraziandolo per la lettera precedente e affidandogliene altra per il Borelli scritta in pari data; in quest'ultima, in particolare, il Segretario accusa ricevuta della lettera del Borelli, giuntagli proprio in quei giorni dalla Calabria, dove venne scritta.[79] Tenendo presenti i tempi allora necessari per corrispondere tra Londra e l'Italia (mediamente un mese da Bologna, un mese e mezzo o due dalla Sicilia e dall'Italia meridionale), ecco qui una conferma ulteriore che Borelli si trasferì a Roma relativamente tardi rispetto a quanto affermato dai suoi biografi; verosimilmente sul finire della primavera del '73.

Stabilitosi a Roma, non v'è dubbio che i primi tempi del soggiorno devono essergli riusciti parecchio difficili: se non per le soluzioni logistiche (sostentamento e abitazione) certamente per la ripresa della propria attività scientifica. Anche i termini della sua fuga dalla Sicilia, le amicizie ivi lasciate contribuivano a complicare le cose, come appare dal suo coinvolgimento pesante nella gestione della rivolta messinese e della conseguente secessione della città dal governo centrale di Madrid. Pur tra mille difficoltà, la ripresa degli studi, ma senza accenni all'impresa mauroliciana, è ben documentata negli epistolari; è il francese Adrien Auzout che, scrivendo all'Oldenburg dalla stessa città il 24 agosto dello stesso anno, informa che Borelli ha finalmente

[75] OLD IX, p. 579.

[76] OLD IX, pp. 636-637.

[77] H. B. ADELMANN, *Marcello Malpighi* cit., I, pp. 722-723.

[78] Lettera del 22 maggio 1673, in OLD IX, pp. 664-665.

[79] OLD X, pp. 910.

ripreso gli studi e lavora «tout doucement» al suo trattato *De motu animalium*:

mais le grand chaud qu'il à fait ici cette année, en ce pays ci, l'aura empêché, aussi bien que les autres, de s'appliquer beaucoup au travail, outre qu'il a fallu qu'il se soit établi ici, ayant dessein, autant qu'on en peut juger, d'y rester. Je lui ai fait vos baisemains qu'il m'a chargé de vous rendre.[80]

Come si vede, non v'è più alcun cenno all'*Archimede* maurolicia-no, segno evidente che il relativo progetto del Borelli, ancora in piedi solo pochi mesi prima (secondo le informazioni del Malpighi) è ora definitivamente tramontato. L'esito negativo ormai ineluttabile del-l'impresa, nella gestione Borelli, non è tuttavia ancora noto al pubblico più largo di eruditi, La Royal Society, che pure preme per conoscerne l'evoluzione, fatica non poco a rendersi conto dell'effettiva realtà delle cose: Collins, ad esempio, scrivendo allo Tschirnhaus, tramite Oldenburg, il 30 settembre, interrogandosi sulla produzione scientifica italiana degli ultimi tempi, chiede specificatamente dell'*Archimede* del Borelli.[81] L'Oldenburg, ovviamente, non ne è al corrente e, sperando ancora di vedere pubblicato il volume, richiede per parte sua, a Francesco Nazari in Roma, nell'ottobre successivo, ulteriori e soprattutto più precise notizie sulla sua sorte; [82] il ritardo evidente nella pubblicazione di un'opera che sembrava già da tempo completata, è infatti del tutto inesplicabile, salvo pensare concretamente (ma il Segretario della Royal Society non sembra trarre questa conclusione) al fallimento definitivo di Giovanni Alfonso Borelli in tale impresa.

Come ho anticipato, la conclusione di tali vicende segue di poco la pubblicazione palermitana del 1685. L'attenzione dei riflettori europei sugli sforzi più che decennali (nella fase più concreta) per la pubblicazione dell'*Archimede* mauroliciano, bruscamente interrotta dai risvolti tragici propri degli ultimi anni di vita del Borelli, ha infatti un guizzo finale nel riconoscimento pubblico, sulle pagine degli "Acta eruditorum" del 1687, della riuscita, tipografica se con esattamen-

[80] S. J. Rigaud, *Correspondence of scientific men* cit., I, p. 209.

[81] S. J. Rigaud, *Correspondence of scientific men* cit., I, p. 211, ma il riferimento questa volta sembra fatto a quello che apparirà per le stampe solo nel 1679 (v. *supra*).

[82] Old X, pp. 294-295.

te editoriale,[83] del volume edito dal Cillenio Esperio. Ma anche per ciò che concerne la reale diffusione dell'opera, non dovrebbero esistere dubbi; quale che fosse il valore scientifico di una tardiva operazione editoriale, interessando scritti composti quasi un secolo e mezzo prima, l'azione del Borelli, l'interesse vivo nei confronti della sua opera, l'impresa successiva dell'Esperio e, quasi certamente, l'opera di matematici gesuiti hanno realmente prodotto quella diffusione, che è sembrata mancare all'esperienza precedente dell'*Apollonio*: diffusione testimoniata a sufficienza, credo, dalla presenza di copie dell'*Archimede* in parecchie biblioteche, italiane ed estere, talvolta in più esemplari, e nello stesso mercato antiquario.[84] Gli *Admirandi Archimedis syracusani monumenta omnia mathematica*, infatti, vennero presto recensiti, in modo favorevole. nella celebre rivista del Leibniz, con prevedibile stimolo per una circolazione più larga.[85] A chi attribuire la recensione? è difficile dirlo; posso solo immaginare che i legami internazionali del fondatore della rivista, e forse anche i matematici gesuiti, indubbiamente i primi (per la loro stessa partecipazione) a conoscere dell'esito felice dell'impresa dell'Esperio, abbiano contribuito a far conoscere a Leibniz il volume e a spingerlo ad accogliere, di mano sua, o di altri, una segnalazione adeguata nella prestigiosa rivista da lui diretta. Come che sia andata nella realtà la faccenda, non è più di grande interesse; è certo, comunque, che le pagine degli "Acta" dedicate all'*Archimede* del Maurolico suggellano nella maniera migliore le vicende qui ricostruite.

[83] Si consideri l'esempio eloquente dell'*Apollonio* che, pubblicato nel 1654, giaceva ancora quattro anni dopo pressoché invenduto o non diffuso nelle mani di chi ne ha curato la stampa, con cruccio del Borelli e dei suoi amici, cfr. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana* cit., pp. 102-107.

[84] Un esemplare dell'*Archimede* mauroliciano, in ottime condizioni, legato in cartone, è stato da me acquistato in una libreria di Torino non più che dieci anni addietro.

[85] Il testo, che riassume un po' tutta la storia dell'edizione, così come narrata dal Cillenio Esperio, e analizza in breve i singoli trattati in essa compresi, è in «Acta eruditorum», n. X, ottobre 1687, pp. 543-545.

APPENDICE

1. Descrizione bibliografica dell'*Archimede* mauroliciano

ADMIRANDI // ARCHIMEDIS // SYRACVSANI // MONVMENTA OMNIA MATHEMATICA, QVAE EXTANT, // Quorumque Catalogum inuersa Pagina demonstrat, // *EX TRADITIONE DOCTISSIMI VIRI* // D. FRANCISCI MAVROLYCI, // NOBILIS SICVLI, ABBATIS SANCTAE MARIAE A PARTV. // OPVS // Præclarissimum, non priùs Typis commissum, à Matheseos verò Studiosis eni- // xè desideratum, tandemque è fuligine Temporum accuratè excussum. // AD ILLVST. ET RELIGIOSISSIMVM VIRVM // FR. SIMONEM // RONDINELLI // *SAC HIEROSOLYMITANAE RELIGIONIS EQVITEM LAVDATISS. // S. Ioannis Baptistae à Sauigliana, necnon Pondaderae, & S. Philippi de Osmo Commendata- // rium digniss. Vnius è Melitensibus Triremibus olim strenuissimum Ductorem, plurimarumque // Nauium Turcicarum Debellatorem gloriosum, In Vrbe feliciss. Panormo pro sua Sac. Relig. // pluribus annis vigilantiss. Legatum, Receptorem, ac Procuratorem Generalem, & inclytae // Reaccensorum Academiae Vrbe in ipsa eruditissimum Principem: &c.* // [stemma e motto («HINC NOMEN, ET OMEN») del Rondinelli] // PANORMI // Apud D. Cyllenium Hesperium, Cum Licentia Superiorum, // MDC. LXXXV. // ——— // SVMPT. ANTONINI GIARDINAE, BIBLIOPOLAE PANORM.

Vol. in fol., di cc. 152, delle quali le prime 4 non sono numerate, e le rimanenti 148 sono numerate, *recto* e *verso*, con le cifre 1-296 (le linee 2, 7, 9, 13-14, 22, 24 e 26 del frontespizio sono impresse in rosso); il volume contiene:

c. 1*r — frontespizio;

» 1*v OPERVM OMNIVM // ARCHIMEDIS, QVÆ EXTANT, // CATALOGVS.

— è distinto in 3 sezioni: *a*) opere 'ex traditione Maurolyci', *b*) opere del solo Archimede (testi 'puri', senza cioè rifacimenti o commentari), *c*) 'exotica, sive externa, e varijs Auctoribus afferta'; per ciascuna 'voce' di tale catalogo è indicata la pag. corrispondente del volume;

cc. 2*r-2*v — epistola di dedica dello stampatore D. Cillenio Hesperio a Simone Rondinelli, datata in fine: «Panormi Kal. Nou. 1684.» (v. *infra*);

» 3*r-4*v — indirizzo 'ad lectorem' del Cillenio Esperio (c. 3*r), comprendente in calce un breve carteggio (cfr. il paragrafo seguente) che illustra le circostanze dell'edizione: *a*) lettera del Cillenio Esperio da Palermo, in data «Panormi Nonis Maij, Anno à Virgineo Partu M. DC. LXXXI.», al gesuita Francesco (*sic*) Alias in Malta (cc. 3*r-3*v), *b*) risposta dell'Alias in data: «Melitæ prid. Kal. Iun. 1681.» (cc. 3*v-4*r), *c*) lettera del gesuita Carlo Balsamo da Messina, in data «Messina 20 di Giugno 1681.», al padre Alias, *d*) lettera di ringraziamento del Cillenio Esperio, in data «Melitæ. Kal. Septembris 1681.», diretta al padre Balsamo per le informazioni da lui fornite;

c. 4*v — 2 approvazioni censorie, in data 3 e 18 gennaio del 1684 rispettivamente, a firma del gesuita Bernardo Giaconio e del censore D. Giovambattista Del Giudice;

pp. 1-25 FRANCISCI // MAVROLYCI // MESSANENSIS, // PRÆPARATIO AD ARCHIMEDIS // OPERA.

Consta di un 'prooemium' (pp. 1-2), 6 'postulata' (p. 3) e 46 'propositiones'; porta in fine la data: «Expletum Thermis hora noctis prima diei Iouis in extremo carnispriuio, qui fuit mensis Februarij tredecimus VIII. Ind. M.D.L.»;

» 26-36 ARCHIMEDIS // DE CIRCVLI DIMENSIONE // LIBER //EX TRADITIONE // FRANCISCI MAVROLYCI.

Consta di 12 'propositiones' più scolii e corollari vari; è datato in fine: «19. Augusti 1534.»;

» 36-37 HIPPOCRATIS // TETRAGONISMVS.

» 37-39 MAVROLYCI // TETRAGONISMVS.

È datato in fine: «19. Augusti 1534.»;

p. 39 MODVS ALIVS QVADRANDI // CIRCVLVM.

pp. 40-85 ARCHIMEDIS LIBER // DE SPHÆRA, ET CYLINDRO, // EX TRADITIONE EVTOCII // PER FRANCISCVM // MAVROLYCVM // MAMERTINVM // Mathematicæ disciplinæ studiosissimum emendati, & ad optimum // ordinem restituti, & adaucti.

Consta di 38 'propositiones' e di vari scolii e corollari; è datato in fine: «Messanæ 10. Septembris octauæ Indictionis 1534.»;

» 86-180 — il *De momentis aequalibus* ripartito come segue:

pp. 86-111 ARCHIMEDIS // DE MOMENTIS AEQVALIBVS, // EX TRADITIONE // FRANCISCI MAVROLYCI // *LIBER PRIMVS.*

Consta di 13 'diffinitiones', 8 'postulata' e 49 'Propositiones, quarum quædam sunt Theoremata, quædam Problemata', con vari corollari; è datato in fine: «Castellobono 6. Decem. die Martis M.D.XLVII.»;

» 112-132 DE MOMENTIS ÆQVALIBVS // *LIBER SECVNDVS.*

Consta di 36 propositioni 'quarum quaedam sunt Theoremata, quaedam problemata'; porta in fine la data: «Castellobono die 19. Decem. M.D.XLVIII.»;

» 133-155 DE MOMENTIS ÆQVALIBVS // *LIBER TERTIVS.*

Consta di una 'præfatio' (p. 133) e di 31 'propositiones, quarum multa sunt theoremata, non nulla verò problemata', con alcuni scolii e corollari; presenta in fine la data: «Castellobono hora noctis tertia diei Veneris qui fuit Decembris 30. Indictionis VI. M.D.XLVII.»;

» 156-180 LIBER QVARTVS. // DE MOMENTIS ÆQVALIBVS.

Consta di una 'præfatio' (p. 156) e di 30 'propositiones, partim theoremata, & partim problemata', con alcuni scolii e corollari; è datato in fine «Panormi XXIII, Ianuarij MDXLVIII.»;

pp. 181-195 ARCHIMEDIS // QVADRATVRA PARABOLÆ // EX TRADICTIONE // FRANCISCI MAVROLYCI.

Consta della breve epistola di Archimede a Dositeo e di 25 'propositiones' divise in due gruppi, un primo gruppo con 18 proposizioni, la cui dimostrazione dipende da quelle presenti nel trattato precedente ed un secondo (da p. 191, prop. 19, preceduta dalla dizione «SECVNDA PARS LIBELLI») fatto di proposizioni dimostrate in modo puramente geometrico; con il *colophon*: «Hic Archimedis De Quadratura Parabolæ Libellus ex corruptissimo, quod circumfertur, exemplari, labore, & industria Francisci Maurolici (*sic*) Mathematicæ disciplinæ studiosissimi correctus, & restitutus est: cui tamen prius fuit necessarium æqualium momentorum libellum prædicti authoris, & Apollonij conica elementa incredibili mentis perspicacia reparare, sine quibus tota præsentis libelli structura corruet, vtpote quæ illis tamquam fundamentis innititur. Messanæ in Freto Siculo 23. Iulij. 1534.»;

» 196-225 ARCHIMEDIS // DE LINEIS SPIRALIBVS // AD DOSITHEVM LIBER // EX TRADITIONE // FRANCISCI MAVROLYCI

Consta di 10 'definitiones' e di 31 'propositiones', con varii scolii e corollarii; porta in fine la data: «Castello Bono, hora 3. noctis diei 18. Octobris, VIII. Indictionis 1549.»;

» 226-275 – il trattato *De conoidibus & spaehroidibus figuris* così ripartito:

pp. 226-246 ARCHIMEDIS // DE CONOIDIBVS, // & Sphæroidibus Figuris. // AD DOSITHEVM. // EX TRADITIONE MAVROLYCI

Consta di una brevissima prefazioncella acefala, ma sicuramente del Maurolico, di 7 'definitiones' e di 28 'propositiones' con vari scolii e corollarii;

» 247-275 ARCHIMEDIS // DE CONOIDIBVS, ET SPHÆROIDIBVS // FIGVRIS INVENTORVM. // *LIBER SECVNDUS.* // EX TRADITIONE // MAVROLYCI

Consta di 31 'propositiones' con vari scolii e corollarii; a p. 275 il *colophon* con data: «Hæc duo Archimedis Opera, de Spiralibus Lineis vnum, alterum de Conoidibus, & Sphæroidibus figuris correcta, in facilitatem redacta, & multis adaucta demonstrationibus, studio, industriaque Francisci Maurolci (*sic*), hic Castellobono expleta sunt. hora vespertina diei Martis, qui fuit Decembris 17. 7. Indictionis MDXLIX».

Come è dichiarato esplicitamente da una 'avvertenza' impressa in corsivo in calce a p. 275 [«Hucusque Archimedis Opera ex traditione doctissimi Maurolyci: quæ verò sequuntur, e varijs Authoribus (vt in Prologo indicatum est) desumpsimus; ne quid ad complementum Operum ipsius, quæ extant, vel exoticorum, quæ eidem attribuuntur, desideret Mathesis Candidatus»] le opere che seguono non derivano 'ex traditione Maurolyci':

pp. 276-287 ARCHIMEDIS // DE NVMERO ARENÆ // *SIVE* // ARENARIVS.

» 288-292 – il *De insidentibus humido* così distribuito:

pp. 288-289 ARCHIMEDIS // DE INSIDENTIBVS HVMIDO // VEL // DE IIS, QVÆ VEHVNTVR IN AQVA. // LIBER PRIMVS.

Consta in tutto di 9 'propositiones' senza dimostrazioni;

» 290-292 ARCHIMEDIS // DE INSIDENTIBVS HVMIDO, // LIBER PRIMVS.

Consta di 10 'propositiones', prive di dimostrazioni, e di 5 'conclusiones';

pp. 293-296 EXOTICA, // SIVE EXTERNA.

Preceduti da una breve 'avvertenza', stampata in corsivo, si hanno frammenti o 'excerpta' di scritti archimedei o intorno ad Archimede con l'ordine seguente: a) *De isoperimetris, sive de figuris aequalis ambitus* (p. 293); b) *De corona, sive de ratione inveniendae mixtionis* (*ibid.*); c) *De cochlio* (pp. 293-294, da Ateneo e Diodoro Sic.); d) *De helica* (p. 294, da Ateneo); e) *De trispasto, sive trispato* (*ibid.*, da Tzetze e Oribasio); f) *De inventis adversus Marcelli, et Appii machinas* (pp. 294-295, da Polibio); g) *De speculis ustoriis* (p. 295, da Galeno e da Tzetze); h) *De machinis aëre et aqua moventibus* (*ibid.*, da Tzetze e da Tertulliano); i) *De confectione sphaerae materiali* (p. 296, da Claudiano).

p. 296 – Colophon degli scritti archimedei («ARCHIMEDIS OPERVM OMNIVM, QVÆ EXTANT, // FINIS.»), seguito dal *registrum* e dal *colophon* finale tipografico: «PANORMI // ———— // Apud D. Cyllenium Hesperium, Cum Licentia Superiorum. // SVB SIGNO AVREAE CONCHAE. // Sumptibus ANTONINI GIARDINAE Bibliopolæ Panormitani, 1685.

2. Carteggio del Cillenio Esperio premesso all'edizione dell'*Archimede* (1685) e 'supplica' di Juan Silvestre Salva.

A corredo delle informazioni e della ricostruzione fornite nel testo, raccolgo qui tutti i testi relativi alla pubblicazione dell'*Archimede* aggiunti al volume dal Cillenio Esperio. I testi, od il carteggio minimo come l'ho già definito altrove, sono già stati ripubblicati, privi dell'indirizzo 'ad lectorem', da F. GUARDIONE, *Francesco Maurolico nel secolo XVI* cit., pp. 44-48 (doc. IV), e riassunti per sommi capi da M. CLAGETT, *Archimedes* cit., III, pp. 788-793; tuttavia, alla luce delle considerazioni sin qui fatte, basate proprio su questi testi, mi sembra ugualmente necessario pubblicarli ancora una volta integralmente a sostegno della ricostruzione proposta. Per l'importanza precipua che riveste quale chiave essenziale per la ricostruzione dettagliata dei precedenti immediati dell'edizione palermitana, accludo pure al carteggio la supplica del Salva (*alias* Cillenio Esperio) già edita dal Guardione (*cit.*, pp. 49-52; doc. V); la datazione di quest'ultimo documento, non resa nota dal suo primo editore, risulta parzialmente evidente da un passo interno al medesimo, là dove è menzionato come un 'ieri' il giorno dedicato ai santi Cosma e Damiano, ossia il 27 settembre secondo il calendario gregoriano (l'anno è quello del soggiorno maltese del Cillenio definito dalla corrispondenza rimanente). L'esame sommario e del carteggio e della 'supplica' del Salva, con il rilevamento puntuale di tutti i dati in essi contenuti, consente di stilare la cronologia interna seguente:

(a)	[1680/1681] inverno	– acquisto in Palermo, da parte del Salva, di 425 esemplari in folio dell'*Archimede* mauroliciano venduti dal Regio Fisco, e formulazione del relativo progetto editoriale.
(b)	1681, [febbr./mar]	– lettera del Cillenio Esperio a padre Vincenzo Alias in Messina, spedita su consiglio di Giuseppe Del Voglia, con richiesta di informazioni sull'*Archimede* appena acquistato.

(c)	1681, 7 maggio *	– seconda lettera dell'Esperio a padre Vincenzo Alias, trasferito a Malta nel frattempo, con replica delle richieste fatte nella prima lettera.
(d)	1681, maggio	– lettera di Alias a padre Carlo Balsamo in Messina, con la richiesta di indagini particolari sulla questione dell'*Archimede*.
(e)	1681, maggio	– recapito all'Alias, da parte del tipografo Giuseppe La Barbera, da Messina, di una seconda lettera di richieste relative all'*Archimede*; verosimilmente la stessa lettera di cui al punto (b).
(f)	1681, maggio *	– lettera di risposta dell'Alias all'Esperio; l'Alias, che dichiara di aver ritardato nella speranza di avere le informazioni più complete da lui richieste direttamente a Messina (al Balsamo), rompe gli indugi, a ciò stimolato anche dalla seconda lettera sull'argomento portatagli dal La Barbera, e fornisce alcune informazioni di massima, riservandosi di inviarne altre più circostanziate, non appena ricevuti da Messina i risultati delle indagini promosse dal Balsamo.
(g)	1681, giugno	– acquisto delle attrezzature tipografiche da parte del Salva.
(h)	1681, 20 giugno *	– Balsamo risponde alle richieste dell'Alias con una lunga lettera piena di ragguagli.
(i)	1681, primi di luglio (?)	– probabile ulteriore lettera dell'Alias al Cillenio Esperio con le notizie suppletive promesse.
(l)	1681, fine luglio	– il Salva, richiesto di saldare i debiti contratti in Palermo per l'acquisto della 'imprenta', rischia il sequestro delle attrezzature, ma riesce ad ottenere una dilazione.
(m)	1681, agosto	– viaggio a Malta del Salva, dove tenta di stabilirsi per stampare l'*Archimede* anzi-

tutto e, in seguito, taluni testi matematici di padre Alias oltre che per sopperire anche alle esigenze tipografiche dei Cavalieri.

(n) 1681, 1 settembre * – lettera del Cillenio da Malta al padre Balsamo in ringraziamento delle informazioni inviategli da Messina.

(o) 1681, 27 settembre – Salva riceve una lettera da Palermo, scritta dalla moglie, che riferisce di rinnovate minacce di sequestro del materiale tipografico lì tenuto.

(p) 1681, 28 settembre * – supplica del Salva al baiulivo dell'Ordine, Manuel Aríos y Porres.

Nota: gli asterischi * denotano i documenti pervenuti e pubblicati qui appresso; il documento di cui al punto (i) è da ritenere dubbio, perché ove effettivamente esistito, non avrebbe mancato Cillenio Esperio (*alias* Salva) di inserirlo nel carteggio premesso all'*Archimede*; tanto è vero che, mentre non esiste una risposta del Cillenio al Balsamo da Messina, si ha invece quella (certamente la prima) spedita da Malta, dove lo stesso Cillenio può avere attinto a voce dall'Alias le informazioni fornite dal Balsamo.

A) Dall'*Archimede*.

1. Indirizzo 'ad lectorem' del Cillenio Esperio (*Admirandi Archimedis* cit., c. [3*v*]).

En tandem Archimedis ex Maurolyco desiderata Monumenta. Bone Deus, quantæ molis est conatus optimos executioni committere, præsertim, ubi dura Egestas dominatur! assurgunt enim post ipsam, Invidia duce, cunctæ Erebi Pestes, quæ Virtutis inclyta germina radicibus evellere conantur: adest tamen vocatus Apollo, et cedunt importunæ illæ nubes, et larvæ infaustæ. Quæ mihi sollicitudines, adversitates, itinera, dispendia, iacturæ pro restauratione huius Operis succreverint, prolixioribus chartis explicandum esset, nec te hic, bone Lector, eorum Narratione distinere cupio: leges forsan commodius illam, ad oblectamentum, *Cum vacet Annales nostrorum aptare Laborum*, cumque Typi nostri iam tertio, ut flores teneri, revulsi, tertioque pullulantes, robustum acquirant incrementum. Interea vero, quod ad hunc Archimedem Maurolyci pertinet, succinte memorabo.

Cum primum sub Hispani Imperii vetustum, suavissimumque iugum Messana in se revertens tandem rediit, quam plurima supellectilia e Fugitivorum opibus relictis a Fisco Regio Panormum devecta sunt: inter quæ Volumina non spernenda, Phyluræque numero non modico miscellanæ, e prælo recens desumptæ. Revolvi illas ego curiositate studiosa, et quod præstantius inveni, selegique, fuit Opus hoc Archimedis ex Traditione Maurolici (*sic*). Gavissus extra modum fui, existimans numerosa fore Exemplaria: sed brevi laetitia mea corruit, cum vix unum, vel alterum e chartacea illa mole miscellanea colligere potuerim, idque sine frontispicio, et prolegomenis, et quos in præfatione Maurolicus (*sic*) enumerat, sine tribus ultimis Tractatibus. Indoluerunt mecum Studiosi Panormæi, Literarumque Fautores, inter quos præcipue eruditissimus Vir D. Iosephus Del Voglia, cui in promovendis bonis Literis vix similem produxit Aurea Concha, et cuius sano consilio de recudendo hoc Opere Panormi, secundum illud exemplar, ut tota Respublica Literaria thesauro tanto non defraudaretur, statutum fuit: notitias insuper addendo, quas uspiam de ipso possemus acupari, ut authenticum, et commendatius evaderet. Quam ob causam consilio etiam illius ad doctissimum P. Franciscum (*sic*) Alias Soc. Iesu, qui Messanæ tunc temporis degebat, et ut celeberrimum Mathesis Professorem, eum huius voluminis impressionem latere non dubitabatur, dedi literas. Sed cum interea accepissemus ipsum Melitam ad instituendos in Mathematicis Equites Hierosolymitanos a Magno Magistro advocatum, illuc ei secundo scripsi, et paulo post egomet eo me contuli, ut citius quæ volutabamus animo, peragerem. Plurimis humaniss. ille Pater me cumulavit beneficiis, inter quæ mihi magis gratum, quod Rev. P. Carolo Balsamo eiusdem Soc. I. me maxime commendavit, literasque ipsius hoc ipsum Opus concernentes, quæ seriem dilucidant, mihi tradidit, quibus ego, ut fas erat, ipsa die gratulabundus respondi. Igitur per literas ipsas de Archimedis hoc Opere ex Maurolico (*sic*) sic te conscium facio.

2. Cillenio Esperio a Francesco (*sic*) Alias in Malta (Palermo, 7 maggio 1681; *Admirandi Archimedis* cit., cc. [3*r*]-[3*v*]).

D. Cyllenius Hesperius Rev. P. Francisco Alias
Societatis Jesu, Panormo Melitam.

Si mihi paululum sexcentis ab occupationibus vacasset, iam pridem istuc post habito literarum quali quali (*sic*) supplemento, te invisum me contulissem: postquam enim Famam ubique de te suspexi personantem, quam omnigena virtute, ac eruditione præcellas; quam vario idiomate (cuius et me studiosa tenet ambitio) ornatus existas, animum incessit desiderium tanto viro mancipandi quamprimum obsequia mea: nec requievi interea, donec dilectos tuos Genitorem, Fratresque adirem, ut saltem illos tui loco venerarer, impetraremque ab eis, ut me tibi dignarentur habere commendatum, quatenus ignorantie meae tenebras doctrinæ tuæ radiis collustrares: a quo enim nisi abs te uno, tanquam ab oraculo suo in hoc Trinacriæ Regno florentissimo responsa, præsertim de Divina Mathesi queat expectare Respublica literaria? Atque id est in causa, cur tuam humanitatem folio præsenti compello, ut de istius facultatis Principe Archimede, qui ex traditione Abbatis Maurolyci ante paucos annos Messanæ typis cudebatur, cunctas mihi notitias (scientiam enim huius impressionis te peculiariter audivi non latere) extense rescribere non recuses.

Unde nempe originalia Maurolicana (*sic*) sint deprompta, et quodnam huius veritatis indicium, ne pro suppositis habeantur? Quis huius operis Curator, et Procurator extiterit, ut non periret in tenebris a tam longo tempore posthumum? Quis expensas elargitus est, ut imprimeretur? Apud quem Typographum est prælo commissum? Quomodo ex novem libris, quos in præfatione Maurolicus (*sic*) pollicetur, sex tantum absoluti sunt? Quænam de cæteris Maurolyci lucubrationibus fuerit intentio, sitque modo status? et reliqua demum alia editionem hanc spectantia, quæ fas est Lectorem indagare.

Pervenit in hanc Urbem desideratum hoc Opus ex Messana sub potestate Fisci Regii, inter plurimas chartas miscellaneas, e quibus vix unum, vel aliud integrum Exemplar potuit colligi, cum tamen prius irato in mari naufragium perpessum fuisset: adeo persequitur improba Fortuna non modo Viros doctos, verum et ipsorum ingenuos liberos Libros. De qua re cum acerbe

dolemus, de recudendo illo hic Panormi cura non modica geritur: ut et reliquis tribus Libris, qui post sex desiderantur, sicubi invenire poterint, vel saltem eorum puro textu, quando illos inveniri non sit datum, ut, qua possumus parte, prodeat absolutum.

Suadet hoc maxime eruditissimus Dominus D. Iosephus Delvoglia, Vir nullo silendus ævo, et affatim sua doctrina in Orbe notus, cuius doctissimo consilio ea propter has ad te literas mitto. Misertus vero est quamplurimum iniquæ sortis Scriptorum adeo præstantium Religiosissimus pariter ac doctus Dominus D. Fr. Simon Rondinelli, Sacræ Divi Ioannis Hierosolymitani Religionis inclytus Commendatarius, qui sui Nominis clypeo eos protegit, et late honorat; nec enim alium, cui æquiori titulo illos dicarem, desiderare unquam poteram. Quorum dum gratam memoriam chartas meas cernis decorantem, nec minor exinde tibi surget gloria, quod, ut in tenebris tanti Authores non delitescant tuis luculentis notitiis me ditaveris. Rogo ergo te enixe, ut quantocius meis supplicationibus acquiescas: expectatur enim avidissime hoc opus, et gauderemus profecto relationem tuam, quam de illo expostulo, ipsi adnectere, quo luculentius evadat.

Vale vir doctissime, et fave. Panormi Nonis Maii, Anno a Virgineo Partu M. DC. LXXXI.

Rev. Tuæ

Obsequentiss. Famulus
D. Cyllenius Hesperius.

3. Risposta di padre Francesco (*sic*) Alias al Cillenio Esperio (Malta, 31 maggio 1681; *Admirandi Archimedis* cit., cc. [3*v*]-[4*r*]).

Responsio Rev. P. Francisci Alias Ad D. Cyllen. Hesp.

Supra id, quod meis par erat meritis, epistolam tuam laudibus meis onerasti: cave iterum pecces; sed condono erronem: absentia in causa fuit. Speciosiora, quæ procul, et in prospectu sunt, apparere solent; quæ si propriora fiant venustatem ammittunt, Moram in respondendo nonnullam interponere volevam, ut tuæ petitioni facerem satis: quædam enim videbam esse, quæ me latebant; quare illico ad amicum meum Messanæ degentem misi, ut ex illo nota mihi fierent, tibique absolutissime responderem, cum Joseph La Barbera typographus adventu suo secundam attulit epistolam, calamumque meum excitavit, ut ea, quæ mihi notiora erant, tibi exponerem, iterum, et plenius, cum Messana, quæ postulavi, ad meam pervenerint notitiam, expositurus. Hæc igitur in præsens accipe.

Plura Maurolyci de Mathesi scriptionibus suis exarata apud nescio quem Messanæ servabantur, quorum nonnulla Ioanni Alphonso Borelli insigni, ac celeberrimo Mathematico, meoque intimo familiari a Senatu Mamertino consignata fuerant; ut ad publicam utilitatem pervenirent, iamque typis edita fuerunt commentaria in Apollonii Pergæi conicas sectiones: cum, circa decimum ab hinc annum eiusdem Maurolici (*sic*) in Archimedem lucubrationes prælo committere meditabatur, et iam Senatus expensis opus perfici cæptum; cum exitiali Superum fato, publicæque rei exitio Borellus, quamvis vitæ integer, omnisque sceleris purus, paulo ante urbis illius rumores exulare nonnullorum delationibus cogitur. Opus inde imperfectum, ut habes, in potestatem cuiusdam aromatarii, viri eruditione, ac mathematicis disciplinis pollentis cognomento di Lorenzo (*sic*) pervenit: hic sub Hispani dominium urbe redeunte, sibi metuens Gallicam classem secutus evasit. Maurolyci exemplaria domi relicta Regius Fiscus occupavit, nunc vero a te coempta, et recuperata esse vehementer, et supra quam credibile est, gaudeo. Hæc in præsentiarum, cætera, cum ad me pervenient, libens daturus ero.

Cæterum scriptiones meas mathematicas, quas nunc Italico sermone recudo (non alio idiomate Equites Hierosolymitani disciPuli mei, in quorum gratiam desudo, compositas esse iubent) Gallicis prælis committere in animo habebam; sed cum te intelligam artium, ac liberalium disciplinarum fautorem, sententiam mutare cogor, nec alium Mecoenatem quam te expetere debeo. Sub finem anni Geometriam, nova, facilique methodo excogitatam, curæ tuæ committam, ut typis edita in omnium manibus versetur: interim, si unum Maurolyci in Archimedem exemplar ad me miseris, nihil hoc mihi gratius facere poteris.

Vale, meque, ac meorum istic commorantium parentum in servorum tuorum album fac referas. Melitæ prid. Kal. Iun. 1681.

4. Lettera di padre Balsamo della Compagnia di Gesù a padre Alias in Malta (Messina, 20 giugno 1681; per facilitare la lettura dei singoli punti divido il testo in rubrichette separate; *Admirandi Archimedis* cit., cc. [4*r*]-[4*v*]).

Literæ Rev. Patris Caroli De Balsamo Soc. Iesv.
ad Rev. P. Alias, Messana Melitam.

Ad literam volendo corrispondere alla celerità delle lettere di V.R. impostami, ho fatto *intensive*, ciò ch'*extensive* si doveva, per rintraciare cose adesso molto difficili, stante il mancamento del fiore di Messina: con tutto ciò scrivendo con risposte corrispondenti ad ogni interrogatione dirò.

1. All'*Unde Originalia Maurolycana, etc.* Che si hebbero questi da un certo Cavaliere, che veniva da parenti del detto Marolì, e nominaronmi il Marchese di Campotondo.

2. *Quodnam huius veritatis indicium, ne pro suppositis, etc.* Ecco: Il Carattere qui assai noto del Marolì, che pure io stesso conosco; carattere minuto, e che molto fauoriva al risparmio della carta: in oltre il segno di esservi al fine de' commentarii il luogo, anno, giorno, et hora, in che si compivano i suoi Trattati.

3. *Quis huius Operis Curator, et Procurator, etc.* Del primo si è il Sig. Lorenzo Di Tomaso Aromatario in Messina, ma huomo di molteplice Letteratura, che adesso s'intende di professare in Roma la Medicina a' Cardinali, e primi Signori con molto applauso. Costui per danari di medicamenti, che gli devevano i Signori parenti del Maurolì gli riscosse quegli originali, et havendo di propria borsa cavatasi qualche somma per promuovere l'impressione dell'Opera suddetta, fu soccorso a tempo di Alberto Fuccari (*sic*) dal Senato della Città di Messina, a cui doveva dedicarsi, d'onze 100.

E benché questo della professione se n'intendesse, si cominciò però l'impressione con l'assistenza, e studio del Sign. Gio. Alfonso Borelli nell'anno 1670, e seguitò a stamparsi sino al 72, e dopo per i disturbi di quel tempo necessitato il Borelli a partirsi per Roma, restò imperfetta, essendosene solamente stampati i sei libri, che al presente si vedono, ch'erano rimasti in casa di Lorenzo di Tomaso, dove con altre robbe furono incorporati dal Regio Fisco, e trasportati in Palermo. Dal Che si soddisfa al dubbio 4. *Quis expensas etc.*

All'altro 5. *Apud quem Typographum. etc.* L'Impressore fu Paolo Bonacota, Stampatore in quei tempi del Senato, benché dallo stampato sin hora non ne comparisca il nome, non essendovi né frontispicio, né fine al libro. Siegue nelli quesiti il

6. *Quomodo ex novem libris, quos in praefatione, etc.* Da tre libri, che mancano al compimento di tutto il commento d'Archimede, quello *de numero arenae* non si haveva dal Maurolì, e fu supplito in Roma dal detto Sig. Borelli, se ben non si sa per certo, s'ella sia stata fatica sua, o pure estratto da qualche altro Commentatore d'Archimede: E quanto agli altri due manco si hanno: onde si stima che sopragiunto dalla morte, benché egli (*scil.* Borelli) li prometesse, non l'havesse potuto travagliare: si che conforme il Cillenio dice, vi potrebbe aggiungere il puro Testo d'Archimede, per non lasciar l'opera imperfetta. Restano gli ultimi due quesiti

7. *Quaenam de caeteris Maurolyci lucubrationibus*, etc. Certo è che Marolì scrisse più altre cose, non solo di Matematica, ma d'altre professioni. Il Sig. Gio: di Natale mi disse una volta, che vidde in potere d'Alberto Fuccari (*sic*) una historia Latina m. s. di tutto il ricevimento fatto in Messina, e forse nel resto di Sicilia (che non me lo ricordo per appunto) all'Imperatore Carolo V. et io ne cercherò di tenere altro esame intorno a ciò. E l'altro

8. che dice: *Et reliqua demum alia editionem hanc spectantia, etc.* Nello stamparsi quest'Opera d'Archimede facevasi prima dal detto di Tomaso, e dal Borelli stampare il libro primo verbi gratia d'Archimede, e poi si dava

a stampare l'autografo del Marolì sopra il mede(si)mo libro, e così degli altri libri, e commentarietti separati l'uno dall'altro: e diceva, mentre attendeva à questa stampa il Borelli, che puliva i calzari de' suoi Signori nella Matematica.

Questo è quanto posso avvisare a V.R. sopra i quesiti domandatimi dell'Archimimede (*sic*) del Marolì. Io ho caro, ch'ella facci mentione al Cillenio, come questa relatione gli sia stata inviata da me, che ne ho fatta accurata indagine, e gran lume ho ricevuto dal Sig. Gio. di Natale Dottore in Medicina, cospicuo fra gli Academici di Messina, destinato sempre per Secretario della Città e Senato, quando fiorì. Potrà pure V.R. significare, che per quant'altro occorrerà di voler sapere il Cillenio, potrà scrivere a me, per l'affetto, che gli ho conceputo, per essersi appassionato tanto degl'infortunij d'Autori sì gloriosi, sì che accetterò volentieri la corrispondenza con lui. Col che tutto a' SS. Sacrificii di V.R. mi raccomando. Messina 20 di Giugno 1681.

Di V. R.

Indegno servo in Xpo
Carlo di Balsamo.

5. Lettera responsiva di Cillenio Esperio a Carlo Balsamo (Malta, 1 settembre 1681; *Admirandi Archimedis* cit., c. [4*v*]).

D. Cyllenius Hesperius Rev. P. Carolo Di Balsamo S.

Iucundissimus tui Nominis odor animum meum totum suavitate plurima refecit, dum per literas tuas ad R. P. Franciscum (sic) Alias (quas, et ipse mihi, cum primum Melitam appuli, fecit communes) abunde quæsitis meis de Maurolyci Archimede desideratam coronidem imponis. Retulit etiam mihi Panormi benevolentiam tuam erga me Illustr. ac Religiosiss. Dominus Commendatarius Rondinelli, cui opus hoc celebre dedico. Gratias ago tibi immortales pro tam singulari urbanitate, etenim ex arbore Balsami non nisi fragrantia distillat. Vellem te pro dignitate laudare, sed tua Stirps, tuæ actiones satis te prædicant. Dum ex hac Insula Panormum redux me conferam, spero obsequia mea tibi ore, et corde confirmare.

Vale Vir suavissime. Melitæ. Kal. Septembris 1681.

Tuæ Rever.

Deditissimus Servus
D. Cyllenius Hesperius.

B) Supplica di Juan Silvestre Salva a Manuel de Aríos y Porres (Malta, 28 settembre 1681; in F. Guardione, *F. Maurolico*, loc. cit.).

Al Ilus.mo senor D. Manuel de Aríos, y Porres, baiulivo,
y Vicecanceller de la sagrada Religion de San Juan: etc.

Ilus.mo Señor

Con harto sentimiento de mi corazon llego a interrumpir a V.S. Il.ma los graves y continuos negocios, que ocupan su Ilus.ma Persona, y aunque en dos meses que estoy en esta Ciudad lo he procurado escusar por todas vias, no lo he podido conseguir: que al fin es menester recurrir a la fuente, para gozar el aqua limpia. Perdone pues V.S. Il.ma si le importuno con la succinta relacion de lo que me esta passando, que no veo otro amparo, a quien poder recurrir, y pues por manos de V.S. Ilus.ma passan tan innumerables Papeles, halle tambien este piadosa acogida, y el que escrive el consuelo deseado.

Aviendo comprado en Palermo las Obras de Archimedes en numero de 425 exemplares in folio, confiscadas de Mezina por el Regio Fisco, para darlas a luz me eran necessarias algunas particulares noticias: en cuya consideració escrivi al my Rev.do P.e Alias, que era de quien unicamente se colegia me las podia conferir: compré despues una imprenta de muy buen molde para esta y otras obras que se me ofrecen. Apenas passaron quatros meses que la puse en orden, y promulgué una muestra del caracter, quando mis emulos (que en Sicilia regna dilatadamente la embidia, y bien dixo el Poeta: *Invidia Siculi non invenere Tyranni tormentum majus*) ofrecieron una suma considerable de dinero al que me le avia prestado, paraque, me la quitara; donde poco faltó que todo mi trabajo no se me huviera malogrado, y deslucido. Supliqué á mi Acreedor, me diera tienpo para ir á Malta a verme con el P.e Alias, y recabar con presteça las noticias de mi Archimedes, pues con su venta se podian pagar dos imprentas y sus interesses. Tres cosas, Ilus.mo Señor, me movieron á emprender este viage, desacomodandone a mi y a mi pobre casa, y en lo fuerte de los caniculares. La una el deseo que tenia de conocer al P. Alias, pues la fama de su erudicion tanto en la variedad de lenguas, como en lo profundo de las Matematicas no es de poco aprecio en toda Europa; y yo de mi parte peco mas de observancia a los buenos Ingenios que de poco zelo. La secunda, como he referido, recabar sin dilacion de mismo Rev.do P.e aquellas noticias necessarias a mi libro. Y la tercera ver si hallava manera de establecerme en Malta con mi Imprenta y mi Casa, dando assi de mano a la embidia, pues en Malta no ay Imprenta y donde está una Religion tan esclarecida, y teniendo el P.e Alias mucho que imprimir, no ponia gran dificultad en hallar assistencia para efetuarlo. Proveime lo mejor que pude para el moderado gasto del viage, y con alcuna decencia de vestidos, quando en Siracusa un passagero tanto me movia a piedad que le sali fiados de 32 escudos de plata, y gasté con el lo que tenia eran otros quatro escudos, con palabra que luego que llegaramos a Malta lo pagaria; y el pago, que hizo, fué huirse con grande astucia, dexandome empantanado en un laberinto, en que jamás me he visto, aunque he caminado toda Europa, y me han sucedido varios casos. Ya el Rev.do. P.e Alias puso en noticia de V.S. Ilus.ma parte de este sucesso, y aviendo tambien llegado a oidos de su Em.a lo mandó prender, como se executo, y oy está en la carcel para dos meses vá este passagero. A mi entré tanto me ha sido fuerza detenerme tambien en esta Ciudad, porque la Persona, a quen he hecho la fianza quiere, que le pague, como es razon, y aunque tiene en prendas mis vestidos, que valen pueden ser mas que la deuda, no los estima en nada en lugar de sus dineros, que si los huviera querido, dias ha que me avria yo buelto a mi casa, acordandome para siempre de mi viage a Malta. Mas pues mi necia piedad me ha puesto en este embaraçao (*sum pius, heu doleo! nam mihi, saepe nocet*) justo es que pague yo la pena, si con esto no obstante pudiera escarmentar. He persuadido a este hombre en la carcel, pues tiene madre, hermanos, y parientes mercaderes, que le pueden ayudar, que se dempeñe, y me desempeñe, pero hasta aora no veo luz alguna.

Dexo a la piadosa consideracion de V.S. Il.ma qual puede estar un pobre hombre come yo con obligaciones de Casa y familia en tierra agena y sin amparo alguno. Crea V.S. Ilus.ma que he padecido, y si dios no me huviera embiado al S.r D. Rodrigo del Bosco hermano del S.r Principe de la Catolica (de quienes siempre recivo mil honras) que me dexó cinco excudos de plata, yo no sé como le huviera passado. De ellos compré no obstante algunos instrumentos de hierro, y con mil ruegos me hize emprestar otros para abrir, durante este mi inocente destierro, algunas letras, que, segun el genio que tengo a la imprenta, he aprendido con grandes gastos todo lo que le pertenece desde su principio; y esto lo empecé, y lo continuo hasta aora, aunque con grandissima pena por no tener lo necessario, siendo mi fin dar una prueva de los moldos, en esta ciudad, para veer, si por este camino hallo algun mercante, que a qualquier interes me desempeñe del embaraçao en que me estoy. En esto me entretenia, y al son de la lima mi pobre Musa aunque mas afligida por verme a nu tambien del mismo modo (que ella es la unica que me acompana en mis trabajos) ma tambien traçando la materia, en que emplear esta mi prueva, quando ayer dia de S. Cosme y Damian, me embio a llamar el P.e Vela de la Compania de Jesus, por cuya via mi muger me escrivio que mi principal acreedor me quiere vender, o empeñar la imprenta, y esta es instigacion de mis emulos, que lo persuaden a ello con mayor interes por arruinarme: y assi, Ilus.mo S.r sin salir de un laberinto me veo en otro mayor, porque si me quitan esta Imprenta me quitan el pan a mi y a mi casa, y me arruinan sin remedio, como lo intentan.

Por lo que (sin hager merito del zelo, que con tantos trabajos aqui me ha trahido a ofrecer mis servicios a la Religion) solo acudo a la mucha probidad y prudencia de V.S. Ilus.ma y por las Entrañas de Christo le suplico, pues de V.S. Ilus.ma depende todo, se digne de amporarne, para que yo passe esta Ciudad mí Imprenta y mı casa, que hará V.S. Ilus.ma una grande obra de piedad, y esto se puede hazer sin interes alguno de la Religion, antes con algun provecho, pues la Imprenta y mis libros valen a los menos quatrocientas onças de plata, y para desempenarla me bastan ciento y cinquenta: y aqui no faltará, luego que llegue, un Mercader que dé el dinero á la Religion; o si se quiere imprimir el tercer tomo de su Historia tan deseado, o otras qualesquiera cosas suyas, ya se puede descontrar de mi trabajo: que sin esto veo muchas cosas que imprimir en esta isla, y parece que Dios me ha encaminado a elle para hazer mi Fortuna; segun el deseo que tengo del reposo, y de huir los embidiosos. Pero si fuere tal mi poca suerte que yo no pueda conseguir este favor, suplico a los menos a V.S. Ill.ma me ampare, para que pueda salir de esta fianza, y me pueda bolver luego Palermo, aunque sea mendigando de puerta en puerta; pues no sé de otro modo como hazer en el aprieto, en que me hallo: por el qual non harto pesar mio quito la mano de mi trabajo empecado, que hasta en esto me es embidiosa la Fortuna; pero no podrá tanto que a lo menos por manuscrito no ponga yo a los pies de V.S. Illus.ma la idea que iva tracando. La siguiente Elegia, o Romanze Heroyco a imitacion (si tal puede lograr) del ingenioso Maestro Tirso de Molina en su aprovechar deleytando, consagro al generoso Nombre de V.S. Ilus.ma Si quiera por haver recurrido a tal sagrado, no potrá V.S. Ilus.ma negarle la acceptacion; que si lo desmereciere lo mal limado del verso, el objeto, y el zelo suplirá las faltas. El otro sujete literario, que vá despues del Romance es la idea de lo que deseava imprimir para muestra del caracter, y en ello vé V.S. Ill.ma el principio. No permita V.S. Ilus.ma que tan ardiente zelo se malogre, y consuma en sus cenizas.

Suplico finalmente a V.S. Ilus.ma se digne de darme un breve instante de audiencia, paraque no me buelva yo sin este consuelo: que sino huviera venido confiado en la grande autoridad del Rev.do P.e Alias, y estar muy lexos del accidente que me passa, no me avrian faltado los primeros de Palermo con sus recomendaciones para V.S. Ilus.ma, ni dudara tampoco la del Exc.mo S.r Virrey porque aviendose agradato en alguna composiciones mias, que a su presencia se han representado y que con el apoyo de su nombre se han impresso, no aviendo yo pretendido otro interes que el de agradar, me persuado que papel per papel no me lo avria de negar: Pero todo es superfluo donde la Pietad de V.S. Ill.ma llegare a penetrar lo sincero de mi corazon, y el zelo, con que deseo ver la Persona de V.S. Il.ma con los adelantamientos que se merece.

Illus.mo Señor

A los pies de V.S. Illus.ma

Su mas rendido Servidor
D. Juan Silvestre Salva

ANNA DE PACE

ARCHIMEDE NELLA DISCUSSIONE SU ARISTOTELISMO E PLATONISMO DI JACOPO MAZZONI

§ 1. L'interesse che suscitano le considerazioni di Jacopo Mazzoni [1] intorno alla figura di Archimede, è di carattere puramente fi-

[1] Jacopo Mazzoni non è stato, sinora, oggetto di una considerazione attenta da parte degli storici della filosofia; qualche aspetto del suo pensiero filosofico nel contesto della cultura del Rinascimento è stato esaminato da: F. PURNELL, *Henry of Ghent as Medieval Platonist in the Philosophy of Jacopo Mazzoni*, in AA.VV., *L'homme et son univers au moyen âge*, Actes du VIIe congrès international de philosophie médiévale, 30 ag.-4 sett. 1982, 2 voll. a cura di Ch. Wenin, Louvain La neuve, Éditions de l'Institut Supérieur de Philosophie, 1986, II, pp. 565-572; ID., *J. Mazzoni as a Student of Philosophy at Padua*, «Quaderni per la storia dell'Università di Padova», VII, 1974, pp. 17-26; N. W. GILBERT, *Renaissance Concepts of Method*, New York-London, Columbia University Press, 1960, pp. 176-178; G. ROSSI, *Jacopo Mazzoni e l'eclettismo filosofico nel Rinascimento*, «Rendiconti della R. Accademia dei Lincei», Classe di Scienze Morali, Storiche e Filologiche, s. V, vol. II, 1893, in particolare pp. 168-174; E. GARIN, *Scienza e vita civile nel Rinascimento italiano*, Bari, Laterza, 1980 (1ª ed. 1965), pp. 121, 127, 138 n. 12, 144 nn. 23-24, 159-160; E. GAMBA, in E. GAMBA - V. MONTEBELLI, *Le scienze a Urbino nel tardo Rinascimento*, Urbino, Quattro Venti, 1988, pp. 30-32; A. CORSANO, *Per la storia del pensiero del tardo Rinascimento, IV: J. Mazzoni e l'Aristotele perduto*, «Giornale critico della filosofia italiana», XXXVIII, 1959, pp. 485-491. Altrettanto poco numerosi e parziali gli studi relativi ai rapporti personali e scientifici del Mazzoni con Galileo negli anni pisani, e, più in particolare, alle riflessioni da lui svolte, in sintonia con l'indirizzo della ricerca galileiana, a rivalutare la matematica nello studio della realtà fisica; tra questi si veda: A. FAVARO, *Galileo Galilei e lo Studio di Padova*, 2 voll., Padova, Antenore, 1966 (1ª ed. Firenze, 1883), I, pp. 21, 27, 30 ss.; W. A. WALLACE, *Galileo and His Sources. The Heritage of the Collegio Romano in Galileo's Science*, Princeton (New Jersey), Princeton University Press, 1984, pp. 225-230; F. PURNELL, *Jacopo Mazzoni and Galileo*, «Physis», XIV, 1972, pp. 273-294: P. GALLUZZI, *Il «Platonismo» del tardo Cinquecento e la filosofia di Galileo*, in AA.VV., *Ricerche sulla cultura dell'Italia moderna*, a cura di P. Zambelli, Bari, Laterza, 1973, pp. 65-79; W. R. SHEA, *Galileo's Intellectual Revolution*, London-Basingstoke, MacMillan Press, 1972, trad. it. Firenze, Sansoni, 1974, pp. 96-97, 138-139, 145-147. Ai suoi tempi, comunque, Mazzoni fu personaggio di notevole fama, stimato per la sua attività sia critico-letteraria, sia scientifica, sia filosofica. Si sa che a lui Leonardo Salviati, l'ideatore del Vocabolario della Crusca, affidò, a nome dei Fiorentini, la difesa di Dante nella *querelle* suscitata da Alessandro Cariero e Belisario Bulgarini contro la poeticità della *Commedia* (cfr. P. A. SERASSI, *La vita di Jacopo Mazzoni, patrizio cesenate*, Roma, Pagliarini, 1790, p. 68), e che, per il plauso riscosso dalla sua *Difesa*

losofico. Mazzoni non fu né un editore di testi archimedei [2] né un interprete originale di aspetti scientifici dell'opera del Siracusano. Il motivo per cui qui ce ne occupiamo è il fatto che egli, collega amico e maestro di filosofia di Galileo negli anni pisani,[3] mostrandosi attento e sensibile osservatore degli sviluppi del pensiero scientifico della

della Comedia di Dante (in Cesena, appresso Bartolomeo Raverij, 1587) venne accolto membro dell'Accademia Fiorentina e dell'Accademia della Crusca (cfr. P. A. SERASSI, *op. cit.*, pp. 76-77). Fu, tra l'80 e il '95, il professore di filosofia più conteso e anche più pagato degli Studi italiani (cfr. *ivi*, pp. 85, 89, 108; P. SEGNI, *Orazione per la morte di M. Jacopo Mazzoni*, in Firenze, appresso Giorgio Marescotti, 1589, ristampata da C. R. DATI in *Prose Fiorentine*, Firenze, Franchi, 1716-45 [1ª ed. 1661], *Parte Prima contenente orazioni*, 6 voll., I, 1716, pp. 243-244), e, a Pisa, riuscì ad ottenere l'insegnamento straordinario della filosofia di Platone (cfr. CH. B. SCHMITT, *The Faculty of Arts at Pisa at the Time of Galileo*, «Physis», XIV, 1972, p. 265). Nel 1575 fu invitato a Roma a far parte della commissione istituita da Gregorio XIII per la riforma del calendario (cfr. P. A. SERASSI, *op. cit.*, pp. 44, 50), probabilmente in riconoscimento delle sue competenze astronomiche, delle quali pare desse prova in conferenze pubbliche (cfr. P. SEGNI, *op. cit.*, p. 246): certo è che, più tardi, in occasione della comparsa, nel 1596, di una cometa nella costellazione della Balena, compose un *Discorso sulle comete*, purtroppo oggi andato perduto, che fu assai apprezzato e lodato da Guido Ubaldo del Monte (cfr. P. A. SERASSI, *op. cit.*, pp. 101, 147). A lui, infine, furono affidate in più occasioni le orazioni funebri di uomini illustri e principi, tra i quali Guido Ubaldo II della Rovere (cfr. *ivi*, p. 30), principe di quella corte urbinate, dalla cui lunga frequentazione il Mazzoni dovette trarre stimoli fecondi alla propria riflessione filosofica: lì incontrò probabilmente il Commandino, ormai nell'ultimo anno della sua vita, e strinse solida e durevole amicizia con Guido Ubaldo del Monte; lì da Francesco Maria II della Rovere, mecenate dell'editoria scientifica e promotore del rinnovamento culturale di Urbino, gli furono commissionati nuovi commentari ai Dialoghi di Platone (cfr. *ivi*, pp. 43-44): ad essi Mazzoni lavorò per lunghi anni presumibilmente con l'intento di diffondere, in contrapposizione all'interpretazione mistico-teologica del Ficino, una interpretazione più consona alle esigenze dello sviluppo tecnico e scientifico- matematico, allora in rapida affermazione. Quali fossero gli esiti di quel lavoro del Mazzoni, anche qui, purtroppo, ci è precluso conoscere partitamente: quei commentari, rimasti inediti, sembrano oggi perduti. Tracce dell'interpretazione che in essi fu data all'attività letteraria, filosofica e scientifica di Platone sono tuttavia reperibili nelle restanti opere a stampa del Mazzoni: di ciò, limitatamente all'aspetto filosofico-scientifico, è saggio questa stessa mia relazione.

[2] Sulla fervida attività editoriale delle opere archimedee nel Cinquecento si veda, tra gli altri, M. Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. III: *The Fate of the Medieval Archimedes 1300 to 1565*, parte III: *The Medieval Archimedes in the Renaissance 1450-1565*, Philadelphia, The American Philosophical Society, 1978; E. J. DIJKSTERHUIS, *Archimedes*, Amsterdam, Meulenhoff, 1938, trad. it. Firenze, Ponte alle Grazie, 1989, pp. 32-33; G. MICHELI, *L'assimilazione della scienza greca*, in AA.VV., *Storia d'Italia. Annali 3: Scienza e tecnica nella cultura e nella società dal Rinascimento a oggi*, a cura di G. Micheli, Torino, Einaudi, 1980, in particolare p. 217; G. SARTON, *The Appreciation of Ancient and Medieval Science During the Renaissance (1450-1600)*, Philadelphia, University of Pennsylvania Press, 1955, pp. 141-142. Sulle complesse vicende che rimandarono alla seconda metà del Seicento la pubblicazione dell'edizione archimedea curata da Francesco Maurolico da Messina, cfr. R. MOSCHEO, *L'Archimede mauroliciano: genesi, sviluppi ed esiti di una complessa vicenda editoriale*, accolto nei presenti *Atti*.

[3] Dell'insegnamento filosofico impartito da Mazzoni a Galileo ci dà testimonianza lo stesso Galileo, il quale, in una lettera al padre del 15 novembre 1590, scriveva: «Io sto benissimo, ed attendo a studiare et ad imparare dal S. Mazzoni, il quale vi saluta» (*Le Opere di Galileo Galilei*, 20 voll., Firenze, Barbera, 1929-38 [1ª ed. 1890-1909], X, pp. 44-45.

seconda metà del Cinquecento, tentò, attraverso una ripresa e una discussione di luoghi e tematiche aristoteliche e platoniche, di dare coesione e fondazione filosofica a quegli sviluppi del pensiero scientifico e, con ciò, a due interpretazioni allora dominanti di Archimede: vale a dire Archimede sommo ingegnere e Archimede acuto indagatore delle leggi di natura.

È fatto noto che nel Rinascimento Archimede fu in certo senso il patrono delle attività tecniche ed ingegneristiche, spesso indicato quale modello di un sapere che usava la scienza con la volontà di sottomettere la natura agli scopi umani.[4] Del resto, in ciò gli scrittori del Rinascimento non facevano che riprendere moduli interpretativi della tradizione classica: quanto Livio e Plutarco, Vitruvio e Proclo, Claudiano e Polibio, Lattanzio e Cicerone [5] avevano tramandato di Archimede, sommo tecnico e ingegnere, inventore di strumenti e macchine capaci di operare cose di primo acchito incredibili, veniva ripreso da Tartaglia [6] e Commandino,[7]

[4] Cfr. M. CLAGETT, *op. cit.*, p. 319; E. GAMBA - V. MONTEBELLI, *op. cit.*, pp. 69, 79-81; G. SARTON, *op. cit.*, p. 141.

[5] Per un'accurata rassegna delle fonti classiche che danno testimonianza della produzione tecnica di Archimede cfr. E. J. DIJKSTERHUIS, *op. cit.*, trad. it. pp. 16-25. Per gli studi più recenti su questo tema si può consultare l'ottimo saggio bibliografico di W. R. KNORR, *Archimede dopo Dijksterhuis: una guida agli studi recenti*, pubblicato come 'Appendice' all'edizione italiana dell'opera dello studioso olandese, in particolare pp. 338-340.

[6] «Tanto è generale la virtu, over potentia di queste tai discipline [matematiche] piene di certezza, che Archimede Siracusano per lo studio di quelle, con suoi mecanici ingegni difese un tempo la citta di Siracusa contra l'impetto di Marco Marcello Consule Romano, per ilche acquistò il nome della immortalità» (*Lettione [prima] de Nicolo Tartalea Brisciano*, premessa a *Euclide Megarense Philosopho, solo introduttore delle Scientie Mathematice*, In Venetia, appresso Curtio Troiano, MDLXV, c. 4*v*).

[7] «L'arte delle Machine sempre considera le cose sensibili congiunte colla materia, mentre apparecchia istrumenti da guerra: come fece Archimede allhora, che Siracusa era così strettamente assediata da Marcello; overo fabrica altre cose con altissimo artificio, et atte a mover maraviglia con l'aiuto o d'aere rinchiuso, o di pesi, o vero di corde; come quelle, che Tessibio, Herone, et Archimede mostrarono con loro grandissimo stupore a gli huomini di que' tempi. Percioche chi non stupirà, (lasciando l'altre cose) di quella sfera di vetro d'Archimede? et solo per questa cagione non honorerà sommamente le Matematiche, che possono far cose tali? Finto corre il Zodiaco al'anno intorno, e finta Cintia al novo mese riede, si che Giove appresso Claudiano meritamente esclamò: "Tanto ha potuto alzarsi humano ingegno, Che scherne in fragi-l'arte il mio lavoro"». Cfr. anche: «Come possono negare, che le Matematiche non vagliano maravigliosamente all'utile universale delle Città [...]? Et l'arte militare, che è il braccio destro del governo civile, [...] con che modo assedia, combatte, et espugna le Città nimiche, et le proprie difende, se non col mezo dell'arte delle machine? la quale ne sa fare delle mirabili cosi per offendere, come per difendere: come fece Archimede contra Marcello: il quale (lascio da parte hora i Tessibij, gli Architi, i Prischi, gli Eudossi, et i Diogeneti) alzando un giorno con parole quest'arte in presenza d'Hierone, mosso il Re da maraviglia di cosi gran Geometra, il

da Baldi,[8] Pigafetta [9] e Guido Ubaldo del Monte,[10] per non citare che alcuni dei più importanti, anzi quest'ultimo, il del Monte, espres-

pregò a far prova di cotanta sua fiducia. La onde Archimede comperatosi una delle Navi del Re, et condottala in terra, egli solo carica di molto grave peso la tirò con suoi istrumenti a se medesimo, non altrimenti, che se nel mare fosse stata mossa da' remi et dalle vele, et per lo contrario di secco condusse nel mare una Nave dello stesso Re detta Alessandria. Cosa, che non furono bastanti a fare tutte le forze di Sicilia. [...] Et havrebbe (disse Livio ragionando di Marcello, che dava l'assalto a Siracusa) la cosa con si grande impeto, et caldezza cominciata havuto fortunato successo, se non fosse allhora stato un sol'huomo in Siracusa. et questi era Archimede: huomo singolare nelle speculationi del Cielo et delle stelle: et molto più mirabile nella inventione et componimento d'istrumenti atti a ferir di lontano et in machine che leggiermente mosse quasi con ischerno toglievano effetto a quanto i nemici con grandissime moli tentavano» (*I Prolegommeni di M. Federico Commandino sopra gl'Elementi di Euclide*, premessi a *De gli Elementi d'Euclide libri quindici con gli Scholii antichi*, in Urbino, appresso Domenico Frisolino, MDLXXV, pp.nn., ma ff. *4r*, *4v*. Cito per comodità dalla edizione in volgare, la quale, come è noto, è posteriore alla edizione latina, pubblicata dal Commandino nel 1572).

8 Cfr. B. BALDI, *Vita di Archimede*, in *Vite inedite di Matematici Italiani scritte da Bernardino Baldi e pubblicate da Enrico Narducci*, «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», XIX, 1886, pp. 389-390, 398-403.

9 Filippo Pigafetta, nella dedica 'Ai lettori' premessa alla sua tradizione in volgare delle *Meccaniche* di Guido Ubaldo del Monte, ribadiva come Archimede «Mechanico; et Ingegniere famosissimo», pur essendo «di gran legnaggio, et parente di Hierone Re di Sicilia», non avesse affatto disdegnato di impegnarsi in «opre Mechaniche», né di scriverne «anco molti trattati», in quanto attività di «singulare utilità, et diletto del vivere humano». Cosicché lo stesso Plutarco, che pure nella *Vita di Marcello* aveva mirato a svilire l'opera meccanica di Archimede a vantaggio di quella matematico-teoretica, aveva dovuto riconoscere che «per niuna altra dottrina essere tanto in riputatione salito Archimede, quanto per le imprese Mechaniche; anzi veramente co 'l mezo loro haversi egli all'hora procacciato fama non di scienza humana, ma di sapienza divina» (*Le Mechaniche dell'Illustriss. Sig. Guido Ubaldo De' Marchesi Del Monte: Tradotte in volgare dal Sig. Filippo Pigafetta: Nelle quali si contiene la vera Dottrina di tutti gli Istrumenti principali da mover pesi grandissimi con picciola forza*, In Venetia, appresso Francesco di Franceschi Senese, MDLXXXI, 'Ai lettori', pp.nn., ma cc. *1r-1v*).

10 Si veda, ad esempio, la *Parafrasi* agli *Equiponderanti* di Archimede, dove Guido Ubaldo, pur attenendosi a Plutarco nel giudicare l'opera matematica di Archimede il frutto più eccellente del suo ingegno, al Siracusano riconosceva la massima autorità nelle discipline meccaniche e nelle sottili invenzioni tecniche fondate sulla matematica, autorità pari a quella che Aristotele deteneva in filosofia: «quemadmodum absque Aristotele duce, atque doctore, nemo ad recte philosophandum, ita neque etiam ad Mathematicam, praecipueque Mechanicam disciplinam absque Archimede sese quispiam disponere possit [...]. etenim si ea, quae mathematica ope indigent, laudare volunt, ad Archimedem confugiendum est; ut si inventionem, subtilissimum Archimedis inventum afferant, quo modum adinvenit cognoscendae quantitatis argenti, quod erat in corona Regis aurea, ut Vitruvius testatur; et alia huiusmodi; si admirabilia, statim afferant Archimedis sphaeram in globo vitreo elaboratam, in qua omnes caelestis sphaerae motus relucebant; ita ut natura potius Archimedem immitata, quam Archimedes naturam illusisse videatur; navim praeterea gravi pondere oneratam e mari in littus ab Archimede eductam; aliaque id genus plurima. Denique si res Mathematicas civitatibus esse utiles ostendere volunt, ea, quae ab Archimede contra Marcellum in defensionem patriae facta fuere, in medium afferant, quo tempore bellica opera adeo mirabilia efficit, ut solus Archimedes contra bellicosissimos Romanos pugnare sufficiens videretur» (GUIDI UBALDI e MARCHIONIBUS MONTIS, *In duos Archimedis Aequeponderantium libros Paraphrasis Scholijs illustrata*, Pisauri, apud Hieronymum Concordiam, MDLXXXVIII, 'Praefatio', p. 5).

samente testimoniava il carattere esemplare ormai assunto dallo scienziato siracusano nell'ideale della nuova filosofia meccanica: consentendo ad Archimede, egli scriveva, di realizzare il modello della sfera che rendeva intuitivo e manifesto l'ordinamento dell'universo, Dio aveva voluto anteporlo a tutti i matematici, in lui designando quasi il paradigma che tutti gli studiosi dovevano proporsi di imitare.[11]

Ma accanto a questa valutazione classica, cominciava verso la metà del secolo ad affermarsi un'interpretazione nuova dell'opera archimedea, senza dubbio non rigorosa testualmente ma significativa di una certa crisi dell'autorità aristotelica e di una tensione verso la ricerca di nuove vie di indagine dell'ente reale: mi riferisco all'interpretazione di Tartaglia [12] e, soprattutto, di Benedet-

11 «Sed prae omnibus mathematicis unus Archimedes ore laudandus est pleniore, quem voluit Deus in mechanicis velut ideam singularem esse, quam omnes earum studiosi ad imitandum sibi proponerent. Is enim Coelestem globum exiguo admodum, fragilique vitreo orbe conclusum ita efinxit, simulatis astris vivum naturae opus, ac iura poli motibus certis adeo praeseferentibus; ut aemula naturae manus tale de se encomium sit promerita: sic manus naturam, ut natura manum ipsa imitata putetur» (GUIDI UBALDI e MARCHIONIBUS MONTIS, *Mecanicorum liber. In quo haec continentur: De Libra, De Vecte, De Trochlea, De Axe in Peritrocheo, De Cuneo, De Cochlea*, Venetiis, apud Evangelistam Deuchinum, MDCXV, 'Praefatio', pp.nn., ma ff. *1v-2r*). Ancorché non citata, la fonte che ispira questo giudizio di Guido Ubaldo è Cicerone. Allo stesso modo, nel trattato *De Cochlea*, discutendo l'attribuzione ad Archimede della invenzione di quello strumento, atto a sollevare l'acqua a qualunque altezza, sostiene che, quand'anche mancasse la testimonianza esplicita di Diodoro Siculo [I, 34, 2], senz'altro «nulli alij, quam Archimedi tribuissem; nam in huiuscemodi rebus, quae subtilissima sunt, Archimedi tribuenda sunt. adeo enim omnes alios solertia, ingenijque acumine antecelluit, ut ipse solus ante alios, vel (ut ita dicam) extra alios ita sit collocandus, ut ex alijs, nec secundus, nec ipsi proximus forsan reperiri possit» (GUIDI UBALDI e MARCHIONIBUS MONTIS, *De Cochlea libri quatuor*, Venetiis, apud Evangelistam Deuchinum, MDCXV, 'Praefatio', p. 2).

12 La trattazione idrostatica della velocità del moto dei gravi nei fluidi viene presentata da Niccolò Tartaglia nel Commentario, in forma di dialogo, alla sua versione italiana del libro I dei *Galleggianti*: questa venne pubblicata nel 1551 come una sorta di 'Appendice' alla sua *Regola generale da sulevare con ragione e misura non solamente ogni affondata Nave: ma una Torre Solida di Mettallo. Trovata da Nicolo Tartaglia, delle discipline mathematice amatore, Intitolata la Travagliata Inventione* ..., Venetia, 1551. Il titolo di tale 'Appendice' era: *Primo Ragionamento nel quale se dichiara volgarmente quel libro di Archimede Siracusano, detto de insidentibus aquae* [in sette carte, recto e verso, non numerate], dedicata a Curtio Troiano. Nel 1554, però, la traduzione italiana del libro di Archimede appariva in appendice alla seconda edizione dei *Quesiti et inventioni diverse de Nicolo Tartaglia, di novo restampati con una giunta al sesto libro, nella quale si mostra duoi modi di redure una Città inespugnabile*. Appresso de l'auttore, 1554. Infine, nel 1562, in una edizione postuma delle opere di Tartaglia curata da Curtio Troiano (in Venegia, Per Curtio Troiano de i Navò, 1562), la versione italiana veniva pubblicata autonomamente: il *Primo Ragionamento*, insieme al *Secondo Ragionamento* (*Secondo Ragionamento nel quale se mostra la ragione et pratica di saper invistigare, che proportione habbia in gravità ogni material corpo piu grave de l'acqua con essa acqua, et molte altre particularità di non poca speculatione, et utilità*) contenente la prima tavola sperimentale dei pesi specifici dei materiali, veniva presentato con il titolo: *Primo libro di Archimede de insidentibus aquae dichiarato in volgare*. La versio-

ti [13] e del giovane Galileo,[14] i quali ultimi, in particolare, mettevano in luce gli aspetti più propriamente fisico-teoretici della scienza archi-

ne volgare del Tartaglia è ora presentata, con un'ampia introduzione storico-critica, nel volume citato di M. CLAGETT, pp. 573-607. Lo studioso ricorda, tra l'altro, che l'edizione del Tartaglia dei *Galleggianti*, sia quella latina del 1543 (*Opera Archimedis Siracusani philosophi et mathematici ingeniosissimi* ..., Venetiis, per Venturinum Ruffinellum sumptu et requisitione Nicolai de Tartaleis Brixiani, MDXLIII), sia quella in volgare, ebbero un'importanza fondamentale per gli sviluppi della meccanica: anche dopo l'*editio princeps* delle opere di Archimede curata da Thomas Gechauff Venatorius (*Archimedis Syracusani Philosophi ac Geometrae Excellentissimi Opera quae quidem extant, omnia ... nuncque primum et Graece et Latine edita. Adiecta quoque sunt Eutocii Ascalonitae in eosdem Archimedis libros Commentaria, item Graece et Latine, numquam antea excusa,* Basileae, Joannes Hervagius excudi fecit, MDXLIIII), e fino all'edizione integrale del Commndino del 1565 (*Archimedis de iis quae vehuntur in aqua libri duo a Federigo Commandino Urbinate in pristinum nitorem restituti, et commentariis illustrati,* Bononiae, ex officina Alexandri Benacii, MDLXV), quell'opera archimedea, seppure limitatamente al I Libro, fu accessibile solo attraverso le edizioni del Tartaglia. Cfr. anche S. DRAKE, 'Preface' a S. DRAKE - I. E. DRABKIN, *Mechanics in Sixteenth-Century Italy*, Madison-Milwaukee-London, The University of Wisconsin Press, 1969, p. 22. Sulle precedenti trattazioni dinamiche dell'idrostatica archimedea in Nicola Oresme e Leon Battista Alberti cfr. M. CLAGETT, *op. cit.*, pp. 125 ss., 316-318.

[13] Come è noto, Giovan Battista Benedetti sviluppò la propria teoria idrostatica della velocità di discesa dei gravi sia nella *Resolutio omnium Euclidis problematum* (pubblicata a Venezia, presso Bartolomeo Cesano nel 1553), sia nelle due edizioni della *Demonstratio proportionum motuum localium contra Aristotelem et omnes philosophos* (pubblicate presso il medesimo tipografo nel 1554), sia, infine, nelle *Disputationes de quibusdam placitis Aristotelis*, incluse nel suo *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber*, pubblicato presso Bevilacqua a Torino nel 1585 (pp. 168-197). Sulla differenza tra le due edizioni della *Demonstratio*, cfr. I. E. DRABKIN, *Two Versions of G. B. Benedetti's "Demonstratio Proportionum Motuum Localium"*, «Isis», LIV, 1963, pp. 259-262; C. MACCAGNI, *Le speculazioni giovanili "de motu" di Giovanni Battista Benedetti*, Pisa, Domus Galilaeana, 1967, pp. XXIII-XXVII, XXXIV-XXXV della 'Introduzione'. Più in generale, sull'opera scientifica di Benedetti si veda: V. CAPPELLETTI, *Dizionario biografico degli Italiani, s.v.*, VIII, 1966, pp. 259-264; I. E. DRABKIN, *G. B. Benedetti and Galileo's De Motu*, in *Actes du Dixième congrès international d'Histoire des sciences*, 2 voll., Paris, Hermann, 1964, I, pp. 627-630; S. DRAKE - I. E. DRABKIN, *op. cit.*, pp. 31-41; M. CLAGETT, *op. cit.*, pp. 575-581; ID., *The Science of Mechanics in the Middle Ages*, Madison (Wisconsin), The University of Wisconsin Press, 1959, trad. it. Milano, Feltrinelli, 1972, pp. 724-727, 734-735; A. KOYRÉ, *Jean-Baptiste Benedetti critique d'Aristote*, originariamente in AA.VV., *Mélanges offerts à Etienne Gilson*, Toronto-Paris, Pontifical Institute of Mediaeval Studies, 1959, pp. 351-372, poi in A. KOYRÉ, *Études d'histoire de la pensée scientifique*, Paris, Gallimard, 1973, pp. 140-165; P. COSTABEL, *Vers une mécanique nouvelle*, in AA.VV., *Sciences de la Renaissance*, Actes di VIIIe Congrès International de Tours, Paris, Vrin, 1973, pp. 135-139; AA.VV., *Giovanni Battista Benedetti: spunti di storia delle scienze*, Venezia, Marsilio, 1985 (con contributi di E. Riondato, C. Maccagni, A. Carugo, E. Berti, L. Olivieri, L. Rosino); AA.VV., *Cultura, Scienze e Tecniche nella Venezia del Cinquecento.* Atti del Convegno internazionale di studio «Giovan Battista Benedetti e il suo tempo» (Venezia, 3-5 ottobre 1985), Venezia, Istituto Veneto di scienze lettere ed arti, 1987.

[14] Per la letteratura sul *De Motu* galileiano mi sia permesso rimandare alle note del mio saggio *Galileo lettore di Girolamo Borri nel «De Motu»*, in AA.VV., *De Motu. Studi di storia del pensiero su Galileo, Hegel, Huygens, Gilbert*, Milano, Cisalpino-Istituto Editoriale Universitario, 1990, pp. 3-69; agli studi ivi segnalati va senz'altro aggiunto il volume di O. HELBING su *La filosofia di Francesco Buonamici* (Pisa, Nistri Lischi, 1989), uscito quando ormai il saggio era già in stampa.

medea, in grado di proiettare la luce della verità su eventi naturali fino allora tenuti nelle tenebre dell'errore e della ignoranza dalla filosofia naturale aristotelica: tali, ad esempio, la possibilità del moto nel vuoto, la eguale velocità di caduta di corpi omogenei di differente grandezza, la determinazione della velocità di caduta dei gravi in un mezzo fluido come proporzionale alla differenza tra il peso specifico del corpo e quello del mezzo.

Erano sintomi, queste valutazioni ed enfatizzazioni cinquecentesche del genio tecnico e scientifico di Archimede, di un clima culturale vivo e in fermento che in quell'antico eroe esprimeva esigenze nuove, o, se si vuole, erano già frammenti di una revisione in atto di concetti e procedimenti del pensiero scientifico; revisione che si avviava a riconsiderare la funzione dello strumento matematico nella indagine fisica, a riesaminare il rapporto tra ente geometrico ed ente reale, a rafforzare e consolidare quella tradizione, mai spenta nel pensiero dell'umanesimo,[15] che mirava a dare dignità all'uomo tecnico per la capacità di dominare la natura e di realizzare quei "miracoli" posti fuori dell'ordine immediatamente naturale delle cose. Ciò che, alla fine del Cinquecento, ancora mancava a questi preziosi frammenti era una riflessione filosofica organica in grado di dare loro rigore e di rinsaldarli in una unitaria fondazione metafisica.

Jacopo Mazzoni fu uno dei filosofi che contribuì a soddisfare questa esigenza dei tempi nuovi, alla quale certamente lo aveva reso sensibile la frequentazione, a Urbino come anche a Roma e a Pisa, di figure eminenti della scienza dell'epoca:[16] la sua opera filosofica più importante, un in-folio pubblicato nel 1597 con il titolo *In universam Platonis et Aristotelis Philosophiam Praeludia, sive de comparatione Pla-*

[15] Si vedano, ad esempio, gli studi di P. ROSSI, *Il filosofo e le macchine (1400-1700)*, Milano, Feltrinelli, 1971 (1ª ed. 1962); F. KLEMM, *Technik, eine Geschichte ihrer Probleme*, Freiburg-München, Alber, 1954, trad. it. Milano, Feltrinelli, 1959, pp. 109-173; C. TRINKAUS, *In Our Image and Likeness*, 2 voll., London, Constable, 1970; AA.VV., *The Renaissance Philosophy of Man*, a cura di E. Cassirer, P. O. Kristeller, J. H. Randall, Chicago (Illinois), The University of Chicago Press, 1948, studi che offrono un'ampia panoramica delle concezioni sull'*homo faber* espresse sin dagli inizi dell'Umanesimo sia da filosofi sia da tecnici e meccanici.

[16] Tra gli scienziati o pensatori con interessi scientifici che il Mazzoni ebbe a conoscere o con i quali strinse relazioni di amicizia, il Serassi ricorda Guido Ubaldo del Monte, padre Clavio, Egnazio Danti, Alessandro Piccolomini, Girolamo Mercuriale; ma la lista è certamente incompleta, perché, ad esempio, è improbabile che il Mazzoni, il quale arrivò alla corte di Urbino nel 1574, non abbia conosciuto anche il Commandino. È certa, inoltre, la sua lunga ed affettuosa amicizia con Galileo, alla quale la biografia del Serassi non fa accenno alcuno.

tonis et Aristotelis,[17] costituisce uno dei tentativi senz'altro interessanti nel panorama delle riflessioni prodotte all'alba della scienza moderna, per dare dignità e spessore filosofici a quei fermenti. Non a caso Galileo, pochissimo tempo dopo la pubblicazione del volume, espresse all'amico ed antico maestro approvazione e compiacimento per «la universale dottrina della quale esso è ripieno», dichiarandosi rinforzato nelle proprie opinioni, stimate «vere, ancorché diverse dal commune parere», per aver nel giudizio «sì forte compagno».[18] Ciò che presumibilmente piacque, tra l'altro, a Galileo fu vedere il suo «divino» Archimede annoverato tra gli autorevoli esponenti di una nuova filosofia, la quale da una parte mirava a legittimare l'indagine matematica sull'ente reale, dall'altra a connettere due dimensioni della cultura, quella tecnica e quella scientifica, tradizionalmente tenute separate e sviluppatesi l'una indipendentemente dall'altra.

Questa nuova filosofia Mazzoni costruì poggiandola su due punti centrali, tra loro connessi: la considerazione della funzione positiva e irrinunciabile della materia e del mondo corporeo, e dunque della sensibilità, nel processo di acquisizione della scienza; la ridefinizione di ciò che propriamente costituisce la razionalità dell'uomo. La tesi che andrà a sostenere è sostanzialmente questa: non è vero che la materia abbia qualche ruolo nella origine del male [19] e dell'errore; anzi, essa è assolutamente necessaria e determinante alla realizzazione del bene, il quale in nient'altro consiste se non nel fatto che ciascun individuo realizzi la perfezione inerente alla propria natura. È di queste sue considerazioni che ora dovremo occuparci, tralasciando per il momento le valutazioni specifiche su Archimede. Esse sono considerazioni che, è bene sottolineare, varranno a dare un assetto filosofico sistematico, più che alle riflessioni di Archimede in particolare, in generale a quella rinascenza delle arti meccaniche e della indagine matematica dell'ente reale, allora in rapido sviluppo. Ma, se si avrà la pazienza di seguirle, esse serviranno nello stesso tempo ad introdurre ad una più piena comprensione del giudizio filosofico che su Archimede espresse Mazzoni. Questi, infatti, indicò esplicitamente nel

[17] Venetiis, apud Ioannem Guerilium.

[18] Cfr. G. GALILEI, *Lettera a Iacopo Mazzoni,* 30 maggio 1597, in *Le Opere di Galileo Galilei,* ed. cit., II, pp. 197-198.

[19] Sul concetto di male in Mazzoni come disordine e irrazionalità, cfr. più avanti, nn. 44, 45.

Siracusano un modello cui riferirsi per le attività tecniche e le speculazioni fisiche e, implicitamente, anche un autorevole esponente di quella filosofia che, sola, poteva dare alla cultura tecnica e matematica rigore e dignità. Ciò che alla fine emergerà sarà il ritratto di uno scienziato piuttosto libero da schemi aristotelici, lumeggiato in tinte fortemente platoniche.

§ 2. Per quanto riguarda il primo punto su elencato, e cioè la valutazione positiva della materia, è eloquente la tradizione filosofica scelta da Mazzoni per convalidare e provare la propria tesi. Non gli interessa infatti situarla all'interno di categorie fisiche o gnoseologiche aristoteliche, ma si sforza, pur usando, come vedremo, concetti anche aristotelici, di recuperare la teoria della positività della materia all'interno del platonismo. È evidente che in questo filone di pensiero, tradizionalmente usato a giustificare l'indagine matematica sul mondo, egli cercava un valido sostegno alla legittimazione dei nuovi indirizzi di ricerca tecnico-scientifica, ed è evidente che, a questo scopo, doveva sgomberare il campo platonico da ambiguità e fraintendimenti circa la possibilità di fare del mondo corporeo l'oggetto adeguato di una conoscenza propriamente scientifica e la degna palestra di applicazione della intelligenza pratica e speculativa dell'uomo. Così, ciò di cui innanzitutto si preoccupa è mostrare la vitalità, all'interno del platonismo, di una concezione positiva della materia quale conseguenza irrinunciabile dell'atto creatore divino.

Certo, egli è perfettamente consapevole e mette subito in chiaro che sulla questione della bontà o meno della materia la tradizione platonica non si presenta affatto come una totalità omogenea, priva di articolazioni, dissensi e differenziazioni. Chi, a suo giudizio, si era reso responsabile della concezione negativa della materia era stato Plotino, quando in essa aveva indicato l'origine e il principio del male.[20] A questa tesi, dichiara Mazzoni, Plotino concludeva sulla base della seguente dimostrazione:

«E innanzitutto bisogna chiamare male ciò che si oppone massimamente al bene; ma tale è la materia, dunque la materia è male», dove la minore

[20] Non è qui il caso di confrontare il pensiero originale di Plotino con la interpretazione che ne dà il Mazzoni. Interessante è però sottolineare come egli si discosti dal Ficino nella valutazione di quel filosofo: mentre infatti il Ficino aveva giudicato che «maxime vero in penetralia totius sapientiae introducent Plotini libri quatuor et quinquaginta» (MARSILIUS FICINUS

del sillogismo, cioè che la materia è la massima opposizione al bene, veniva così provata: «Il bene è misura, la materia, invece, mancanza di misura. Il bene è limite, la materia è infinita. Il bene è la forma di tutte le cose, la materia è informe. Il bene è sufficiente, la materia è indigente».[21]

Ma proprio su questa minore del sillogismo plotiniano Mazzoni esprimeva le proprie riserve: vi si soffermava, dunque, per denunciarla falsa, contraddittoria e «neque Platoni, neque veritati consentaneam».[22] Se essa fosse vera, argomentava il nostro autore,[23] la stessa genesi del mondo, pur inequivocabilmente affermata da Platone, sa-

FLORENTINUS Martino Uranio Praennyngero, XII Iunii 1489, *Responsio petenti Platonicam instructionem et librorum numerum*, in *Marsilii Ficini ... Opera et quae hactenus extitêre et quae in lucem nunc primum prodiêre omnia ...*, 2 voll., Basileae, ex officina Henricpetrina, MDLXXVI, riprod. fototip. Torino, Bottega d'Erasmo, I, p. 899), e aveva sostenuto che l'interpretazione plotiniana era così aderente al pensiero di Platone che leggere Plotino era come ascoltare «Platonem ipsum [...] loquentem» (MARSILII FICINI FLORENTINI *In Plotini Epitomae, seu Argumenta, Commentaria et Annotationes*, «Exhortatio ad auditores in lectionem Plotini et similiter ad legentes», in *Marsilii Ficini ... Opera*, ed. cit., II, p. 1548), Mazzoni invece accusa l'antico neoplatonico sia di mancanza di rigore logico sia di infedeltà alla filosofia di Platone. Questo suo dissenso dal Ficino a proposito della filosofia plotiniana è uno degli indizi rilevanti che illuminano sulle motivazioni che potettero indurre il Mazzoni a redigere nuovi commentari ai Dialoghi platonici. La lettera a Martino Uranio sulla tradizione platonica è stata anche pubblicata da R. KLIBANSKY in Appendice al suo volume *The Continuity of the Platonic Tradition during the Middle Ages*, Millwood (New York)-London-Nendeln, Kraus International Publications, 1981 (1ª ed. London, 1939), pp. 45-47; sull'atteggiamento di Ficino verso la tradizione platonica cfr. R. KLIBANSKY, *ivi*, pp. 42-45; P. O. KRISTELLER, *The Philosophy of Marsilio Ficino*, New York, Columbia University Press, 1943, ed. it. riveduta *Il pensiero filosofico di Marsilio Ficino*, Firenze, Le Lettere, 1988, pp. 17-20; R. MARCEL, *Marsile Ficin (1433-1499)*, Paris, Les Belles Lettres, 1958, pp. 606-607. D'ora innanzi i rimandi ai luoghi del Ficino si intendono riferiti alla succitata edizione delle *Opera*.

21 «Secunda fuit opinio Plotini credentis materiam esse malum, et ex ea omnem malorum colluviem ortam, quam his rationibus probavit. Et primo illud malum nominandum est, quod ipsi bono maxime opponitur; at talis est materia, ergo materia malum. Probatur minor, quia bonum mensura est, materia vero immensuratio dicitur. Bonum terminus: materia infinitum. Bonum forma omnium; materia informis. Bonum sufficiens, hoc egenum» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 28). Nel testo del Mazzoni, la prova plotiniana correda l'argomento sillogistico con testimonianze tratte dagli stessi dialoghi platonici: oltre l'*Epinomide* e il *Teeteto*, viene ricordato il *Cratilo*, dove, sottolinea Plotino, Platone lodava Orfeo «quod affirmaverit σῶμα, idest corpus dici quasi σῆμα, idest sepulchrum, in quo anima luat poenas»; il *Fedone*, infine, dove Platone scriveva che «"donec corpus habuerimus, et confusa nostra fuerit anima"» (cfr. *ivi*, pp. 28-29). Queste citazioni dai Dialoghi platonici sembrano attestare che il Mazzoni avesse tra le mani il testo delle *Enneadi* e non si fosse limitato alla lettura del commentario del Ficino, il quale pure riporta, sebbene con lievi differenze, il sillogismo plotiniano: cfr. MARSILII FICINI FLORENTINI *In Plotini Epitomae*, «In librum quae sint, et unde mala, Comment.», II, p. 1548.

22 J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 29.

23 Riassunto qui brevemente il senso della lunga e articolata controargomentazione del Mazzoni, che nel testo occupa tre intere pagine in-folio.

rebbe messa in forse, perché, se come egli insegnava nel *Fedone* e come veniva ripreso anche da Aristotele nel I libro della *Fisica*, è impossibile che i contrari patiscano reciprocamente, la materia, in quanto massima opposizione al bene, non potrebbe accogliere in sé la bontà della virtù del creatore. E che tuttavia l'accogliesse, lo stesso Plotino non aveva potuto fare a meno di riconoscere quando aveva affermato che la materia era «veluti quoddam Dei instrumentum [...] ad Dei bonitatem recipiendam».[24] Sicché delle due l'una: o la materia era la massima opposizione al bene e allora bisognava ammettere che il mondo non era stato creato da Dio, negando con ciò l'evidenza; ovvero la materia, in quanto ricettacolo della bontà divina, non poteva essere affatto «bono penitus contraria».[25]

Era questa, ovviamente, la sola conclusione accettabile e certamente, sottolineava Mazzoni, non nuova nella storia del platonismo, ché un altro grande di quella tradizione, cioè Proclo, l'aveva ammessa e proprio su questo punto aveva preso le distanze da Plotino, rilevando come la materia «ex Deo producta est tanquam necessaria mundo, neque malefica est».[26] Bisognava convenire, insomma, che la materia,

24 J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 29.

25 *Ivi*, p. 30.

26 Non che, sulla concezione della materia e della sua funzione nel mondo, Mazzoni dichiari un pieno accordo con la posizione di Proclo: questa, a suo giudizio, mantiene ancora un aspetto criticabile e comune sia alla teoria di Plotino sia a quella degli Gnostici: quello cioè di ascrivere al male una causa positiva. Rispetto a costoro, tuttavia, Proclo, secondo Mazzoni, avrebbe il merito, se non altro, di non avere indicato una causa specifica del male e di avere riconosciuto che la stessa perfezione del mondo implica il male e l'imperfezione. Il male sarebbe il risultato del conflitto tra elementi particolari e contrari, proprio del mondo della generazione; questo mondo implica sì distruzione, decadenza e morte, ma il male è necessario per la perfezione del tutto, e la materia, come possibilità infinita, è a sua volta la condizione necessaria dell'esistenza del tutto. In tal modo la materia non può essere detta male, ma soltanto necessaria. Cfr. J. Mazzoni, *op. cit.*, pp. 31-32. L'opera di Proclo dalla quale il Mazzoni attinge la teoria del male è, secondo quanto egli stesso dichiara, il Commentario alla *Repubblica* di Platone, dove in effetti il filosofo neoplatonico, nelle note al secondo libro, esponeva le proprie idee al riguardo, sebbene in modo molto succinto. Mazzoni tuttavia non usa qui il testo originale di Proclo, bensì la traduzione latina che Ficino aveva fatto di alcuni escerti di quell'opera: il passo da lui citato è tratto infatti dal capitolo «Deus nullius mali causa, nunquam mutua [*sic!*] formas, nullum fallit» (cfr. *Excerpta ex Proculo in Rempublicam Platonis a Marsilio Ficino*, I, p. 938). Per il testo originale del passo ripreso da Mazzoni, cfr. PROCLI DIADOCHI *In Platonis Rem publicam Commentarii*, 2 voll. a cura di W. KROLL, Leipzig, Teubner, 1899-1901, I, pp. 38, 1-39, 1. Sostenendo la posizione di Proclo contro quella di Plotino Mazzoni ancora una volta prendeva le distanze da Ficino, il quale in generale usava la comparazione tra le idee dei due grandi neoplatonici a beneficio di Plotino: su ciò si veda F. JOUKOVSKY, *Plotin dans les éditions et les commentaires de Porphyre, Jamblique et Proclus à la Renaissance*, «Bibliothèque d'Humanisme et Renaissance», XLII, 1980, pp. 397-398.

in quanto luogo della trascrizione delle idee divine, e a questo scopo usata e voluta da Dio, non poteva che essere partecipe del bene: «Se dunque la materia accoglie anche i deflussi divini e i simulacri dello stesso bene, in che modo può esser detta cattiva?».[27]

Come poi la materia avesse potuto esser forgiata da quei «defluxus divinos», era stato, a giudizio del Mazzoni, un altro grande platonico a spiegarlo nel modo più conveniente ed appropriato. Questi era Plutarco di Cheronea, il quale, nelle *Quaestiones convivales*, in veste di uno dei personaggi del dialogo, aveva illustrato la creazione del mondo «secondo proporzione, misura e numero». Scrive il Mazzoni:

> Quanto poi al modo in cui la materia accolga quei divini deflussi, ciò spiegò convenientemente Plutarco in quel luogo dei Simposiaci, dove, ponendo la questione di come Dio usi la geometria, così scrisse: «Date due figure, aggiungerne una terza, eguale all'una e simile all'altra».[28]

[27] «Si ergo materia defluxus etiam divinos, et ipsius boni simulacra recipit, quomodo mala nuncupari potest?» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 30). Cfr. anche: «Veritas [...] in mente, posterior est bonitate. Vult enim Deus bonitatem suam communicare: sed ut hanc communicet, operae pretium est, ut entia sortiantur illud esse, quod sit congruum et consentaneum notionibus divinis. Atque sic veritas dicitur quid postremum. Si vero consideretur, entia, ut producuntur, prius similitudinem divinarum Idearum recipiunt, et propter id bonitatem divinam participant. An potius dicendum est, Deum entia produxisse, ut vera essent, idest notionibus, et Ideis suis congrua. Ex ista enim veritate, tanquam proprietas quaedam, emergebat divinae bonitatis participatio» (*ivi*, p. 52).

[28] Cito qui di seguito tutto il passo su Plutarco: «Quod autem eos divinos defluxus recipiat, scite ad modum explicavit Plutarchus in Symposiacis eo loci, in quo dubitans quomodo Deus geometriam tractet, ita scripsit: "Datis duabus figuris tertiam adiungere alteri earum aequalem, alteri similem. Quo invento ferunt Pythagoram sacrificasse. Est enim haud dubie hoc multo splendidius, et scitius illo, quo ostenditur anguli recti in triangulo subtensam quadratum aequale quadratis eum continentium laterum posse. – Recte, inquit, Diogenianus. sed quid hoc ad propositum? – Facile respondi: intelligetis, in memoriam revocata divisione, quae in Timeo est, ubi prima e quibus mundi origo est, in tria dividit, quorum unum iustissimo nomine Deum, alteram materiam, tertium formam appellamus. Materia proinde subiectum, ut quod maxime inordinatum, et incompositum est: idea exemplorum pulcherrimum, Deus causarum praestantissima. Is ergo nihil voluit infinitum relinquere, quantum omnino res tulit: sed omnia ornare, ac digerere ratione, mensura, numeroque secundum naturam, fecitque ex omnibus subiectis unam rem, magnitudine materiae parem, forma ideae similem. Itaque istud problema sequens, cum duo essent tertium fecit, facit, conservatque perpetuo mundum materiae aequalem, ideae similem"» (*ivi*, p. 30). La citazione di Plutarco del Mazzoni corrisponde al passo delle *Quaestiones convivales*, VIII, 2, 720 A-B. Più avanti, nella Quinta Sezione del *De comparatione*, Mazzoni si preoccuperà di conciliare il racconto cosmogonico di Platone con quello delle Sacre Scritture. Non era comunque la prima volta nel Cinquecento che si ricorreva al testo plutarcheo allo scopo di nobilitare la matematica: già Antonio Possevino nella *Bibliotheca selecta* aveva attirato l'attenzione su di esso per il concetto di Dio, Architetto-Geometra, ivi espresso. Su ciò cfr. A. C. CROMBIE, *Prismata. Naturwissenschaftsgeschichtliche Studien*, Festschrift für Willy Hartner, a cura di Y. Maeyama e W. G. Saltzer, Wiesbaden, Steiner, 1977, pp. 70-72.

Si tratta, evidentemente, della XXV proposizione del VI libro degli *Elementi* di Euclide, la quale, con la teoria delle proporzioni, spiega come costruire, date due figure, una terza, che sia equivalente alla prima e simile all'altra.[29] Fu per la scoperta di questa proposizione, racconta Plutarco e riprende Mazzoni,[30] e non per quella del rapporto tra lati e diagonale del triangolo, che Pitagora sacrificò agli dei; e con ottimo motivo, perché la soluzione di quel problema consentiva di rendere ragione dell'origine del mondo a mezzo dei tre primi principî indicati da Platone nel *Timeo*: Dio, materia, forma. Quella proposizione spiega infatti come Dio, «la più eccellente delle cause», da una certa quantità di materia poté creare una cosa altra, cioè il cosmo ordinato che a quella data quantità di materia fosse eguale e in sé realizzasse la molteplicità delle forme geometriche come variazioni qualitativamente simili delle forme contenute nella mente divina.

Quanto sia significativo che Mazzoni riprenda proprio questa interpretazione del *Timeo* platonico, espressa da Plutarco nelle *Quaestiones convivales*, si evince da due considerazioni: la prima, più

[29] Sull'importanza di questa proposizione per la speculazione geometrica antica cfr. *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, 3 voll. a cura di T. H. HEATH, New York, Dover, 1956, II, p. 254, I, pp. 342-344; *Gli Elementi di Euclide*, a cura di A. Frajese e L. MACCIONI, Torino, UTET, 1977, pp. 401-402.

[30] Non deve sorprendere che Mazzoni, filosofo cristiano del Cinquecento, faccia propria l'interpretazione plutarchea del *Timeo*, la quale ignorava il concetto della creazione *ex nihilo* e concepiva l'atto creatore di Dio solo come la riduzione all'ordine e alla forma razionale di una materia pre-esistente, confusa e caotica. Mazzoni aveva in effetti alla spalle una lunga tradizione di esegesi cristiana del testo platonico, risalente già alla Patristica e poi portata avanti dalla scuola di Chartres, la quale o aveva conciliato la tradizione cristiana e quella platonica, assumendo l'atto ordinatore di Dio come susseguente all'atto della creazione assoluta, o aveva interpretato in senso metaforico l'organizzazione divina dell'Universo, come cioè un'ipotesi richiesta dalla logica dell'esposizione, la quale consentiva di rendere più accessibile al senso comune, legato ai vincoli della temporalità, la necessità di un principio ordinatore. A questo proposito si veda H. A. WOLFSON, *Plato's Preexistent Matter in Patristic Philosophy*, in AA.VV., *The Classical Tradition: Literary and Historical Studies in Honor of Harry Caplan*, a cura di L. Wallach, Ithaca-New York, Cornell University Press, 1966, pp. 409-420; J. MOREAU, *'Opifex, idest Creator': remarques sur le platonisme de Chartres*, «Archiv für Geschichte der Philosophie», LVI, 1974, pp. 33-49; M. D. CHENU, *La théologie au douzième siècle*, Paris, Vrin, 1957, pp. 118-128; T. GREGORY, *Platonismo medievale. Studi e ricerche*, Roma, Istituto Palazzo Borromini, 1958, cap. IV: «Il Timeo e i problemi del platonismo medievale», in particolare pp. 104-122. Sul concetto di materia nella interpretazione cosmogonica di Plutarco, cfr. P. THÉVENAZ, *L'âme du monde, le devenir et la matière chez Plutarque*, Neuchâtel, Attinger, 1938, in particolare pp. 108-114; R. DEL RE, *Il pensiero metafisico di Plutarco: Dio, la natura, il male*, «Studi italiani di filologia classica», n.s., XXIV, 1950, in particolare pp. 38-51; M. BALTES, *Die Weltentstehung des platonischen Timaios nach den antiken Interpreten*, 2 voll., Leiden, Brill, 1976, 1978, I, pp. 38-45, 93-94; L. M. NAPOLITANO VALDITARA, *Le idee, i numeri, l'ordine. La dottrina della* mathesis universalis *dall'Accademia antica al neoplatonismo*, Napoli, Bibliopolis, 1988, pp. 396-401.

immediata, è che in quel dialogo Plutarco – pur se lì non sembra esprimere solo la propria opinione [31] – collega direttamente ed esplicitamente il tema cosmogonico alla attività geometrizzante di Dio.[32] La seconda è invece legata al contesto di quel dialogo plutarcheo: ivi i personaggi discutono sul senso del detto, tradizionalmente attribuito a Platone, che «ὁ υεός ἀεὶ γεωμετρεῖν». Tra le varie tesi avanzate, una è qui particolarmente rilevante perché rispecchia quella che sarà poi la posizione non solo di Plotino ma di parte consistente della tradizione platonica, anche rinascimentale. È la tesi fatta esporre da Tindaro:[33] con tale espressione, questi sostiene, Platone intendeva elogiare la geometria come la disciplina in grado di distaccare l'uomo dal mondo sensibile, al quale egli era avvinto per necessità biologica; costretto attraverso l'esperienza del piacere e del dolore a prestare attenzione agli aspetti mutevoli delle cose fisiche come fossero realtà vere, l'uomo poteva nelle scienze matematiche, e in particolare nella geometria, contemplare le tracce e le immagini della verità inerente agli oggetti della conoscenza intellettuale, avviando così la facoltà razionale nella direzione di una completa purificazione e liberazione dalla percezione sensibile e dal mondo del divenire. Era proprio per sottolineare questa funzione di distacco, continuava Tindaro, che Platone aveva rimproverato ad Eudosso, Archita e Menecmo il loro tentativo di trasferire il problema della duplicazione del cubo nel regno degli strumenti ed artifici meccanici: così facendo essi «dissipavano il vantaggio della geometria» e «scivolavano indietro nel regno della percezione sensibile, invece di librarsi verso l'alto e fissare lo sguardo alle immagini eterne e immateriali».[34]

[31] È stato detto, infatti, che in quel passo delle *Quaestiones convivales*, Plutarco stesse esprimendo l'opinione del suo maestro Ammonio e non la propria: cfr. M. Baltes, *op. cit.*, I, p. 93.

[32] Non altrettanto nelle altre due opere che Plutarco dedica ad argomenti cosmogonici, cioè le *Platonicae quaestiones*, IV 1002 E-1003 B, VIII 1006 B-1007 E, e il *De animae procreatione in Timaeo*, in particolare 1012 B-1027 A, opere che pure il Mazzoni conosce e cita nel *De comparatione Platonis et Aristotelis* in riferimento ad altre tematiche.

[33] Facciamo qui astrazione dalle interpretazioni esposte dagli altri due personaggi, Floro ed Autobulo, in quanto si collegano o a problematiche estranee alla genesi del mondo – così il tema etico-politico della giustizia affrontato da Floro – o a posizioni che, pur trattando il problema cosmogonico, sono affatto inaccettabili per il Mazzoni, presentando affinità con le tesi gnostiche, da lui ampiamente criticate e respinte: tali le affermazioni di Autobulo sulla materia illimitata (τὴν ὕλην ἄπειρον), come principio attivo del male, sempre in lotta per sfuggire alla costrizione dei limiti geometrici (τῆς μὲν ὕλης ἀεὶ βιαζομένης εἰς τὸ ἀόριστον ἀναδῦναι καὶ φευγούσης τὸ γεωμετρεῖσθαι 719 E).

[34] Cfr. *Quaestiones convivales*, VIII, 2, 718 C-F. Anche nelle *Vite parallele* (*Vita di Marcello*, XIV) Plutarco aveva fatto riferimento a questo episodio di Eudosso ed Archita, in essi

Attraverso questo testo plutarcheo noi siamo così introdotti alle ragioni più profonde che verosimilmente spingevano il Mazzoni a fare propria l'interpretazione, in quel dialogo espressa da Plutarco contro Tindaro, di una geometria non finalizzata al distacco dal mondo materiale, ma anzi intimamente collegata alla materia: assumendola, Mazzoni creava i presupposti metafisici utili a rivendicare la legittima applicazione dell'intelligenza matematica al mondo delle forme corporee, senza escludere da essa le attività tecniche e meccaniche. E a

indicando i primi inventori dell'arte meccanica ed i precursori di Archimede: «I primi inventori dell'arte della meccanica erano stati Eudosso ed Archita, che avevano dato pregio e valore alla geometria, applicando i problemi scientifici a cose pratiche e sensibili e dandone così una dimostrazione tangibile. Esempio: il problema delle due medie proporzionali, fondamentale per altre dimostrazioni che ne derivano, provato col mezzo di applicazioni meccaniche e con strumenti che si chiamano mesolabi, tratti da segmenti e da curve. Platone si scagliò contro di loro come persone che abbassavano la geometria e la sua essenza, trasferendola dalle speculazioni intellettuali alle pratiche e facendo uso della materia, per la quale il lavoro si rende manuale e plebeo. Da allora la meccanica fu nettamente separata dalla geometria, divenne arte militare e quindi non tenuta in considerazione dai filosofi» (cito dalla trad. it. curata da A. Ribera, 3 voll. in 6 tomi, Firenze, 1974, vol. I, t. I, p. 499). Diversamente dal Mazzoni, il quale sembra addebitare l'uso puramente speculativo della matematica ad una cattiva interpretazione dell'insegnamento di Platone diffusasi nella scuola, Guido Ubaldo del Monte aveva tratto motivo dall'episodio plutarcheo per condannare risolutamente Platone e schierarsi al fianco di Aristotele, corifeo dei veri filosofi e, proprio per ciò, appassionato cultore delle meccaniche: «Eant nunc novi logodedali quidam mechanicorum contemptores, perfricent frontem, si quam habent, et ignobilitatem, atque inutilitatem falso criminari desinant: quod si et adhuc id minime velint, eos quaeso in inscitia sua relinquamus: Aristotelemque potius philosophorum coryphaeum imitemur, cuius mechanici amoris ardorem acutissimae illae mechanicae quaestiones posteris traditae satis declarant: qua quidem laude Platonem magnifice superavit; qui (ut testatur Plutarcus) Architam, et Eudoxum mechanicae utilitatem impensius colentes ab instituto deteruit» (Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis, *Mecanicorum Liber* cit., 'Praefatio', pp.nn., ma f. 1*v*). Questa posizione del Guido Ubaldo corrisponde, per molti versi, con quella di certa tradizione platonica, sulla cui diffusione nel Cinquecento aveva influito l'autorità del Ficino, il quale interpretava la matematica come uno dei gradi necessari nel processo di separazione dell'anima dalle cose sensibili e di ascesa alla contemplazione più alta. Così, ad esempio, nel *De Platonica philosophi natura*, il Ficino aveva sostenuto che, dopo che con l'educazione etica l'anima «ab appetitus perturbatione liberata, iam a corpore solvi coeperit, adijcienda mox illi est mathematicorum cognitio, quae de numeris, planis, figuris et solidis numerosisque horum motibus agit. Quoniam vero numeri et figurae, et motuum rationes ad cogitationem potius, quam ad sensus exteriores pertinent, horum studio animus non modo ab appetitu corporis, sed ab eius quoque sensibus separatur et ad interiorem cogitationem se confert». E per sottolineare la funzione delle matematiche di distacco dal mondo, le aveva assimilate ad una preparazione alla morte, quasi un avvicinamento alla natura incorporea di Dio: «Quod quidem mortem commentari est (quod in Phaedone Plato scribit esse philosophantis officium) per quod et similes Deo reddimur ut ex Phoedro Theaetetoque discitur» (Marsilius Ficinus Ioanni Francisco Hyppolito Gazolti, *De Platonica philosophi natura, institutione, actione*, Epistolarum lib. IV, I, p. 762. Ma cfr. anche Marsilius Ficinus Bernardo Bembo ... *Laus philosophiae oratoria, moralis, dialectica, theologica*, I, pp. 669-670; *Platonica Theologia de Animorum Immortalitate*, I, p. 322). Contro questa interpretazione della funzione della matematica in Platone si appunterà, naturalmente, la critica del Mazzoni.

proposito del mondo materiale come legittimo campo di applicazione della ragione matematica, più avanti, in un'altra sezione della sua *Comparatio*, Mazzoni si prodigherà a mostrare, in armonia con quella interpretazione delle *Quaestiones convivales*, che era soltanto in, e a mezzo di questo mondo diveniente di ombre e dei suoi fenomeni concreti che era possibile per l'uomo portare alla coscienza le universali ragioni matematiche insite nell'anima. Platone, sosterrà Mazzoni interpretando il celebre passo della *Repubblica* VI, 20-21, aveva individuato tre gradi fondamentali della conoscenza, prima di accedere alla scienza delle idee intellegibili: quello della «imaginatio» il cui oggetto erano le ombre sensibili; quello della «fides», o credenza, la quale considerava i corpi, la «cogitatio», infine, o il pensiero dianoetico, la quale esercitava la propria funzione nelle matematiche pure.[35] Sembrerebbe in tal modo, commentava Mazzoni, che Platone, avendo distinti come «habitus diversi» la «imaginatio» e la «cogitatio», avesse supposto che solo dopo essersi emancipato dalla conoscenza delle ombre e dei corpi, l'uomo potesse attingere la conoscenza razionale degli enti matematici per mezzo delle matematiche dimostrazioni.[36] Ma che Platone non potesse pensare davvero ciò che in modo ambiguo ivi andava affermando, si evinceva dal fatto che anche *ogni* passaggio da uno stadio all'altro della conoscenza del mondo avveniva, come nelle matematiche pure, tramite le dimostrazioni matematiche.[37] Grazie alle dimostrazioni matematiche, infatti, Eratostene era riuscito, con l'ombra dello gnomone, a misurare la circonferenza della Terra; grazie ancora a quelle, Tolomeo aveva potuto misurare l'altezza del

---

[35] «Ipse [Plato] [...] unicam cognoscit scientiam, quam Dialecticam nuncupavit, ad quam per purgationem triplicem praeparantem ascendit, i. per imaginationem, quae circa umbras, et imagines versatur, per fidem, quae corpora solida, et physica rimatur, et per cogitationem, quae in mathematis functionem suam exercet. Qui ergo gradatim ab umbris ad corpora, a corporibus ad mathemata se se attollit, ille purgatione illa triplici praeparatus in ens intelligibile obtusum mentis suae audacter iam figere potest» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 179). Cfr. anche *ivi*, pp. 149-151; 175-176.

[36] «Nunc autem supponatur iuxta Platonis opinionem, quod intellectus humanus, qui se se ab umbris ad corpora evexerit, poterit deinde mathemata meditari. [...] Solent autem haec mathemata a Platonicis per mathematicas demonstrationes praecipue significari, quod istae omnino a ratione pendere videntur, quandoquidem spretis sensibus et eorum comprehensione, omnino solius mentis iudicio inhaereant» (*ivi*, p. 179).

[37] «Illa circa umbras mora, quae nos ad corpora trahit, non potest sine mathematicis demonstrationibus absolvi, ita quod egressus ab umbris ad corpora physica fiat mathematum praesidio, si verum est (ut verissimum arbitramur) demonstrationes a medio termino naturam suam desumere» (*ivi*, p. 180). Cfr. anche p. 149.

Sole e la distanza della Luna dalla Terra.[38] Stando così le cose, bisognava ammettere che la matematica non era solo oggetto e strumento della conoscenza razionale, ma strumento del conoscere naturale,[39] e che perciò, anche, tra la «imaginatio» e la «cogitatio» non vi era poi quella differenza enfatizzata da Platone: l'una e l'altra, infatti, «ex mathematis ad suas conclusiones progreditur».[40] Onde si doveva concludere che, per quel che riguardava il «principium cognitionis», il quale prendeva avvio dal mondo delle percezioni sensibili, non vi era poi sostanziale disaccordo di opinione tra Platone ed Aristotele.[41] La differenza però permaneva quanto al fatto che, mentre per Aristotele l'esperienza, primo gradino della scienza, si limitava a registrare i fatti che solo poi avrebbero influito sulla ragione, e su una ragione non matematica, per Platone invece l'esperienza era l'occasione e il mezzo necessario per riportare alla coscienza quelle ragioni matematiche che non solo costituivano il patrimonio precipuo e in certo qual modo l'essere stesso dell'anima razionale,[42] ma, anche, erano stru-

---

[38] Cfr. *ivi*, pp. 180-183.

[39] «Et in ista etiam demonstratione potest unusquisque manifeste videre, quod per mathemata ab umbra progredimur ad corpus, ita quod non erit haec prima purgationis praeparantis species [cioè la *imaginatio*] a tertia [cioè la *cogitatio*] differens» (*ivi*, p. 182).

[40] «Ex istis omnibus potest unusquisque manifeste videre imaginationem non esse diversum habitum a cogitatione, quandoquidem uterque ex mathematis ad suas conclusiones progreditur. Et ideo perperam eos habitus, ut valde differentes distinxisse Platonem» (*ivi*, p. 183). Anche nella discussione sul metodo e sulla distinzione aristotelica delle scienze Mazzoni aveva insistito sull'assimilazione delle cosiddette matematiche miste – tra le quali egli poneva significativamente l'idrostatica archimedea – alle matematiche pure: anche se le matematiche miste, aveva lì sostenuto, si differenziano dalle matematiche pure in quanto considerano materia e movimento, si identificano con esse per il fatto di usare lo stesso procedimento dimostrativo: sia le une sia le altre, infatti, ricorrono a un tipo di causalità diverso dalle cause aristoteliche (cfr. più avanti, n. 58), e traggono le loro conclusioni sulla base di definizioni e assiomi di carattere matematico. Cfr. *ivi*, pp. 159-160. Su questo aspetto della dottrina del Mazzoni, cfr. F. PURNELL, *Jacopo Mazzoni and Galileo* cit., pp. 278-279.

[41] «Potest [...] anima rationibus suis insertis uti [...] primo per eas promendo imagines similes obiecto excitanti illudque dijudicans, in quo casu anima progressa iam excitata [...] proculdubio, secundum Platonem pro criterio integro habet nexum rationis cum sensu. [...] in criterio itaque consentit uterque philosophus [*scil.* Platone e Aristotele] circa principium cognitionis, quandoquidem uterque credit cognitionem rudem, et inchoatam indigere sensu, secundum Aristotelem aliquo pacto in rationem agente, secundum Platonem solum excitante» (J. MAZZONI, *op. cit.*, pp. 175-176).

[42] «Omnis [...] cognitio mathematica [...] sensum abhorrere, rationemque nudam sequi videtur. [...] Propter haec itaque dixerunt Platonici mathemata maximam cognationem habere cum anima rationali, atque adeo, ut ex illis eam coalescere asseruerit Plato in Timaeo. A corporibus ergo physicis, in quibus rationes seminales latebant, ad haec mathemata, et ad has rationes viventes ascendebant» (*ivi*, p. 179).

mento di verità per la conoscenza del mondo. A questo scopo, infatti, Dio le aveva disseminate nella materia e le aveva poste nell'anima, qui costituendole come

i caratteri perfettissimi e le configurazioni evidenti di tutte le cose che si trovano in natura, i quali caratteri e configurazioni rappresentano, quasi a mo' di modello, tutti i principi e la condizione degli enti naturali.[43]

Definita in questo modo la concezione della materia, Mazzoni, nella trattazione di quello che sopra ho indicato come secondo punto centrale della sua riflessione filosofica sulla scienza – l'interpretazione, cioè, della razionalità dell'uomo –, sviluppa il tema che gli consentirà di soddisfare a due esigenze: quelle di nobilitare le arti tecniche e meccaniche per dir così *ex parte subiecti*, e, al contempo, di liberare la ricerca scientifica da autorità inaccettabili.

Il concetto sul quale Mazzoni fonda la propria interpretazione della razionalità è quella che egli chiama la vera definizione del male, una definizione in verità radicata a una solida tradizione teologica e filosofica, ma la cui origine Mazzoni riconduce alla profondità di pensiero di Platone e Aristotele: il male è non «defectus cuiuscunque boni», ma soltanto la mancanza di quel bene che per natura conviene ad un ente.[44] Il male non ha una causa positiva, ma soltanto una causa privativa e il bene non ha propriamente attinenza al posto che si occupa nella gerarchia dell'essere, sì che, ad esempio, la natura degli esseri umani attui il bene in grado minore rispetto alle intelligenze immateriali per il sepolcro corporeo nel quale è rinchiusa l'anima, come voleva Plotino. Se pure vi è differenza tra gli enti per la diversa misura

[43] «Nunc autem supponatur iuxta Platonis opinionem, quod intellectus humanus, qui se se ad umbris ad corpora evexerit, poterit deinde mathemata meditari. Sunt autem mathemata rationes viventes incertae in animae substantia, i. omnium rerum, quae in natura reperiuntur characteres perfectissimi, et configurationes expresissimae, quae conditiones entium naturalium omnes, et circumstantias quasi per exemplar repraesentant» (*ibid.*).

[44] «Nec enim malum est defectus cuiuscunque boni: sed solummodo eius boni, quod ex natura sua alicui enti convenire debet» (*ivi*, p. 24). Ed ancora: «Sed certe si malum est eius boni privatio quod inesse debebat, Aristotelis sententia [...] omnibus alijs anteponenda videtur. Existimavit autem ille omnem mali naturam ex privatione ortum habere. Et ante illum Plato in Politico malum adscripsit deformitati, atque inordinationi, quae materiae accidit, idest, eiusdem privationi. Nec enim malum opponitur bono, ut natura quaedam, sed ut privato, ratione cuius subiectum in quo est, atque natura, cui huiusmodi carentia adiungitur, mala dici consuevit. [...] Proprie namque id malum dicere solemus, cui deest quodpiam bonum illi natura debitum, ut id scilicet sit malum, quod a natura sua degenerat» (*ivi*, p. 32).

di perfezione che a ciascuno compete nell'ordinamento del tutto, il bene, in verità, in quanto realizzazione della propria natura, può risiedere in tutti gli enti, anche nelle forme corporee inorganiche; e come in queste si avvera quando sulla disarmonia della forma domini la bella proporzione, così nell'uomo, essere corporeo dotato di volontà ed intelligenza, il bene si compie non in quanto egli si separi dal mondo del divenire e si purifichi da quelle facoltà corporee e sensibili le quali gli appartengono per natura (l'uomo, appunto, non è angelo), ma in quanto operi ed agisca attivamente a che la parte migliore della sua anima, la ragione, abbia l'imperio sulle altre e questo imperio in presenza delle altre eserciti.[45]

La contrapposizione di bene e male nell'uomo non è dunque la contrapposizione di anima e corpo; nell'uomo il male, cioè l'inadeguatezza alla propria natura, non nasce dal fatto di essere un ente composto, ché, anzi, come dimostrerà in un capitolo tutto dedicato all'argomento,[46] il corpo umano fu fatto strumento idoneo dell'indagine razionale. Il male nasce quando l'irrazionalità domina sulla razionalità, ove per irrazionalità, secondo l'intenzione sia di Platone sia di Aristotele, bisogna principalmente intendere la rinuncia all'esercizio attivo della ragione e il lasciarsi sopraffare dalla inerzia e dalla passività intellettuale.[47] Il sapiente, dirà Mazzoni nell'*incipit* della sua

[45] «Atque tunc in anima humana illam [*scil.* iustitiam] reperiri, quando quod in ea est optimum, vitae totius habet imperium, medio vero subditum meliori, praevalet ultimo. Tunc enim unaquaeque pars animae, quod sibi convenit, habet. Et ob istam [...] pulcram, et [...] speciosam reddi animam humanam dicunt [...]. Sicut enim in corporibus adest pulcritudo, cum forma superat materiam [...], et quando forma superatur ab ea, tunc forma informitate quadam, et deformitate repletur, et quasi informe quiddam evadit, facta videlicet similis subiectae naturae. Pari ratione, et in anima, quod intellectuale nobis inest, vicem gerit formae, irrationale materiae. [...] Propterea quando ratio quidem regnat, species vero irrationabilis vitae rationi subditur, tunc admirabilis quaedam in anima effulget pulcritudo» (*ivi*, p. 35, erroneamente numerata p. 37). Sull'ampia diffusione che il concetto neoplatonico di gerarchia dell'essere ebbe nella cultura rinascimentale cfr. E. P. MAHONEY, *Metaphysical Foundations of the Hierarchy of Being according to Some Late Medieval and Renaissance Philosophers*, in AA.VV., *Philosophies of Existence Ancient and Medieval*, a cura di P. Morewedge, New York, Fordham University Press, 1982, in particolare pp. 186-204; ID., *Neoplatonism, the Greek Commentators, and Renaissance Aristotelianism*, in AA.VV., *Neoplatonism and Christian Thought*, a cura di D. J. O'Meara, Albany (N.Y.), State University of New York Press, 1982, pp. 173-177.

[46] È il cap. IV della 'Prima Sezione', intitolato: «Quod natura tribuerit homini corpus, inspectioni veritatis rerum idoneum» (J. MAZZONI, *op. cit.*, pp. 55 ss.).

[47] «Nos dicere possumus, quod res quantumvis forma, robore conspicuae, alijsque necessarijs rebus instructae, si proprium opus, propriasque functiones non exercent, omnino degeneres, incassum inter entia numerantur. Quod quidem in omnibus rebus, qualescunque illae sint verum esse, unusquisque facile videre potest. [...] In Thaeeteto [...] ita scriptum invenimus:

opera, è colui che non indulge a forme di indolenza e pigrizia, qualunque esse siano; per spazzare ogni equivoco meglio è, allora, definire il sapiente «venatorem veritatis», seguendo Platone, piuttosto che «amantem sapientiae», seguendo Pitagora: in quest'ultima definizione, infatti, si dà adito a fraintendimenti sulla essenza della sapienza, perché, se si dice amore, «l'amore può intorpidire e languire in certo qual ozio inerte»; non vi è nessuna definizione, invece, che meglio della prima, indichi la «ζητητικὴν naturam» della saggezza: [48] la caccia (*venatio*) infatti

«ci mostra l'immagine attiva del cercare e del prendere», e «come i cacciatori, per quanto possono e debbono, sembrano cercare con zelo gli animali che si nascondono nei boschi e si occultano nel terreno, per poterli catturare, una volta trovati [...]; allo stesso modo l'uomo, che si propone di penetrare nelle conoscenze scientifiche, attende con massimo zelo a trovare, nella selva

"Quemadmodum corporum habitus otio, et torpore corrumpitur, exercitatione autem, motuque plurimum conservatur. Ita animae quoque habitus disciplina, et meditatione, quae motiones sunt, doctrinas consequitur, servatur, atque perficitur. Otio autem, idest negligentia, et pigritia, nihil penitus discit: et si quid didicerit, obliviscitur". Aristoteles autem clarissimis verbis testatur, unamquamque rem ideo productam, ut propriam suam operationem promat. Et alibi rerum essentiam, et virtutem ad operationem, tanquam ad propriam perfectionem ita dirigit, ut ab ista velit omnium mensuram, ordinemque, rectamque constitutionem esse colligendam. [...] Quapropter Ioannes Scotus, qui [...] operationem [...] a natura spretam interdum credat, vereor ne positionem Aristoteli, Platonique penitus dissentaneam nobis obtulerit. Sed recte perquirat aliquis, utrum in his facultatibus, quae tum bonas, tum malas operationes edere possunt, quales rationales ubique vocat Aristoteles, earum determinatio, et perfectio ab utraque operatione, sive bona, sive mala, sit depromenda. Ita ut peius sit in otio languere, quam male operari» (*ivi*, p. 6).

[48] «Plato [...] virum discendi cupidum, a Pythagora amantem sapientiae appellatum, meliori nota nomen producendo, venatorem veritatis nuncupavit. Quae quidem nomenclatio adeo rei, quam significat, est (aut ego fallor) consentanea atque accomodata, ut vix, ac ne vix quidem credam, inter omnes voces, ex quibus Critici linguas, tanquam ex atomis Mundum concinnant; aliam esse, quae nobis huiusmodi virum ζητητικὴν naturam magis quam haec patefaciat. Pulchre enimvero, et acute illam nobis ob oculos posuit Pythagoras, sed evidentius Plato, et efficacius; quandoquidem amor torpere, atque inerti quodam otio languere potest» (*ivi*, 'Illustr.mo atque Rever.mo Carolo Antonio Puteo Pisarum Archiepiscopo'). È presumibile che con questa definizione della filosofia, Mazzoni intendesse, ancora una volta, contrapporsi al Ficino, il quale più volte aveva affermato che «Philosophia [...] sapientiae amor definiatur», identificando la sapienza con la «divinorum contemplatio» (cfr. MARSILIUS FICINUS Ioanni Francisco Hyppolito Gazolti, *De Platonica philosophi natura, institutione, actione* cit., p. 761; ma cfr. anche MARSILIUS FICINUS Bernardo Bembo ... *Laus Philosophiae* ... cit., pp. 668, 670). Ad ogni modo, non è irrilevante che Mazzoni rivendichi alla filosofia un carattere dinamico di ricerca: sembra che con ciò egli voglia sia sottolineare lo sforzo necessario a rimuovere gli ostacoli che impediscono di appropriarsi della verità e renderla riconoscibile a tutti, sia porre come condizione del filosofare la consapevolezza dell'infinita problematica del reale, sia, infine, negare un valore di inalterabilità della conoscenza e l'assunto che la filosofia possegga o possa possedere la totalità del sapere.

della materia, la verità coperta e occultata dall'involucro delle cose sensibili».[49]

Grazie a questa concezione della razionalità, Mazzoni ne ampliava il significato e lo estendeva ad ogni aspetto della attività umana; [50] purché l'uomo – tale era il suo pensiero – non si lasci andare a quell'inerzia e passività, che costituiscono la vera irrazionalità, e rinunci con ciò allo sforzo del progressivo adeguamento alla perfezione della propria natura, ogni forma di attività e creazione dell'uomo, fosse anche la più umile, come quella artigianale del maniscalco («ars conficiendorum fraenorum» o «fraenifactiva»), è una forma di razionalità:

Non era infatti conveniente che l'uomo languisse nell'ozio, avendo egli ricevuto la ragione, che è la forma più nobile di tutte le cose corporee. Ma se le cose naturali si accomodassero all'uso degli uomini senza alcuna loro fatica, certamente essi avvizzirebbero nell'inerzia e nel torpore.[51]

[49] «At venatio actuosam quandam nobis exhibet inquirendi, et capiendi indaginem. Quemadmodum igitur venatores pro sua virili animalia, quae intra nemora se abdunt, atque intra caespites latitant, diligenter indagare videntur, ut reperta comprehendere [...]. Ita vir doctrina imbuendus maximam navat operam, ut veritatem in materiae sylva, rerumque sensilium involucris intectam, et abstrusam inveniat» (J. MAZZONI, *op. cit.*, 'Illustr.mo atque Rever.mo Carolo Antonio Puteo').

[50] Non che con ciò Mazzoni appiattisse in un'unica dimensione tutte le forme di attività umana: l'attività teoretica e speculativa resta per lui la più alta cui l'uomo possa accedere e per la quale egli si rende simile a Dio, pur se resta vero che tra la più pura attività speculativa e la più modesta attività artigianale egli vede soltanto la gradazione di una stessa razionalità, attraverso la quale l'uomo, rapportandosi al mondo materiale, si realizza come essere intelligente. Ciò che distingue un'attività dall'altra e le ordina allo stesso tempo in una gerarchia ininterrotta è la porzione di realtà che ciascuna consente di dominare dal punto di vista conoscitivo e, conseguentemente, da quello pratico: così, egli afferma riprendendo un passo della *Summa contra gentiles* di Tommaso (lib. I, cap. I), ciascun'arte è «famula» o «ministra» di quella che segue nella gerarchia, ed è «architectonica» o «imperans» rispetto a quella che precede, poiché di quest'ultima possiede la ragione o la causa o il «propter quid» (cfr. J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 51). Se perciò bisogna riconoscere che ogni arte è razionalità, occorre anche dire che quanto più «architectonica» è l'arte, tanto più sapiente sarà l'artigiano. Sicché «homo, qui ut suum locum tueatur [cioè il suo posto di ente razionale nella catena dell'essere], artes exercere debet, quo magis architectonicam, magisque imperantem seliget artem, eo ipso excellentior, perfectior, et secundum communem usum loquendi sapientior apparebit» (*ibid.*). Tuttavia, continua poi Mazzoni, poiché l'uomo nelle tecniche conosce solo ragioni particolari, non può acquisire il titolo di sapiente vero e assoluto: questo gli compete solo quando nella più alta attività speculativa egli arrivi a possedere «artem simpliciter architectonicam [...], omniumque Idearum plenus, cuiusque rei propter quid afferre possit» (*ibid.*). Sulla gerarchia delle tecniche in Platone cfr. G. CAMBIANO, *Platone e le tecniche*, Torino, Einaudi, 1971, pp. 159-161, 180, 197-199.

[51] «Nec enim decebat hominem otio languere, qui rationem, nobilissimam omnium rerum corporearum formam, obtinuerat. At si res naturales humano usui absque aliquo hominum labore sese accomodassent, certe inertia, torporeque homines emarcuissent» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 49).

All'uomo, dunque, proprio in quanto dotato della facoltà più nobile delle creature corporee, la ragione, conviene per natura non «otio languere», e la realtà corporea, allo stesso tempo, conviene che sia lo strumento necessario del farsi in atto di questa forma della razionalità dell'uomo: essa, in quanto dall'arte umana continuamente manipolata e trasformata, perde la sua aseità, e l'uomo, a sua volta, afferma Mazzoni riecheggiando l'*incipit* delle *Questioni Meccaniche* pseudo- aristoteliche, diventa signore della natura, realizzando al contempo la propria essenza, solo se con attiva intelligenza media ai propri scopi ciò che gli è dato immediatamente.[52] È soltanto l'agire razionale a ratificare la superiorità dell'uomo sulla natura, e la natura in tanto si subordina all'uomo e a lui si riferisce, in quanto viene da lui trasformata, perfezionata, potenziata e vinta, in una tensione progressiva a dominarne porzioni sempre più ampie.

E come nel concetto di razionalità quale attività mai esausta viene nobilitata la capacità tecnica dell'uomo, del pari, per quel che concerne l'attività speculativa umana, il volgersi ad oggetti puramente teoretici non è affatto garanzia, per il Mazzoni, di esplicazione della razionalità, perché anche qui gli uomini possono soggiacere a forme di irrazionalità: così è, quando essi «in verba alicuius iurant» senza un'attività indagatrice propria ed autonoma; oppure quando «coartano se stessi ad attenersi perpetuamente ad una opinione, la quale, non solo nell'infanzia, ma più spesso nell'età adulta, ostacola ed offusca la luce di un pensiero più vero».[53] A costoro, dunque, sia che si asservano all'autorità altrui sia che si irrigidiscano su proprie posizioni

[52] A quanti obiettassero che le cose naturali non sono fine dell'uomo, ma semmai solo quelle artificiali, Mazzoni risponde che senza dubbio «hominem earum rerum esse finem, quae sub arte cadunt. At proculdubio illae sunt res naturales, quandoquidem, ut ait Aristoteles secundo Physicorum, ars naturae opera perficit, vel, ut ait in principio quaestionum Mechanicarum, naturam ipsam vincit. Ergo res omnes naturales, quatenus ab arte humana tractari possunt, ad hominis usum referuntur» (*ibid.*). Cfr. anche: «Reliquarum vero inferiorem homo est veluti finis, cui, cum ad eius usum omnia parata sint, ope tamen, et praesidio artis [...]. Artes ergo, quorum adminiculo [homo] se finem naturae intelligit, tales sunt ...» (*ivi*, p. 51). Sul dibattito intorno al rapporto arte-natura suscitato nella seconda metà del Cinquecento dalla divulgazione delle *Questioni meccaniche* cfr. G. MICHELI, *Le Questioni meccaniche e Galileo*, in corso di stampa presso Treccani; P. ROSSI, *op. cit.*, pp. 139-147.

[53] «Plato in Timaeo animam a perturbationibus non exagitatam aptam philosophiae cognoscit, et in fine Cratilli nescio quid simile dicit. Ad hanc autem perversionem, quae ex divulgatione famae, opinioneque tenaciter impressa oritur, potest etiam ea depravatio redigi, qua in verba alicuius homines iurant, vel se ad opinionem aliquam perpetuo tuendam adstringunt, quae non solum in prima aetate; sed saepius in adulta officit luminibus verioris sententiae» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 147).

di principio è preclusa la via della ragione: il sapere né può avere origine da faziosità e dogmatismi di scuola, né può precludersi il continuo e rinnovato confronto con la realtà a mezzo della libera ragione e della esperienza.[54]

§ 3. E torniamo finalmente ad Archimede. Ebbene, il Siracusano nei vari aspetti della sua produzione scientifica, è sempre indicato da Mazzoni come uno degli interpreti esemplari di questa visione del mondo: avendo egli ben compreso il ruolo positivo della materia, e penetrato il significato della razionalità sia nella sua universalità, sia nel suo aspetto propriamente zetetico, né aveva disdegnato di applicare il proprio ingegno alla fattura di nuovi strumenti tecnici e artifici meccanici, né aveva rinunciato, attenendosi all'autorità della fisica di Aristotele, a ricercare nel divino manufatto, cioè nel mondo naturale, quelle «proporzioni, misure, numeri» con le quali era stato creato. Piuttosto, egli aveva reso testimonianza della natura del vero sapere, il quale non sta mai pago del già noto, sforzandosi di ampliare continuamente e progressivamente il dominio pratico e teoretico dell'uomo sulla realtà materiale. Delle scoperte pratiche dello scienziato-filosofo siracusano, Mazzoni riproduceva le abbondanti esemplificazioni, divenute luoghi della cultura rinascimentale: ricordava, seguendo Vitruvio, il modo in cui «Archimede si avvide della frode dell'artefice, il quale, nella corona di Gerone, aveva mescolato l'argento all'oro»; [55] ricor-

[54] Sulla complessità del concetto di esperienza e sul ruolo fondamentale che Mazzoni le assegna nella costituzione della teoria matematico-scientifica si vedano, in particolare, le pp. 245-246 del suo *De comparatione*, dove egli, esemplificando con l'astronomia, innanzitutto mostra bene come in ciascuna disciplina i progressi siano imprescindibili sia da quel patrimonio di esperienze che un'età riceve in eredità del passato, sia dalla fatica personale dello scienziato il quale, come avrebbe detto Galileo, non si risparmia dall'«esporsi all'ingiurie dell'aria» per osservare direttamente nel gran libro della natura (cfr. G. GALILEI, *Dialogo dei Massimi Sistemi*, in *Le Opere di Galileo Galilei* cit., VII, p. 81); in secondo luogo, appellandosi all'autorità di Tolomeo e di Archimede, delinea un metodo scientifico dove la mediazione dell'esperienza è posta come necessaria sia all'inizio del processo conoscitivo, per la formulazione dell'ipotesi matematica, sia alla fine, per verificare la verità delle deduzioni matematiche.

[55] «Percepit Archimedes artificis fraudem, qui in Heronis corona argentum auro miscuerat, per eam supputatricis regulam, quae alligatio dicitur. Sumpto enim, tanto auri, et argenti pondere, quantum fuerat coronae pondus, vas amplum ad summa labra implevit aqua, in quo demisit argenteam massam, cuius quanta magnitudo in vase depressa est, tantum aquae effluxit, quam ut mensus est eandem in vas refudit, ut eodem modo, quo prius fuerat ad labra aequaretur. Deinde auream massam similiter pleno vase demisit, invenitque ex aqua non tantum defluxisse. Invento itaque quomodo ad certum pondus argenti, et auri, certa aquae mensura responderet, coronam in repletum vas immisit, et invenit plus aquae defluxisse ex corona

dava, riprendendo quasi alla lettera Guido Ubaldo del Monte, l'uso della coclea che,

«tratto da Archimede dagli intimi segreti della Matematica», consentiva – «quid mirabilius?» – «di sollevare l'acqua a qualunque altezza, in modo tale che essa salisse mentre scendeva, e se si sollevava in cima alle torri, ciò facesse per quel movimento verso il basso che la inclinava al centro»;[56]

ricordava, infine, seguendo Plutarco, le macchine da guerra, con le quali Archimede «spessissimo si era burlato e si era fatto gioco [...] dello zelo di Marcello e di tutto quanto il suo esercito».[57]

Dell'atteggiamento innovativo di Archimede nel campo della filosofia naturale, poi, invece, la testimonianza più eloquente, affermava Mazzoni, era il fatto che il Siracusano, applicando la matematica a risolvere i problemi attinenti ai corpi fisici, aveva trasformato la filosofia naturale aristotelica, dominata dallo schema delle quattro cause,[58]

---

superposita vasi, quam ex aurea massa aeque ponderante. Atque ita ex eo, quod plus defluxerat aquae a corona, quam ab auri acervo, deprehendit argenti in auro mixtionem, et manifestum furtum artificis» (J. Mazzoni, *op. cit.*, p. 230 [erroneamente numerata p. 232]). Sulle numerosissime edizioni nel Rinascimento del *De Architectura* di Vitruvio, da cui è tratto l'aneddoto, si veda M. Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. III, Parte III: *The Medieval Archimedes in the Renaissance, 1450-1565* cit., pp. 1066-1068, n. 2.

[56] «Sed quid non admiretur admirabilem cochleae usum ex intimis Mathematicae secretis ab Archimede desumptum? Certe nemo pro dignitate illud satis laudare posset, quandoquidem inter multa mirabilia, quorum coclea est instrumentum, potest etiam aquam ad quamcunque altitudinem attollere, ita quod, dum ascendit, descendat, et dum in apice turrium evehitur, id faciat secundum eam pronitatem, qua ad centrum propendit. Quid mirabilius?» (J. Mazzoni, *op. cit.*, p. 231 [erroneamente numerata p. 233]). Si confronti questo passo con quello di Guido Ubaldo del Monte, che pure sottolineava la stupefacente peculiarità della coclea rispetto alle altre macchine, dovuta al fatto che il suo funzionamento «non solum sensui, ac rationi, cui Mathematica disciplina potissimum innititur, verum et ipsi quoque Naturae contrarium prorsus esse videatur; unde pro re impossibili potius eijciendum, quam concedendum videtur. Proponimus enim, efficere posse, ut grave aliquod non vi aliqua, sed ex sua prorsus natura deorsum moveatur, tamen quia descendit, sursum tendit, et quo ulterius movetur, semper deorsum moveatur, semperque in altiorem locum magis, ac magis motum esse reperiatur, quam sit locus, unde moveri coeperat. atque hoc etiam in infinitum» (Guidi Ubaldi e Marchionibus Montis, *De Cochlea libri quatuor* cit., 'Praefatio', p. 2).

[57] Cfr. J. Mazzoni, *op. cit.*, p. 231 [erroneamente numerata p. 233].

[58] Vero era, secondo Mazzoni, che anche le matematiche dimostravano a mezzo della causa formale – e questo garantiva il loro rigore – ; ma la causa formale delle matematiche, secondo quanto aveva giustamente rilevato padre Pereira nel *De Communibus omnium rerum naturalium principijs et affectionibus* non si identificava in alcun modo con la causa formale della fisica aristotelica: «[Mathematicae] nullam demonstrationem habent proprie a causa formali. Abstrahit enim mathematicus a materia, ut est dictum, et asseruit etiam Aristoteles in secundo Physicorum, sublata vero materia, etiam formam auferri necesse est, si quidem [...] forma, et materia sunt alterius. At oppones Aristotelem clarissime asserere in secundo Physicorum in Mathemati-

in un ramo delle matematiche miste.[59] Tra i risultati più rilevanti delle sue ricerche, sosteneva Mazzoni seguendo Benedetti e l'indirizzo del *De Motu* galileiano, erano i pincipî della scienza fisica del moto posti nel *De insidentibus*.[60] Questi, contro Aristotele, stabilivano i seguenti punti:

1°) «il moto è l'effetto di una virtù motrice. Ma la virtù motrice che spinge in basso i corpi gravi è la gravità, allo stesso modo che quella che li solleva in alto è la forza del corpo più grave, la quale estromette il corpo meno grave»;

2°) «gli elementi nel proprio luogo non hanno alcuna gravità»;

3°) «quando un corpo più grave è posto in un corpo meno grave, perde sempre tanta gravità, quanta è la gravità del corpo meno grave, eguale per mole e grandezza al corpo più grave»; principio, quest'ultimo, che, commenta e dimostra Mazzoni, «deriva dal secondo come suo corollario».[61]

---

cis ipsum propter quid reduci ad quod quid erat esse [...]. At recte respondet Benedictus Pererius vir in urbe, et in orbe notissimus, Mathematicas demonstrationes reduci ad ipsum propter quid, quoniam resolvuntur tandem in illas generales dignitates, quae magna ex parte sunt definitiones. Definitio autem, et partes definitionis pertinent ad quod quid est, et causam formalem, ut traditur in secundo Physicorum» (*ivi*, p. 158). Ne conseguiva, per quel che riguardava in particolare le matematiche miste, la loro completa estraneità a quelle considerazioni di carattere finalistico, proprie della filosofia naturale aristotelica: «Dico, proseguiva Mazzoni, [...] quod adhuc magnam possumus ostendere differentiam inter quod quid mathematicum, et quod quid physicum. Nam quod quid per quod mathematicus concludit, etiam in mixtis mathematicis, nunquam potest cum causa finali coincidere, unde [...] dictum est Mathematicas carere bono. Quod non solum in Mathematicis puris: verum etiam in mixtis, idest in his quae materiam, et motum assumunt, verissimum esse inveniemus» (*ivi*, pp. 159-160). Per questi aspetti della filosofia del Mazzoni cfr. F. Purnell, *Jacopo Mazzoni and Galileo*, cit., pp. 278-279. Sulle considerazioni di padre Pereira relative alla natura delle dimostrazioni matematiche cfr. G. C. Giacobbe, *Un gesuita progressista nella* Quaestio de certitudine mathematicarum *rinascimentale: Benito Pereyra*, «Physis», XIX, 1977, pp. 51-86.

[59] Cfr. J. Mazzoni, *op. cit.*, pp. 159, 164.

[60] Il titolo latino qui citato dell'opera archimedea, *De insidentibus aquae*, indica che Mazzoni faceva riferimento alla edizione del Tartaglia; è noto infatti che il Commandino preferì tradurre il titolo 'Ὀχουμένων α' β' *De iis, quae vehuntur in aqua libri duo*. Non è detto, tuttavia, che Mazzoni utilizzasse direttamente il testo archimedeo; più probabile è che egli, riassumendo i risultati dell'opera del Benedetti, riporti anche i riferimenti all'edizione da questi utilizzata. Quanto poi all'influenza dell'edizione del Tartaglia sulla interpretazione dinamica data dal Benedetti all'idrostatica archimedea, cfr. M. Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. III, Parte III: *The Medieval Archimedes in the Renaissance, 1450-1565* cit., pp. 573-607.

[61] «[Mathematici] illud [...] in primis supponunt ex libro Archimedis de insidentibus motum prodire a virtute motrice. Virtus autem motrix deorsum impellens corpora est gravitas, quemadmodum, et illa, quae rursus attollit corpora gravia, est vis corporis gravioris extrudens minus grave ex demonstratis ab Archimede in principio eiusdem libri de insidentibus. [...] Secunda est suppositio ex eodem libro Archimedis [...] elementa in proprio loco actu nullam habere gravitatem, quicquid secus dixerit Aristoteles [...]. Sit tertia suppositio, quae ex secunda, tanquam corollarium quoddam, emergit, quod ubi corpus gravius in minus gravi collocatur,

Come si può notare, nulla di nuovo sugli aspetti scientifici dell'opera di Archimede,[62] ma indubbiamente interessante è l'inquadramento filosofico unitario nel quale Mazzoni inserì quegli aspetti scientifici, simbolo di quanti allora operavano per un rinnovamento culturale nel campo della indagine sul mondo. Certo il Rinascimento, e ancor prima l'Umanesimo, avevano già prodotto filosofie nelle quali veniva esaltata la capacità demiurgica e razionale dell'uomo, ma è rilevante che la filosofia del Mazzoni, collegandosi alle esigenze e alle recenti acquisizioni della indagine tecnica e scientifica del suo tempo, da una parte riabiliti il mondo materiale, geometrizzato dalla attività creatrice divina, come legittimo ed appropriato campo di applicazione della razionalità *matematica* dell'uomo; dall'altra, sgomberi il campo della ricerca da ipoteche dottrinarie e pregiudizi di scuola, propugnando una concezione progressiva ed autonoma del sapere, che non rinunci, per sterili omaggi all'autorità dei maestri, a penetrare sempre più in profondità la verità del mondo.

A questo proposito, un ultimo punto deve essere sottolineato: e cioè che i pregiudizi, dai quali l'uomo avrebbe dovuto liberarsi per

---

semper tantam amittet gravitatem, quanta esset gravitas corporis minus gravis, mole tamen, et magnitudine corpori graviori aequalis» (J. MAZZONI, *op. cit.*, pp. 190-191). La dimostrazione del Mazzoni sulla immediata derivabilità della terza «suppositio» dalla seconda è condotta sulla base del concetto di peso specifico: «Sit exempli gratia pila quaedam lapidea, sive plumbea A cuius pondus sit 12 unciarum colloceturque in aere BCE. dico quod in aere tantam amittet gravitatem, quanta reperitur in pila aerea eiusdem molis, quae sit D. quia ergo D pila aerea, quae est eiusdem quantitatis cum pila lapidea, habet pondus, dicamus unius uncie, ideo A pila lapidea in aere unius unciae pondus amittet, cuius est ratio, quod aer in proprio loco nullam habet gravitatem. Et ideo A lapidea pila tantum aufert gravitatis, quantum haberet eadem pila, si esset aerea. Pondus ergo eius lapideae pilae in aere erit undecim unciarum» (*ivi*, p. 191). È da notare tuttavia come qui Mazzoni, attribuendo senz'altro ad Aristotele la tesi della gravità degli elementi intermedi nel loro luogo naturale, semplifichi una questione interpretativa che invece era molto dibattuta nella seconda metà del Cinquecento: non pochi erano infatti gli aristotelici, i quali, per lo più sulla scorta del commento di Temistio, negavano che quella teoria potesse essere attribuita ad Aristotele. Cfr. W. A. WALLACE, *op. cit.*, pp. 178-181; ID., *Prelude to Galileo. Essays on Medieval and Sixteenth- Century Sources of Galileo's Thought*, Dordrecht-Boston-London, Reidel, 1981, pp. 116, 313, 183; A. DE PACE, *op. cit.*, pp. 39-42.

[62] Non si può tuttavia non sottolineare il coraggio intellettuale del Mazzoni nell'affermare i principi 'archimedei' del moto dei gravi: se si tiene conto che il *De motu* galileiano non era stato pubblicato, egli si presentava in effetti quale sostenitore di una posizione isolata nella cultura ufficiale del tempo. Significativamente, l'aristotelico Giorgio Coresio, attaccando l'interpretazione archimedea della legge di caduta, nel Mazzoni indicò il responsabile degli errori che da quella interpretazione derivavano: tale, ad esempio, la tesi che corpi della stessa materia e di grandezza differente cadessero alla medesima velocità: cfr. G. CORESIO, *Operetta intorno al galleggiare de Corpi Solidi*, in Firenze, appresso Bartolommeo Semartelli, 1612, in *Le Opere di Galileo Galilei* cit., IV, p. 242.

progredire in campo sia tecnico sia scientifico, vengono da Mazzoni fortemente caratterizzati in senso aristotelico. Per quel che riguarda le attività tecnico-ingegneristiche, infatti, Mazzoni denunciava in Aristotele la fonte di malintesi che avevano portato alla scissione di scienza e tecnica. Era stato Aristotele, secondo il nostro autore, a separare nettamente l'attività contemplativa da quella pratica facendone due generi diversi della filosofia,[63] e a sostenere, «clarissimis verbis», «non solo la sconvenienza per la mente speculativa ad occuparsi di questioni pratiche, ma anche una sua qual assoluta e completa inettitudine».[64] Ma, obiettava Mazzoni, se Aristotele intendeva che quella distinzione fosse da ricondurre all'interno di ciascuna disciplina, sì che all'interno di ognuna di esse fosse possibile separare teoria e prassi, Aristotele era completamente nell'errore.[65] A confutarlo coi fatti bastava rammentare sia l'opera degli antichi, Archimede in te-

---

[63] «Dico [...] in primis, videri male Aristotelem divisisse per theoricum, et practicum, tanquam per diversa genera, si quidem nulla est Philosophiae pars, in qua theoricum, et practicum non reperiantur. Ita quod theoria, et praxis non dividunt duas Philosophiae partes ex toto genere differentes; sed omne illud, quod est theoricum, habet etiam, vel ut apotelesma, vel ut fructum post se practicum» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 229 [erroneamente numerata p. 231]). Cfr. anche *ivi*, pp. 231-232 [erroneamente numerate pp. 233-234]. Per quanto riguarda la posizione che Platone avrebbe assunto nella questione della separazione tra la teoria e la sua utilizzazione pratica, l'interpretazione del Mazzoni è molto più sfumata. Egli ammetteva sì che nei dialoghi di Platone non vi fosse una netta ed inequivocabile chiarezza, poiché in alcuni (*Teeteto* e *Apologia*) Platone sembrava esprimersi per una incapacità del filosofo ad occuparsi dei «negotia», in altri invece (come la *Repubblica* e l'*Eutidemo*) sostenere «ore pleno» che «ad rectum rerum usum Philosophus prae omnibus alijs idoneus, et paratus» (*ivi*, p. 229 [erroneamente numerata p. 231]); vero comunque restava che il fondamento della speculazione di Platone era una concezione della filosofia etico-politica quale frutto, e non parte distinta, della filosofia contemplativa (cfr. *ivi*, pp. 171, 237): questo bastava, sembra concludere Mazzoni, a sciogliergli da eventuali nette imputazioni riguardo alla scissione di teoria e prassi all'interno di ogni disciplina. Altra questione era però quella della distinzione delle competenze, operazioni e finalità proprie della filosofia pratica e della filosofia speculativa: alla sua analisi il Mazzoni dedica tutto il resto della Sesta Sezione. Sulla connessione nel pensiero platonico tra *episteme, dynamis* e *techne* all'interno di ogni disciplina come anche nel campo etico-politico cfr. G. CAMBIANO, *op. cit.*, in particolare pp. 90-92, 117-121, 124-125.

[64] «Verum ex altera parte [cioè in opposizione a Platone] videtur Aristoteles repugnare, qui clarissimis verbis testatur, non solum ineptitudinem, mentis speculativae ad res gerendas: sed etiam absdolutam quandam, et expletam indocilitatem. Sunt eius verba in tertio de anima: "At vero neque ratiocinativum, et vocatus intellectus est movens. Speculativus enim, nihil speculatur agibile, neque dicit de fugiendo, et persequendo quicquam"» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 229 [erroneamente numerata p. 231]).

[65] «Ex antedictis magna quaedam confusio in Aristotelis Philosophiam invecta videtur. Nam posset aliquis perquirere, quomodo ex Aristotelis decretis, Philosophia in practicam, et theoricam dividatur. Si enim divisio intelligenda sit in unaquaque Philosophiae parte, quemadmodum dicimus, falsum erit profecto id quod Aristoteles testatum reliquit, speculativum nempe intellectum nihil practicum intelligere» (*ivi*, p. 235).

sta, sia «omnes fere scriptores recentiores», i quali mostravano che «nelle Matematiche [...] dopo la contemplazione seguono alcune operazioni alle quali sembra lecito dare il nome di prassi».[66] Tutti costoro – e tra i «recentiores» Mazzoni annoverava indubbiamente i vari Tartaglia, Alberti, Commandino, del Monte, Pigafetta, nonché il giovane Galileo –, tutti costoro, dicevo, esibendo all'utilità comune i frutti della scienza meccanica, avevano ormai scardinato il pregiudizio che aveva alimentato quella separazione, il pregiudizio cioè secondo cui «l'intelletto non conosce le cose particolari, ma la mente percepisce solo l'universale ed il senso soltanto il particolare».[67] A denunciare la falsa credenza che teoria e prassi potessero dividere una disciplina, oppure che una disciplina potesse essere rubricata sotto l'uno o l'altro genere, ottimamente valevano le esperte riflessioni di Pappo sulla meccanica esposte nel VII libro delle *Collezioni matematiche*: qui lo scienziato alessandrino, a mostrare come quella disciplina, che presso i matematici puri «tota practica videbatur», avesse tuttavia la propria teoria e fosse il precipitato di un insieme complesso di conoscenze, così scriveva:

> Una parte della Meccanica è razionale, l'altra però ha bisogno dell'opera delle mani. Erone Meccanico ritiene, anche, che la parte razionale si compone della Geometria, dell'Aritmetica, dell'Astronomia, e delle ragioni fisiche; mentre quella che ha bisogno dell'opera delle mani si compone delle arti della Fonderia, della Costruzione, dell'Architettura e della Pittura, e giudica che in tutte queste ultime sia necessario l'esercizio delle mani.[68]

---

66 «In Mathematicis etiam [oltre, cioè, che nella filosofia naturale] post contemplationem operationes quaedam sequuntur, quae praxis nomine videntur appellari posse, et hoc potest unusquisque videre in supputatrice, Geodaesia, Gnomonica, Mechanica, et divinatrice, quae propter hoc a nonnullis Mathematicae Practicae nuncupantur. Quot vero utilitates hae Mathematicae operatrices a sua theoria deductas, hominum generi invexerint, si quis recensere vellet, Icariae quoque, ut canit ille poeta [*scil.* Orazio], numerum aquae dicere posset» (*ivi*, p. 230 [erroneamente numerata p. 232]).

67 «Fuerunt [...] nonnulli, qui [...] crederent intellectum singularia non cognoscere: sed mentem solum universale, sensum vero solum singulare percipere. Quae opinio et a nominalibus, et ab omnibus fere scriptoribus recentioribus adeo convulsa est, ut omnino supervacaneum sit eam rursus demoliri» (*ivi*, p. 235).

68 «Nam [...] Mechanica, quae apud Mathematicos tota practica videbatur, suam tamen habet theoriam a praxi distinctam, ut clarissimis verbis testatur Pappus Alexandrinus: "Mechanicae vero alteram partem rationalem esse, alteram manuum opera indigere. Sentit Hero mechanicus et rationalem quidem partem ex Geometria [ma il testo recita: Geometriae], et Arithmetica, et Astronomia, et ex Physicis rationibus constare, eam vero, quae manuum opera indiget, ex Aeraria, et Aedificatoria, et Tectonica, et Pictura, et in omnibus manuum exercitatione"» (*ivi*, p. 233).

Quanto poi all'antiaristotelismo dell'attività più scientifica e speculativa di Archimede, la questione si poneva in termini ancor più netti: ciò che aveva permesso allo scienziato siracusano di andare al di là dei risultati aristotelici e di porre i fondamenti della scienza fisica del moto era stato il rifiuto di considerare la matematica una scienza astratta e meramente formale, incapace, come voleva Aristotele, di attingere la verità della natura.[69] La matematica, piuttosto, era stata da lui accettata come strumento necessario per la comprensione del mondo, e in tanto necessario in quanto il mondo stesso, come insegnava Platone, era strutturato in elementi geometrici semplici [70] e costituito «secondo proporzione, misura e numero». Ciò che, sembra suggerire Mazzoni, aveva alimentato il pregiudizio di Aristotele contro la fisica matematica e contro Platone quando lo aveva accusato di «mathematicas disciplinas tantopere adamare»,[71] era stata la constatazione della inconciliabilità delle proposizioni matematiche con l'intuizione sensibile. In effetti, era da tutti riconosciuto che «mathematici multas habeant demonstrationes sensibus repugnatibus»: così era dato vedere, ad esempio, nel rapporto tra iperbole e asintoto, nella incommensurabilità di due grandezze continue e nel rapporto di necessaria diseguaglianza tra angolo di contingenza ed angolo acuto.[72] Ma men-

---

69 «Est autem differentia, utrum usus Mathematicarum in scientia physica tanquam ratio probandi, et medius terminus demonstrationum sit oportunus, vel importunus, idest, an utilitatem aliquam afferat, vel potius detrimentum, et damnum. Credidit Plato Mathematicas, ad speculationes physicas apprime esse accomodatas. Quapropter passim eas adhibet in reserandis mysterijs physicis. At Aristoteles omnino secus sentire videtur, erroresque Platonis adscribit amori Mathematicarum» (*ivi*, p. 188).

70 Riportando un passo del commento di Simplicio al *De Coelo*, Mazzoni sembra sottolineare come il fatto che Platone nel *Timeo* risolvesse i quattro elementi corporei in corpuscoli geometrici regolari portasse a stabilire una corrispondenza tra la realtà e la sua conoscibilità matematica: «etenim omne secundum substantiam mox quantum efficitur. Figura autem etsi qualitas sit, tamen ex genere quantorum accepta est, propter quod corporum unum quodque est quantum figuratum» (*ibid.*). Sulla valutazione positiva in Mazzoni della teoria corpuscolare della materia, cfr. F. PURNELL, *op. cit.*, pp. 284-286; P. GALLUZZI, *op. cit.*, pp. 75-77; W. R. SHEA, *Copernico, Galileo, Cartesio. Aspetti della rivoluzione scientifica*, Roma, Armando, 1989, p. 190 n. 72.

71 «[Aristoteles] in primo de generatione, quaerens quaenam causa fuerit, ut tam clari, et eruditi homines, quales Timaeus, et Plato fuerunt, in nonnullas absurdas opiniones devenerint, id in causa fuisse testatur, quoniam mathematicas disciplinas tantopere adamarunt (ut cum ad eas omnia referrent) naturalium rerum cognitionem adipisci non potuerunt» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 147). fr. anche *supra*, n. 69.

72 «Nunc solum illud tanquam inconcussum statuatur, secundum Aristotelis doctrinam, Criterium, per quod scibilia ad Physicam pertinentia, iudicari debent, esse rationem iunctam cum sensu. Ideo et principia, unde primae demonstrationes sumuntur, et ordinis initium a re-

tre da tale constatazione Aristotele aveva tratto motivo per bandire concetti e dimostrazioni matematici dal mondo fisico,[73] Platone, invece, aveva tratto conclusioni diverse: aveva assunto le ragioni matematiche, in quanto puramente razionali, come i principî più noti dai quali dovesse procedere la conoscenza del mondo corporeo, riconoscendo implicitamente nella matematica una scienza «altior scientia physica».[74] Dalla sua inattingibilità, poi, per le intuizioni sensibili aveva concluso che essa fosse una conoscenza innata dell'anima umana, donata dal creatore perché potesse rendersi simile a lui.[75] Certo,

---

bus huic criterio maxime notis debent auspicari, quod egregie praestitit Aristoteles. Si vero idem intellectus Logica imbutus accedat ad ea, quae ratione abiunguntur a sensibilibus forsan interdum rationem solam pro criterio assumet. [...] Hinc event, quod Mathematici multas habeant demonstrationes sensibus repugnantes [...]. [Est] exemplum de duabus [...] lineis, certo spatio ab initio distantibus, quarum una recta, altera obliqua, ita protrahantur, ut una semper alteri proximior fiat, et licet in infinitum producantur, nunquam tamen se tangunt. Quae veritas a sola ratione cognita, sensibus omnino incognita permanet. [...] Neque minus hanc eandem sententiam comprobant meditationes Mathematicae de quantitatibus irrationalibus. Videmus enim intellectum pervenire in eam cognitionem, dari nempe inter continuas magnitudines incommensurabilitatem, quae nunquam sensu potest deprehendi. Quomodo enim cum ambae magnitudines sint divisibles in infinitum, poterimus per sensum deprehendere nullam ex partibus, et particulis unius magnitudinis infinitis aliam magnitudinem metiri? Ita ut Decimus liber Euclidis in penetralia mentis introducatur, nec transeat per vestibulum sensus. Pari ratione, cum angulus contingentiae sit quocunque angulo acuto minor, possitque angulus contingentiae augeri in infinitum, quomodo poterit sensus hoc incrementum infinitum, quod tamen nunquam ad spatium ab angulo acuto comprehensum perveniat, percipere? Unde nemini mirum videri debet, si sensum, eiusque iudicium ne hilum quidem ad pensitanda scientiarum momenta mathematici existiment. Atque hinc evenit, quod si alicuius ratio patet sensui, physicus non curat id amplius demonstrare, quinimmo docet esse valde absurdum, et ridiculum, quod evidens est, id argumentari velle. At mathematicus non curans evidentiam secundum sensum, et eius iudicia licet clara, et certa contemnens, omnia revocat ad incudem, cunctaque ad exactissima rationis iudicantis normam exigens, nihil praeterit sine firma demonstratione, atque menti perspicua» (J. MAZZONI, *op. cit.*, pp. 163-164). Cfr, anche *ivi*, p. 179.

[73] 'Compendium' dell'opera Mazzoni, riassumendo la critica di Aristotele a Platone su questa questione, aveva affermato che l'accusa principale consisteva nel fatto che, assumendo le ragioni matematiche quali cause dei fenomeni fisici, Platone «in scientiis heterogenea misceat» (*ivi*, f. 4*v*). Ricondurre cioè le proprietà dei corpi, sensibili e materiali, a principi matematici puramente razionali significava secondo Aristotele contravvenire all'assunto che i principi dovessero essere del medesimo genere delle cose delle quali erano principi. Cfr. anche F. PURNELL, *Jacopo Mazzoni and Galileo*, cit., p. 285 e n. 33.

[74] «Tertia [differentia] est, quod apud Platonem mathemata sunt supra rationes seminales, et corpora, et per consequens Mathematica est altior scientia Physica, quod omnino repugnat Aristoteli. Hinc quarta prodit differentia, quod nempe apud Platonem multa ex Mathematica colligi possunt ad explicanda mysteria physica apprime consentanea. Sed apud Aristotelem eadem mathematica Physicis adhibita, errorum plaustra invexerunt» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 180).

[75] «Qui [...] gradatim ab umbris ad corpora, a corporibus ad mathemata se se attolit, ille purgatione illa triplici praeparatus in ens intelligibile obtusum mentis suae audacter iam figere potest. Sed ut facilius opinio haec Platonis ab omnibus percipi possit, sciendum, quod ea, quae in super substantiali unitate eminentissime colliguntur, formaliter, et per rationes ideales in

era una conoscenza che era stata offuscata al momento della unione dell'anima con il corpo, ma questa unione non toglieva all'anima la capacità di ricordare quelle ragioni innate: implicava soltanto che essa compisse uno sforzo di riflessione per riportarle alla coscienza.[76] Il fatto quindi che un uomo non avesse una conoscenza scientifico-matematica attualmente presente al proprio pensiero, non poteva autorizzarlo a concludere di non possederla effettivamente. Ognuno aveva delle conoscenze innate insite nell'anima, solo che o non voleva o non sapeva tirarle fuori, vuoi per accidia, vuoi per pregiudizi dottrinari.

Dominato da questi pregiudizi era stato anche Aristotele; ma questi pregiudizi, anche, Aristotele aveva pagato cari.[77] Come dimostravano i «Mathematici» – e qui il riferimento esplicito del Mazzoni è a Benedetti,[78] ma quello implicito è al *De Motu* di Galileo alla cui

---

prima mente, primoque ente disseminantur, per mathemata, et per rationes (ut aiunt) vivas in anima rationali sparguntur» (*ivi*, p. 179). Vale la pena ricordare che il Mazzoni fu un convinto sostenitore dell'innatismo platonico: al proposito, il suo biografo racconta di una disputa pubblica svoltasi alla corte urbinate, nella quale, trattandosi «sopra la differenza che è fra Platone e Aristotele intorno alla Riminiscenza», il Mazzoni difese la teoria platonica contro gli attacchi dell'aristotelico Cesare Benedetti: cfr. P. A. SERASSI, *op. cit.*, p. 28.

[76] La prima ipotesi della filosofia platonica sull'anima, esponeva il Mazzoni, era che «animam rationalem duplicem habere vitam. Prima est ipsius animae propria, tanquam actus ipsius. Secunda est, quae ab anima in corpus effunditur et continet facultates expertes rationis». L'altra ipotesi era quella della sostanziale separazione e indipendenza dell'anima dal corpo, pur nella sua unione con esso: in tal modo, quando l'anima si univa al corpo, in quanto sostanza che rimaneva per sé, manteneva integre la propria essenza e facoltà di comprendere le cose; l'effetto che sortiva quella unione era soltanto di velarle o farle dimenticare le verità delle quali era depositaria: «Suppono secundo animam iunctam cum corpore considerari, ut in se manentem, et conditionem suam servantem, ac ut progressam, et declinantem ad corpus. Ut in se manet servat insitas rationes illaesas, ut progressa, et ad corporis amorem rapta, easdem rationes habet tenues obscuras, et fere oblivione inductas. Ideo dicitur tunc anima in flumine oblivionis recipi [...]. Quapropter vocatur dormiens, et ebria. Atque ut dormiens indiget excitante, ut ebria vero cum excitata fuerit, debet purgari» (J. MAZZONI, *op. cit.*, p. 175). Era poi nel percorso dalle «ombre» alle «matematiche» che consisteva lo sforzo teoretico dell'anima per non inclinare verso il corpo e recuperare alla coscienza, in questa vita, il proprio patrimonio essenziale.

[77] «Credidit Plato Mathematicas, ad speculationes physicas apprime esse accomodatas. [...] At Aristoteles omnino secus sentire videtur [...]. Sed si quis voluerit, hanc rem diligentius considerare, forsan, et Platonis defensionem inveniet, videbitque Aristotelem in nonnullos errorum scopulos impegisse, quod quibusdam in locis Mathematicas demonstrationes proprio consilio valde consentaneas, aut non intellexerit, aut certe non adhibuerit» (*ivi*, p. 188). Cfr. anche *ivi*, pp. 180, 190.

[78] In particolare alla sua opera *Disputationes de quibusdam placitis Aristotelis*, da Mazzoni citata come *Disputationes contra Aristotelem*: cfr. *ivi*, p. 190.

dimostrazione pare più attenersi –,[79] come dimostravano i «Mathematici», dicevo, i quali, nei principî della idrostatica archimedea avevano posto i fondamenti per accedere alla verità del mondo naturale, falso era quanto Aristotele aveva asserito sulla impossibilità del moto nel vuoto e l'inesistenza del vuoto stesso,[80] falsa la sua teoria della ineguale velocità di caduta di corpi omogenei di diversa grandezza,[81] falsa la sua opinione che tra ascesa e discesa dei corpi dovesse intervenire la quiete.[82] La filosofia naturale di «quel gran Maestro», sotto la cui disciplina, come scriveva Galileo al Mazzoni, sembrava che un tempo dovessero militare coloro che si davano ad investigare il vero,[83] risultava ormai inadeguata ad accogliere risultati e prospettive della nuova scienza. Aristotele era stato destituito dal principato

[79] Cfr. F. Purnell, *Jacopo Mazzoni and Galileo* cit., pp. 290-293.

[80] «Aristoteles ob non adhibitas oportunis locis mathematicas demonstrationes, maxime recesserit a vera philosophandi ratione. Ille itaque in quarto libro Physicorum multis rationibus probans vacuum non posse dari, illud inter caetera dicit, nempe quod si daretur vacuum, in eo motus fieret in instanti. Existimat enim successionem in motu ex medij, quod a mobile dividitur, resistentia provenire. Ita ut, ubi medium maiorem habet resistentiam, ibi mobile diutius moretur, ubi minorem, minus. Et ideo ubi nullam inveniet resistentiam, momento fiet motus. Hanc Aristotelis opinionem omnino falsam, et absurdam esse demonstrant Mathematici» (J. Mazzoni, *op. cit.*, p. 190). Ciò che qui Mazzoni contesta ad Aristotele, facendo proprie le conclusioni di Benedetti e del *De Motu* galileiano, è la legge di proporzionalità geometrica della velocità alla rarità del mezzo, cioè che la velocità di un mobile in due mezzi diversi stiano tra loro nella proporzione inversa delle densità dei mezzi, e le velocità di due mobili diversi mossi nello stesso mezzo stiano tra loro come le gravità. Egli accoglie invece la teoria della proporzionalità aritmetica, secondo la quale le velocità di un mobile in due mezzi diversi stanno tra loro come gli eccessi della gravità del mobile sulle gravità dei mezzi, e le velocità di due mobili diversi in uno stesso mezzo stanno tra loro come gli eccessi delle gravità dei mobili sulla gravità del mezzo. In tal modo, la velocità di un corpo, essendo espressa non più dal rapporto tra la sua gravità e la densità del mezzo, ma dalla loro differenza aritmetica, anche nel vuoto risulta avere un valore finito.

[81] «Ex isto primo Aristotelis errore ob spretas Mathematicas, emersit secundus non minus animadversione, et castigatione dignus. Credidit enim duo corpora eadem specie, et figura praedita per idem medium mota, eandem plane proportionem in suorum motuum velocitatibus, quam in suis magnitudinibus habent retinere» (*ivi*, p. 192). Questo secondo errore di Aristotele poggia sostanzialmente sul concetto di peso quale forza motrice determinante la velocità di caduta: l'errore non consisteva certo nel legame causale stabilito tra peso e velocità, ché anzi in quel nesso era da riconoscere un merito 'archimedeo' di Aristotele (cfr. *ivi*, p. 190); l'errore consisteva nel fatto che i pesi dei corpi venivano considerati nel loro valore assoluto, e non come risultati della differenza tra il peso specifico dei corpi e quello del mezzo.

[82] «Tertius error eiusdem philosophi ob contemptum Mathematicarum est, quia credidit duos motus rectos, quorum alter esset sursum: alter vero deorsum, vel dextrorsum, et sinistrorsum, vel ante, et retro, vel (ut compendio dicam) eundo, et redeundo per eandem lineam non posse esse continuos: sed necessario inter illos quietem aliquam interponi» (*ivi*, p. 193).

[83] Cfr. G. Galilei, *Lettera a Iacopo Mazzoni* cit., pp. 197-198.

sulle speculazioni fisiche e, al suo posto, era il "platonico" Archimede che assurgeva a nuova guida dei «venatores sapientiae»: in particolare, di quella più alta sapienza consentita all'uomo,[84] che era l'accesso progressivo alle verità matematiche della natura.

[84] In due passi della Quarta Sezione, Mazzoni sembra sostenere l'impossibilità per l'uomo in questa vita di accedere alla scienza e verità assolute, intese come la conoscenza delle idee intellegibili e della divinità: la prima volta alla fine del secondo capitolo (cfr. J. Mazzoni, *op. cit.*, p. 150), l'altra alla fine del quarto (cfr. *ivi*, p. 176); in entrambe egli sembra ammettere che la conoscenza più alta e a suo modo perfetta che all'uomo è consentita in questa vita sia la comprensione matematica del mondo naturale. Vi sono due modi, egli dice, di intendere la scienza e la conoscenza esatta: «altera in genere proprio perfectionem summam habet; altera vero est absoluta, et perfecta simpliciter»; la prima, che «communiter homini in ista vita degenti, consentanea reperitur», «etiam si indigeat rationibus aeternis ab intellectu agente communicatis, tanquam principijs, et causis cognitionis, non potest tamen a sensibus esse seiuncta; la seconda invece solo «per rationes aeternas intelligit»; e tuttavia, aggiunge subito il Mazzoni, «(ut dicebat D. Augustinus) anima in statu praesentis vitae non potest videre in rationibus aeternis, nisi adeo sancta, et pura fuerit, ut conditionem vitae praesentis excellere videatur» (*ivi*, p. 176).

Corrado Dollo

L'EGEMONIA DELL'ARCHIMEDISMO IN GALILEI

«Si potrebbe riassumere ... l'opera scientifica del secolo XVI nella ricezione e nella comprensione graduali dell'opera di Archimede. Per la storia del pensiero scientifico, la concezione popolare di "Rinascimento" si conferma profondamente vera»; così mezzo secolo addietro scriveva Alessandro Koyré nei ben noti *Studi Galileiani*.[1] Nel ricercare il progressivo passaggio dalla fisica dell'antichità alla moderna, egli identificava le tappe fondamentali della fisica aristotelica, della fisica dell'*impetus*, infine della fisica matematica, «fondata sul metodo sperimentale di Archimede e Galileo»,[2] ai cui scritti giovanili riconosceva l'importanza storica di presentarle «in uno scorcio sorprendente».[3]

Dopo gli studi di Alistaire Crombie, Adriano Carugo e William Wallace, conosciamo molte più cose sulla composizione degli *Juvenilia*

---

[1] Cito dall'edizione italiana a cura di M. Torrini, Torino, Einaudi, 1976, p. 10, nota 23. Com'è noto, Koyré non riteneva fondata la tesi del continuismo di Pierre Duhem; della medesima opinione era stato il maggior studioso italiano di Galilei Antonio Favaro. Un più moderato continuismo è stato successivamente sostenuto nei paesi anglosassoni (A. C. Crombie, W. F. Edwards, W. Wallace); in Italia gli studiosi – da E. Garin a L. Geymonat, da P. Rossi a E. Berti – pur con diversità di accenti e prospettive, hanno mirato piuttosto ad accertare i momenti di diversificazione nelle *situazioni* storicamente determinate, il che non è poi un privilegio italiano (ricordo soltanto le analisi di M. Clagett, S. Drake, Ch. B. Schmitt).

[2] Koyré, *op. cit.*, p. 10.

[3] Koyré, su questo punto, riprendendo Favaro, riconosceva negli *Juvenilia* l'esposizione della *communis opinio* in fisica e cosmologia, quale veniva insegnata «nella maggior parte delle università europee» (*op. cit.*, p. 11; per gli *Juvenilia*, e le opere di Galilei in generale, cito dall'*Edizione Nazionale delle Opere di Galileo Galilei*, Firenze, Barbèra, 1890 e sgg., indicando, come d'uso, il volume in cifra romana, le pagine in cifre arabiche). Noto che si trattava di un aristotelismo più *mélangé* di quello normalmente in circolo e in cui si ritrovano dottrine tutt'altro che aristoteliche (*impetus*, *quies media*, mancanza di peso nei *luoghi naturali*, et c.), ma era pur sempre una esposizione «dei principî della cosmofisica aristotelica, almeno come era intesa nel medioevo» (Koyré, *ibid.*).

di quante se ne potessero supporre nel periodo in cui scriveva Koyré; alle generiche localizzazioni delle 'fonti' – i *Doctores Parisienses* per Duhem, Francesco Buonamici per Favaro – si è sostituita una ricostruzione assai articolata che le individua nel *Commento* del Clavio alla *Sfera* del Sacrobosco, nel *De Communibus Omnium Rerum Naturalium Principiis* di Benedetto Pereira e in alcune inedite *reportationes* tenute nel Collegio Romano da Paolo Valla, Muzio Vitelleschi e altri padri gesuiti.[4]

Per quanto siano stati approfonditi questi aspetti, sono tuttavia convinto che il quadro tracciato da Léon Brunschvicg e arricchito dal Koyré risulti, nelle grandi linee, ancora suggestivo e fondato. Anche il 'continuista' Duhem ha in fondo contribuito ad illustrare la rottura tra la meccanica aristotelica e quella dei mertoniani e parigini, né ritengo che possano considerarsi meno significative o secondarie le differenze tra l'approssimativa teoria dell'*impetus* e il concetto di *momento*.[5] È vero che gli aristotelici del XVI secolo innestano l'*impetus* sul tronco della loro fisica rinunciando all'antiperistasi, ma Filopono viene recepito per l'impossibilità di rispondere alle insormontabili obbiezioni avanzate contro la teoria aristotelica originaria.[6]

Qualche cosa di simile, ma di maggiore rilevanza, riscontriamo per l'accettazione dell'archimedismo: i matematici ed Archimede – loro *princeps* – offrono una certezza ignota alle sette filosofiche, ed in questa prospettiva ne troviamo tessute entusiastiche lodi, nei *Prolego-*

[4] Per DUHEM si v. *Études sur Lèonard de Vinci*, Paris, Herman, 1913, III; per FAVARO, *E.N.*, I, 9-12, per A. C. CROMBIE e A. CARUGO, *The Jesuits and Galileo's Ideas of Science and of Nature*, in *Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza*, 1982, 2, pp. 3-67; per W. WALLACE, *Prelude to Galileo Essay on Medieval and Sixteenth-Century Sources of Galileo's Thought*, Dordrecht-Boston-London, Reidel Publishing Company, 1981, e l'analitico *Galileo and his Sources The Heritage of the Collegio Romano in Galileo's science*, Princeton, Princeton University Press, 1984.

[5] LÉON BRUNSCHVICG, *Les étapes de la philosophie mathematique*, Paris, Presses Universitaires de France, 1947 (3ª), pp. 49-70 (1ª ed. F. Alcan, Paris, 1912); si v. anche *Platon et Descartes*, in *Tijdschrift voor Wijsbegeerte*, Harlem, 1929 (ristampato in *Ecrits Philosophiques*, Paris, P.U.F., 1951).

[6] Le difficoltà della dottrina aristotelica sono esposte da Galilei nella prima stesura del *Trattato*, posteriore al *Dialogo*, del *De Motu*; si veda il capitolo *A quo moveantur proiecta*, *E.N.*, I, 307-309; per l'insegnamento dei Gesuiti si consultino, ad es., i *Commentaria in Libros Meteorum Aristotelis*; P. VALLAE, *Pars quinta, De Qualitatibus motivis, Quaestio sexta, A quo moveantur proiecta*, lezioni 52-55 (cc. 113-122 non num.). Il ms. appartiene all'*Archivum Pontificiae Universitatis Gregorianae* (Fondo Curia, 1710) e riporta le lezioni dell'anno 1588-89. Delle *reportationes* di Paolo Valla e Muzio Vitelleschi ho trascritto non poche pagine in *Galilei e la Fisica del Collegio Romano*, Catania, Quaderni del Dipartimento di Scienze Storiche, 1990.

mena in Euclidis Elementa di Cristoforo Clavio.[7] Invertendo le posizioni di Benedetto Pereira, Clavio diffondeva nel suo Ordine una nuova sensibilità verso la trattazione matematica della fisica e in questa prospettiva l'inserimento delle Matematiche nella *Ratio Studiorum* assumeva la caratteristica di un impegno metodologico primario; tuttavia questa tendenza non andò oltre certi limiti, così nei *Commenti* alle *Meteore* o al *De Coelo,* tenuti nel Collegio Romano intorno agli anni novanta del Cinquecento,[8] alla 'contaminatio' della fisica aristotelica con quella dell'*impetus* si affianca l'unione della meccanica archimedea con la teoria dei *luoghi naturali* e della differenziazione qualitativa degli elementi.[9] Sarebbe del tutto azzardato ritenere che si trattasse soltanto di un espediente per rinsaldare la dottrina del peripato, tuttavia Archimede risulta collocato *all'interno* della fisica aristotelica.[10] Congiungere Archimede ad Aristotele, autori che da Benedetti e Galilei siamo abituati a considerare in antitesi, può sembrare un ripiego ideologico, ma non lo è; una prospettiva analoga emerge

[7] Euclide e Archimede sostengono l'architrave che regge il *fastigium* della Compagnia, almeno nelle edizioni più diffuse (in altre si notano delle anonime colonne tortili), si v. ad esempio l'ed. romana di Bartolomeo Grassi del 1589 (la più vicina alla stesura del *De Motu*). Archimede è visto come lo stadio finale della metodica euclidea (ed. cit., pp. 19-20), il che conferma la legittimità della tradizione euclideo-archimedea di cui discorre Jens Høyrup in *Philosophy: Accident, Epiphenomenon or contributory Cause of the changing Trends of Mathematics A sketch of the development from the twelfth trough the sixteenth Century* (pubblicazioni del Roskilde University Center, Roskilde, senza anno, ma 1989), pp. 71-78. In Clavio le Matematiche presentano il duplice aspetto di suprema teoria e di pratica del meraviglioso: «Ostenditur, atque demonstratur unius huius scientiae vi caeli universi, siderumque perennis conversio, ortus, occasus, abitus, reditus, ascensus, descensus, diei ac noctis, temporumque toto anno per omnem terrarum situm, et mundi inclinationem, varietas. Coniunctiones item planetarum, oppositiones, aspectusque varij tam expedite cognoscuntur, ut et loca illorum in caelo, et eclipses, seu Solis, ac Lunae defectiones certissime, antequam fiant, in omne postremum tempus a Mathematicis praedici queant. Hoc denique ingens Dei, et Naturae opus, mundum, inquam, totum mentis nostrae oculis, munere ac beneficio Geometriae subiectum conspicimus. Adde Geometriam hominibus plurima, quae penitus incredibilia esse videntur, omniumque fidem superant, perspicua facere, credibiliaque esse ostendere» (ed. cit., p. 20). Gli esempi *mirabili* sono desunti dalle invenzioni archimedee: il movimento della grande nave destinata a Tolomeo d'Egitto, la scoperta della adulterazione della corona, la difesa di Siracusa da Marcello, «machinis quibusdam per Geometricas demonstrationes adinventas» (*ibid.*, pp. 20-21). Tradizione *platonica* dunque e tradizione *ingegneristica* alla pari: è uno dei motivi della *fortuna* di Archimede nel Rinascimento. Su questo punto Galilei trovava già pacificata, in Clavio e in Benedetti, la *duplice natura* dell'archimedismo.

[8] Per Valla si v. la cit. alla nota 6; per Vitelleschi, *In Libros de Coelo Disputationes*, nel mio citato *Galilei e la Fisica del Collegio Romano*, pp. 105-186.

[9] Si veda ad es. VITELLESCHI, *Tractatio tertia De Elementis*, in *Galilei e la fisica* ... cit., *Disputatio Sexta*, pp. 174-186.

[10] Si veda *infra* nota 50.

ad esempio nell'apologia di Archimede di Bernardino Baldi,[11] a non dire che l'approccio dinamico della nuova fisica trova i suoi incunabula, come indica Clagett, nelle *Quaestiones Mechanicae* aristoteliche.[12] Tutto sommato, però, non è questo che mi preme sottolineare, quanto che l'archimedismo poteva trovare luogo nella sintesi dell'aristotelismo 'progressivo' solo a patto di rimanere una limitata dottrina di settore, subordinata ai principi generali della fisica e della metafisica.

Constatando la presenza di fisica qualitativa, teoria dell'*impetus* e componente archimedea nelle *reportationes* del Collegio Romano, e ritrovandone gli ingredienti anche nelle opere giovanili di Galileo, William Wallace ha cercato, invece, di stabilire una *continuità forte* tra le dottrine del manoscritto galileiano 27 (Logica),[13] del man. gal. 46

[11] «Che Archimede fosse filosofo egli è chiaro, poichè le matematiche sono una delle parti della filosofia; non di meno, parlando delle cose fisiche potrebbe dubitarsi quale setta egli seguisse ... *La Peripatetica non credo, perchè, se bene havrebbe più dell'altre corrisposto al suo ingegno, non erano però ne' suoi tempi le cose d'Aristotele così per le mani, che la sua setta ne fosse diventata famosa*; ma ch'egli non seguisse Democrito, e gl'altri autori de gl'attomi e del vacuo, può esser assai chiaro; poiché egli non ha del verosimile, che da lui fossero stati tralasciati i dogmi di Pitagora e di Platone, per seguir altri di men salda dottrina», in *Vite inedite di Matematici italiani scritte da Bernardino Baldi e pubblicate da Enrico Narducci* (*Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, Roma, Tipografia delle Scienze Matematiche e Fisiche, 1886. La vita di Archimede, alle pp. 388-406 e 437-453, fu finita di scrivere dal Baldi il 25 ottobre 1585. Il corsivo è mio). L'oggettività della ricostruzione del Baldi oggi risulta assai limitata; si veda ad es. CHARLES MUGLER, *Archimède répliquant a Aristote*, «Revue des Études Grèques», 1951: già Eutocio, con il cui commento apparve l'*editio princeps* del 1544 (Basilea, Ioannes Hervagius), faceva risaltare nel commento al primo libro de *L'Equilibrio dei Piani* la differenza tra la teoria dei pesi di Archimede e quella di Aristotele e Tolomeo di Alessandria. Per Mugler l'artificio con cui Archimede mosse da solo la nave era stato concepito come una refutazione inoppugnabile di *Fisica* VII, 5, 250*a*: «se fosse altrimenti, un uomo solo muoverebbe la nave, qualora venissero numericamente divise la forza di quelli che la tirano a secco e la lunghezza secondo cui la muovono».

[12] Per la compresenza dell'approccio dinamico, proprio delle *Quaestiones Mechanicae*, con quello statico-archimedeo si veda M. CLAGETT, *La Scienza della Meccanica nel Medioevo*, Milano, Feltrinelli, 1981 (2ª ed.), pp. 178 e sgg.

[13] Il Favaro non ritenne di riprodurre questi scritti nell'Edizione Nazionale; essi sono contenuti nel ms. gal. 27. A. Carugo e A. C. Crombie hanno mostrato con ricchezza di particolari la corrispondenza di queste *Disputationes de praecognitionibus et praecognitis in particulari* con gli *Additamenta et commentaria D. Francisci Toleti in logicam Aristotelis* di LUDOVICO CARBONE (Venezia, Giorgio Angelerio, 1597), un plagio delle *reportationes* di Paolo Valla (o della Valle). Si veda *The Jesuits* ... cit., pp. 7-10. Per l'intera questione si veda però l'amplissima introduzione e il commento di W. Wallace all'edizione della *Tractatio de Praecognitionibus* trascritta da William F. Edwards (Padova, Editrice Antenore, 1988) e il richiamo al suo *Galileo's Sources, Manuscript of Printed Works*, apparso in *Print and Culture in the Renaissance: Essays on the Advent of Printing in Europe* (a cura di G. B. Tyson e Silvia Wagonheim, Newark, University of Deleware Press, 1986), pp. 45-54.

(Cosmologia) [14] e del man. gal. 71 (*De Motu Antiquiora*), cioè – non riguardandoci qui la logica – tra i contenuti degli *Juvenilia* e quelli del *De Motu*.

Sono perfettamente convinto che le 'fonti' degli *Juvenilia* siano da ricercare nelle dottrine dei Gesuiti del Collegio Romano: se non bastasse la presenza di brani ripresi alla lettera, risulta evidente la derivazione delle dottrine particolari dai principi ed assiomi espressi in opere (stampate e inedite) di Clavio, Pereira, Valla e Vitelleschi; ma non sono meno fermamente convinto di quanto aveva concluso, quasi cento anni fa, Antonio Favaro, cioè che negli *Juvenilia* a Galilei «non ispetti ... se non la troppo modesta parte di amanuense».[15] Niente ci fa supporre che egli vi esponga pensieri suoi propri. Ma mentre per i manoscritti 27 e 46 a Galilei non tocca altro merito che quello attribuibile ad un fedele epitomatore, nel man. 71, cioè nel *De Motu*, metodo e contenuti cambiano radicalmente. Tra i primi due manoscritti e il terzo cade un profondo iato e su questo punto la mia opinione diverge in modo netto da quella del Wallace, per il quale non vi sarebbero fratture sostanziali tra le *reportationes* tenute intorno alla fine degli anni ottanta nel Collegio Romano e il *De Motu* di Galileo.[16] Mi permetto di considerare la tesi assai problematica, non solo e non tanto per le divergenze che si possono registrare tra le *reportationes* dei Gesuiti e il galileiano *De Motu*, che ho di recente illustrato,[17] ma soprattutto per la diversa progettualità che esprimono: nei padri del Collegio Romano la teoria parigina dell'*impetus* e

[14] Gli scritti di Cosmologia, contenuti nel ms. gal. 46, sono stati pubblicati dal Favaro nell'*Edizione Nazionale* (I, 15-177) sotto la denominazione di *Juvenilia*; W. Wallace dimostra convincentemente che non possono essere stati composti prima del 1589-90, data a cui risalgono le lezioni del Collegio a cui sono stati, in parte, attinti (si veda *Prelude to Galileo* cit., pp. 213 e sgg.).

[15] I, 10.

[16] Si veda *supra*, note 13 e 14.

[17] Sul punto rimando a *Galilei e la Fisica del Collegio Romano*, pp. 44-57. A me sembra che nelle prime opere, forse portatovi dall'entusiasmo della scoperta, W. Wallace abbia accentuato la *dipendenza* di Galilei dalle dottrine del Collegio Romano, successivamente sembra ripiegare su una più cauta interpretazione: vi è una molteplicità di dottrine *compresenti* nelle *reportationes* e nel *De Motu*, ma giacchè non è possibile che i Gesuiti le abbiano desunte da Galilei, è vero il contrario. L'argomento sarebbe irrefragabile se si potesse rigorosamente escludere che le dottrine comuni (nel nostro caso l'accettazione di Archimede per spiegare *gravitas* e *levitas*) non derivino da altre fonti; sappiamo al contrario che la conoscenza dei testi archimedei risale in Galilei *almeno* al 1585-86, cioè ad anni antecedenti la composizione degli *Juvenilia*, (si veda *Galilei e la Fisica del Collegio Romano* cit., pp. 35 e sgg.).

la dottrina archimedea degli equiponderanti tendono a inscriversi in un quadro dominato immediatamente dal primo e dal quarto libro del *De Coelo*, dal quarto e ottavo libro della *Fisica*, mediatamente dai libri V e VII della *Metafisica*. Il progetto è radicalmente diverso in Galilei: la critica alla *Fisica* e al *De Coelo* risulta non soltanto puntigliosamente articolata, ma provocatoriamente polemica,[18] lo studio *in lancibus* dà la chiave per leggere ogni e qualsiasi movimento, Archimede diventa *il* Maestro, la cui *methodus* risulta orgogliosamente contrapposta all'aristotelismo predominante e congiunta agli assunti meccanici fondamentali di Platone e Democrito. Con Galilei il *bastone del comando* passa dagli *Analitici Posteriori* e dal *De Coelo* alle *Galleggianti* e al *Timeo*.

Per esaminare tale *egemonia* dell'archimedismo in Galilei dovremo tenere presenti e analizzare, al meno, le seguenti determinazioni:

a - la proclamazione esplicita e costante di dipendenza dalla *methodus* archimedea;

b - lo studio appassionato dell'intera produzione in cui essa allora si esprimeva;

c - la diffusione e la difesa polemica dell'archimedismo contro la cultura ufficiale;

d - l'integrazione dell'archimedismo nella «filosofia degli antichi» in funzione antiaristotelica;

e - l'estensione creativa dei risultati archimedei con l'integrazione della statica nella dinamica;

f - l'unificazione del sapere mediante la funzione 'riduzionista' della quantità;

g - l'eliminazione del diaframma tra sapere teorico e sapere banausico con il loro reciproco potenziamento e uso sociale.

Non potrò procedere ovviamente *per enumerationem simplicem*, mi diffonderò però il necessario per evitare, lo spero, che sugli elencati punti nascano limitazioni radicali o dubbi di rilievo.

Sul riconoscimento dell'eccellenza di Archimede avevano richiamato l'attenzione studiosi ben noti per la diretta conoscenza delle fonti (ricorderò soltanto Antonio Favaro, Alessandro Koyré, Stillmann Drake, Paul Lawrence Rose), alcuni dei quali sottolineano che Galilei è stato preceduto non solo da Cristoforo Clavio, ma anche da Niccolò Tarta-

[18] *Ibid.*, pp. 30-31, nota 67.

glia e da Gerolamo Cardano; a costoro, e agli altri su cui ha richiamato l'attenzione Jens Høyrup,[19] aggiungo solo Giovan Battista Benedetti, a simiglianza del quale Galilei perviene alla generalizzazione del principio di Archimede.

Certo l'ipotesi quantitativa capace di spiegare con pochissime supposizioni effetti apparentemente disparati e lontani è accolta perché congiunta con la sottigliezza, l'ingegnosità creativa, il rigore dimostrativo, in breve l'*esquisitissimo metodo*. Così nella prima stesura del *De Motu*, quella dialogata, uno dei due interlocutori stabilisce.

> Essendoti abituato alle dimostrazioni matematiche certissime, chiarissime, sottilissime, come quelle del divino Tolomeo e del divinissimo Archimede, in nessun modo puoi consentire ad altre più grossolane.[20]

Nell'ultima Scolastica medioevale erano circolate *subtilissimae quaestiones*, e non meno penetranti *Commentaria*, ma ora la «subtilitas» non si identifica con la capacità dialettica fondata su arbitrarie premesse concettuali, perché è legata alla chiarezza e certezza delle dimostrazioni «quantitative», proprio l'opposto dei non troppo mascherati sofismi aristotelici:

> Qui in verità mi assalgono noia e vergogna per dovere profferir parole a risolvere argomenti tanto puerili come le grossolane sottigliezze che in tutto il quarto libro *Del Cielo* Aristotele introduce sconvenientemente contro gli antichi, infatti non posseggono né forza, né dottrina, né eleganza, né bellezza.[21]

Forza argomentativa, concisione e bellezza delle dimostrazioni rappresentano l'antitesi del procedimento usato da Aristotele. Non citerò il ben noto passo in cui Galilei contrappone il metodo dei *suoi matematici* a quello del Peripato (*De Motu*, I, 285), mi si permetta però di richiamarne un altro dal quale si evince che i contenuti delle investigazioni archimedee sono usati in funzione antiaristotelica:

> Aristotele asserisce senza riflettere che non si dà una retta eguale alla circonferenza del cerchio: cosa dimostrata falsa dal divino Archimede nelle

[19] Si veda *Philosophy*... cit. (v. *supra*, n. 7), p. 78, n. 188.

[20] I, 368. Qui e di seguito la trad. è mia.

[21] «Hic mehercule taedet et pudet, quod verba sint iactanda ad solvenda tam puerilia argumenta tanquam crassas subtilitates, quales illae sunt, quas, contra antiquos, toto 4 Caeli inculcat Aristoteles: nihil enim roboris, nihil doctrinae, nihil concinnitatis aut venustatis habentes, et quarum fallacias quisque cognoscet ...» (I, 292).

sue *Linee spirali*, alla proposizione ..., dove si trova la linea retta eguale alla circonferenza del cerchio nella spirale della prima rotazione. Né si potrà dire che questo fu nascosto ad Aristotele perché Archimede è molto più recente. Infatti se ad Aristotele non fu palese la dimostrazione per trovare la retta eguale alla curva, non fu palese neppure che non si dà una retta eguale alla curva; onde non avrebbe dovuto asserire alla leggera che tale retta non si dà.[22]

L'apprezzamento e lo stupore per le invenzioni archimedee risultano comunque di più antica data e non soltanto strutturalmente antiaristotelici. Nella *Bilancetta* emerge l'insoddisfazione per il procedimento comunemente attribuito, dietro Vitruvio, al grande fisico nello svelare l'adulterazione della corona di Gerone,

atteso che il credere che procedesse ... co 'l mettere tal corona dentro a l'aqqua avendovi prima posto altrettanto di oro purissimo e di argento separati, e che dalle differenze del far più o meno crescere o traboccare l'aqqua venisse in cognizione della mistione dell'oro con l'argento, di che tal corona era composta, par cosa, per così dirla, molto grossa e lontana dall'esquisitezza; e vie più parrà a quelli che le sottilissime invenzioni di sì divino uomo tra le memorie di lui aranno lette ed intese, dalle quali pur troppo chiaramente si comprende quanto tutti gli altri ingegni a quello di Archimede siano inferiori, e quanta poca speranza possa restare a qualsiasi di mai poter ritrovare cose a quelle di esso simiglianti.[23]

Al metodo rozzo e fallace, privo dell'esattezza richiesta nelle Matematiche, Galilei sostituisce il proprio, che ritiene il medesimo usato da Archimede: è un classico esempio di *restitutio* in cui il procedimento viene attribuito all'antico autore perché permette misurazioni esattissime e perché dipende dalle sue premesse e dimostrazioni.[24]

Potrebbe notarsi una incongruenza: nel momento in cui si proclama Archimede 'incomparabile' ci si compara con lui e se ne ricostruiscono gli *inventa;* tuttavia l'osservazione appare di lieve momento, perché l'antico testo non è considerato definitivo e immodificabile, un corrispondente della *sacra pagina*, bensì un indice di metodo, un esempio e stimolo alla investigazione. Il che permette anche di comprendere perché Luca Valerio o Bonaventura Cavalieri possano essere proclamati il primo «nuovo Archimede dell'età nostra» [25] e il secondo «*alter Archimedes*» o «emulo di Archimede»; [26] ma prima di entrambi il medesimo onore era toccato proprio al nostro autore, come racconta Vincenzio Galilei.[27]

Sin dai primi anni dell'impegno geometrico, Galilei manifesta dunque una *assimilazione creativa* del metodo archimedeo, di cui sono esempio cospicuo i *Theoremata circa centrum gravitatis solidorum*,[28] che gli procurarono una ottima reputazione non soltanto presso il ricordato Guido Ubaldo dal Monte, ma anche presso Cristoforo Clavio, Pietro Antonio Cataldi e Giuseppe Moleto, i più stimati lettori del tempo, a Roma Bologna e Padova. Del resto le prime opere di Galilei testimoniano una prolungata meditazione sopra l'*Equilibrio dei piani*, le *Galleggianti*, la *Quadratura della Parabola*, le *Spirali*, il *De Sphaera et Cylindro*.[29] Siamo infine del resto certi che, dagli anni di apprendistato, egli avesse dimestichezza con Archimede, il cui testo gli era stato regalato da Ostilio Ricci; [30] non è possibile stabilire in quale edizione (quella del Tartaglia?), ma è certo che conoscesse l'*Editio princeps* di Basilea (1544), non solo perché cita Eutocio di Ascalona, il cui commento vi era stato riproposto, ma soprattutto perché le annotazioni al *De Sphaera et Cylindro* furono compiute sulla traduzione latina di questa edizione; e ci consta di fatto – per le ricerche del Favaro – che il testo appartenne alla sua biblioteca.[31]

Al medesimo periodo risale la conoscenza di Tolomeo, il cui *Al-*

---

22 «Aristoteles temere dicit, Non datur recta aequalis circuli circumferentiae: quod falsum esse demonstratur a divino Archimede in suis Lineis Spiralibus, propositione ...; ubi circunferentiae circuli circa spiralem primae revolutionis recta linea aequalis invenitur. Neque dicas: Hoc latuit Aristotelem, quia Archimedes Aristotele est multo recentior. Nam, si Aristotelem latuit demonstratio inveniendae rectae curvae aequalis, latuit etiam demonstratio probans non dari rectam curvae aequalem; quare non debebat temere asserere, non dari talem rectam». I, 303-304; la proposizione delle *Linee Spirali* omessa da Galilei nel testo è la 18ª.

23 I, 215-216.

24 I, 216.

25 VIII, 76.

26 XII, 455 e XIV, 46.

27 Si vedano le sue *notizie raccolte* ...: «... il Sig.r Guido Ubaldo dal Monte, persona insigne in quella professione propose al G. Duca il Galileo, affermando a S.A. che egli era tale che da Archimede sino a quel tempo niuno l'aveva pareggiato, non che avanzato». XIX, 594; la medesima notazione in Vincenzio Viviani (XIX, 605) e in Niccolò Gherardini (XIX, 639).

28 I, 188-208.

29 I, 216, I, 304-305; le postille al *De Sphaera* ... in I, 233-242.

30 XIX, 637.

31 A. Favaro, *La libreria di Galileo Galilei descritta e illustrata*, in «Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche», Roma, 1886, p. 264, n. 223.

magesto è ben presente e citato nel *De Motu*, e di Apollonio, delle cui *Coniche* si serve contro Aristotele:

Nondimeno, anche se la velocità aumentasse e lo spazio del moto fosse infinito, non ne segue che il movimento perviene ad una velocità infinita, e il mobile ad una infinita pesantezza, come facilmente capirà chi con le matematiche ha dimesticatezza. Ciò è simile a quanto sembra impossibile a quasi tutti coloro che non sono capaci di usare il procedimento dimostrativo, che, cioè, si possono trovare due linee le quali, prolungate all'infinito si avvicinino sempre senza mai identificarsi, così che la distanza tra di loro diminuisca sempre, all'infinito, senza cancellarsi mai.[32]

Ancora una volta – qui con l'aiuto di Apollonio come subito dopo con quello di Archimede – Galilei rimarca la ineliminabile distanza che corre tra *razionalità aristotelica* (che qui sembra far tutt'uno con la conoscenza 'volgare') e *razionalità geometrica*, il «processo dimostrativo».

Galilei desume da Archimede anche il comportamento pratico per l'uso sociale del sapere; come il grande geometra nell'antichità, egli diventa il 'mediatore' del sapere matematico per i detentori del potere nel suo tempo:

La occasion di pratticar con tanti e tanti Signori grandi in questo nobilissimo Studio di Padova, per instruirli nelle scienze matematiche, mi ha con lunga esperienza fatto conoscere, come non fu del tutto indecente la richiesta di quel discepolo, che da Archimede, suo maestro nella geometria, ricercò strada più facile ed aperta, che all'acquisto di quella lo conducesse: imperò che anco in questa età pochissimi sono a i quali gli erti e spinosi sentieri ... non rincreschino ... E ciò ho tanto più frequentemente veduto accadere, quanto con più gran personaggi mi sono incontrato ... Io dunque scusandogli insieme col giovine Re di Siracusa ... mi rivolsi a tentare d'aprire questa via veramente regia, la quale con l'aiuto di questo mio Compasso in pochissimi giorni insegna tutto quello, che dalla geometria e dall'aritmetica, per l'uso civile e militare, non senza lunghissimi studii per le vie ordinarie si riceve.[33]

L'applicazione della geometria alla soluzione di problemi di proporzionalità lineare, di superficie, di volume, la traduzione dei pesi

[32] I, 330.

[33] II, 369.

specifici dei principali corpi in rapporti lineari, l'individuazione delle correlazioni tra peso e mole dei corpi sferici, o di altre forme, la soluzione di problemi di tattica e balistica sono alcune delle finalità per cui furono congegnate le *linee metalliche* del compasso geometrico e militare, ma Galilei vi compie anche una operazione teorica complementare a quella della *Quadratura della parabola*: nell'opera dell'antico maestro pesi omogenei venivano tradotti in superficie, qui pesi specifici (quelli dell'oro, del piombo, dell'argento, del rame, del ferro, dello stagno, del marmo, delle pietre) vengono tradotti in volumi.

Applicazioni 'pratiche' indegne dei 'teorici', come Plutarco asseverava per Archimede? Potrà darsi, ma Galilei prima di Bacone – nella tradizione ingegneristica da Leon Battista Alberti a G. B. Benedetti a Ostilio Ricci – assimila sapere e potere e ritiene per certo che solo un vero sapere, tale cioè che discenda necessariamente da assiomi quantitativi, sia garanzia di un potere non mistificato. L'orgogliosa rivendicazione della priorità nei confronti di Baldassarre Capra, un meschino impostore privo non solo della *methodus* esquisita, ma perfino della intellezione dei *principia*, è centrata sulla inscindibile connessione di teoria e pratica: solo chi possiede dall'interno l'estrema complessità di rapporti e deduzioni geometriche può tentarne una appropriata semplificazione, senza scadere nella riproposizione 'cieca' o nell'esplicito plagio. Capra non comprende nemmeno il significato delle figure esibite nel volume che dice suo, e le affastella in modo che risultino

non geometriche, ma peggio che ieroglifiche, poste senza costruzione, senza demostrazione, e forse senza proposizione e senza proposito, e poste più, per mio avviso, per spaventare le menti dei più semplici (o forse perchè questi che le pongono veramente credino che Tolomeo, Archimede, Apollonio e gli altri matematici le mettino nei loro libri per ornamento, e che quelle tanto meglio comparischino, quanti più cerchi, archi e linee diritte e torte contengono) ...[34]

Tralasciando questo quasi incredibile personaggio, che aveva inciso e stampato (o fatto incidere e stampare) la figura di un triangolo con la somma degli angoli interni eguale a 183 gradi,[35] mi pare che

[34] II, 559.

[35] Si veda *Usus et Fabrica Circini Cuiusdam Proportionis. Per quem omnia fere tum Euclidis, tum Mathematicorum omnium problemata facili negotio resolvuntur. Opera et studio Balthesaris Caprae Nobilis Mediolanensis explicata*, Patavii, Apud Petrum Paulum Tozzium, MDCVII, carta 36b (in *E.N.*, II, 484; per la sferzante ironia di Galilei, *ibid.*, 558-559).

l'importanza del *Compasso geometrico e militare* stia nel fatto che un semplificato ma assai funzionale sapere matematico si diffonda attraverso la protezione dei rappresentanti del potere e l'utilizzazione che essi ne compiono; e che nel propagare il sapere tecnico-matematico Galilei *copra* il suo comportamento con quello del grande Siracusano.

Sulla capacità di Galilei di accoppiare la meccanica alla manualità, conserviamo testimonianze non meno entusiastiche di quelle riservate alla *taumantiopoia* di Archimede, né le sue invenzioni rivestono portata meramente utilitaria. L'uso del telescopio e del microscopio ne sottolineano le possibilità teoriche, anche se credo si possa affermare che la crescita sia congiuntamente teorica e tecnica: la scoperta del telescopio fu perfezionata per gli usi della flotta e un esemplare, dalla visione binoculare che individuava quantità qualità e distanza dei navigli, venne consegnato al Granduca, il quale avrebbe voluto cederne il segreto al Re di Spagna in prò di Galilei; [36] la scoperta dei Pianeti Medicei, una volta stabilitene le efemeridi, fu offerta agli Stati Generali delle Provincie Unite d'Olanda, per determinare le longitudini in modo sicuro; lo studio sulla resistenza dei materiali occupava non secondariamente i *Discorsi intorno a due Nuove Scienze*, allo stesso modo in cui le cognizioni matematiche avevano servito al trattato sulle fortificazioni, alla gnomonica, alla prospettiva pratica. Tralasciando le macchine per sollevare l'acqua,[37] per pestare,[38] per vuotare darsene,[39] ricorderò quella menzionata nel quarto dialogo sopra i *Massimi Sistemi*, adatta a rendere visibile la composizione dei movimenti.[40] In somma, la *bilancetta*, i termometri, l'armatura delle calamite, portata ad alto grado di perfezionamento, offrivano *organi* – certo notevolmente diversi dall'aristotelico – per le investigazioni teoriche, mentre le *Operazioni del Compasso Geometrico* e *Militare*, tramite il principe d'Alsazia, l'arciduca d'Austria, il langravio d'Assia, il duca di Mantova «et altri infiniti, che lungo sarebbe il registrarli qui tutti», diffondevano nell'intera Europa le applicazioni della *scienza nuova*.

Sul versante dei fondamenti teorici della Meccanica non è meno rilevante il ruolo dell'archimedismo nel fornire i principi all'intenso

[36] XIX, 615.
[37] XIX, 126-129.
[38] VIII, 585-587.
[39] XIX, 606 e 638.
[40] VII, 456.

antiaristotelismo galileiano; fin dalla *Bilancetta* sono esplicitamente citate le *Galleggianti* e l'intero *De Motu* ne dipende: la *Prima Demonstratio*, «ea quae sunt aeque gravia ac medium neque sursum neque deorsum ferri», e la *Secunda Demonstratio*, «ea quae leviora sunt ac aqua non posse demergi tota»,[41] si richiamano alle proposizioni III, IV e V del Libro primo delle *Galleggianti* e alla proposizione I del Libro secondo. Parimenti il capitolo che nel *De Motu* segue alla *Secunda Demonstratio* – «Caput ... in quo explicatur convenientia quam naturalia mobilia cum librae ponderibus habent» [42] – deriva dalle *Petitiones* I, II e III de *L'equilibrio dei piani*. L'intera meccanica del *De Motu* si sviluppa dai suesposti postulati, cui Galilei aggiunge questi altri due: che tutti i corpi vanno naturalmente *al centro* e che un corpo più pesante non può essere sollevato da uno più leggero.[43]

Difficoltà teoriche e norme prudenziali suggerirono poi al giovane docente pisano di lasciare inedita la sua prima fatica d'insieme, ma quando – dopo il successo riscosso nella sede padovana da *Le Meccaniche* e dal *Compasso geometrico e militare* – Galilei riprende il dibattito sui problemi teorici del movimento, nel *Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono*, riparte dalla esposizione dei principi archimedei, giacché, dopo venti e più anni, i fondamenti dell'insegnamento della scuola (differenze qualitative, *gravitas* e *levitas* positive, caldo *rarefacente* e freddo *condensante*) continuavano a predominare nel mondo dotto e a riscuotere consensi anche a livelli assai elevati. Ma Galilei entra nella *querelle* protetto dal Granduca Cosimo II, al quale ha già dedicato il *Sidereus Nuncius*, e con la stima di un cardinale che successivamente diventerà papa (Maffeo Barberini). Gli elementi extrascientifici non giocano nell'occasione contro l'innovazione e gli avversari di Archimede (e Galilei) debbono misurarsi esclusivamente dottrina con dottrina. Lo stuolo degli aristotelici che intende combattere *pro aris et focis* non è esiguo, lo compongono Arturo d'Elci, Provveditore dello Studio pisano, Giorgio Coresio, professore di linga greca nel medesimo ateneo, Lodovico delle Colombe, filosofo e astronomo anticopernicano e antico avversario del nostro autore, e Vincenzio di Grazia, filosofo e teologo che in data posterio-

[41] I, 256-257.
[42] I, 257-260.
[43] I, 258.

re avrebbe scritto un *De Rerum Naturalium Principiis* (1629) dedicandolo proprio a Maffeo Barberini, già divenuto Urbano VIII.

Sostenevano costoro che il ghiaccio fosse acqua condensata, mentre Galilei, al contrario, riteneva che fosse acqua rarefatta e che risultando per questo più leggero dell'acqua vi galleggiasse; spiegazione ovvia per gli archimedei, come Galileo o Luca Valerio, ma fonte di imbarazzo e difficoltà per gli aristotelici, che vedevano scalzato uno dei capisaldi della loro fisica, e precisamene quello del freddo condensatore, con la necessità di ricorrere ad argomenti di rincalzo di dubbia tenuta. Di fatto finirono per proporre che non la minore pesantezza a parità di mole, ma la *figura larga* impedisse al ghiaccio di superare la resisenza del mezzo ad essere penetrato e dunque di affondarvi.

Troppo superiore agli avversari nella teorica e nella polemica, ormai autorevolmente protetto, Galilei accantona lo sdegno irruente (ma inedito) del *De Motu* e incomincia, condendolo di finissima ironia, quel jeu de massacre che culminerà nel *Saggiatore* e, per certi aspetti, nel *Dialogo sopra i due massimi sistemi*. Gli avversari finiranno ridicolizzati, ma intanto gli scritti della polemica – questo ne farà comprendere l'importanza – coprono oltre settecento pagine del non piccolo formato dell'Edizione Nazionale (l'intero volume IV).

Non mi compete seguire la troppo impari lotta nei dettagli, ma sarà opportuno citare almeno un passo che poi non confluì nel testo stampato:

> Qua io m'aspetto un rabuffo terribile da qualcuno de gli avversari; e già parmi di sentire intonar negli orecchi che altro è il trattar le cose fisiche fisicamente ed altro matematicamente, e che i geometri doveriano restar tra le lor girandole, e non affratellarsi con le materie filosofiche, le cui verità sono diverse dalle verità matematiche; quasi che il vero possa esser più d'uno; quasi che la geometria a i nostri tempi pregiudichi all'aquisto della vera filosofia, quasi che sia impossibile esser geometra e filosofo, sì che per necessaria conseguenza si inferisca che chi sa geometria non possa saper fisica, nè possa discorrere e trattar delle materie fisiche fisicamente ... Vegghino gli avversari se io tratto le materie con i medesimi termini che Aristotele, e se egli medesimo, dove è necessario, introduce demostrazioni geometriche; e, di grazia, cessino di esser così aspri nimici della geometria, non senza mia grandissima meraviglia, il quale credevo che non si potesse esser nimico di persona non conosciuta.[44]

[44] IV, 49-50.

Non è dunque casuale che i punti più significativi del *Discorso* che stiamo esaminando siano quelli in cui Archimede viene sollevato dalle imputazioni che gli erano state rivolte da Francesco Buonamici,[45] di non accordarsi con Aristotele, di sostenere che la terra sia più leggera dell'acqua, di contrariare – con opinione già confutata da Aristotele in Platone e Democrito – la *levitas positiva*, di non riconoscere l'importanza della figura nel rompere la resistenza del mezzo ad essere penetrato, di non riconoscere infine, per spiegare gravità e leggerezza dei corpi, il «dominio degli elementi».[46]

Le riserve del noto filosofo inducono Galilei ad affrontare la questione assai delicata del consenso *ex auctoritate*, con argomenti che troveranno conferma e diffusione nelle più conosciute pagine del *Saggiatore*, ma già qui egli osserva:

> l'essere semplicemente la dottrina d'Archimede discorde da quella d'Aristotele, non dovrebbe muovere alcuno ad averla per sospetta, non constatando ragione veruna per la quale l'autorità di questo debba essere anteposta all'autorità di quello ... perché, dove s'hanno i decreti della natura, indifferentemente esposti a gli occhi dello intelletto di ciascheduno, l'autorità di questo e di quello perde ogni autorità nel persuadere, restando la podestà assoluta alla ragione ...[47]

Delle pretese difficoltà della dottrina di Archimede Galilei si libera agevolmente, dissolvendo le obbiezioni e mostrando anzi che solo essa può spiegare convenientemente i fatti che avrebbero dovuto confutarla;[48] preferisco sorvolarvi, trattandosi in fondo di pagine *latu sensu* pedagogiche, per trattenermi sul rapporto Archimede-Platone-Democrito, che riguarda premesse generali e sottintende implicazioni di rilievo. Buonamici sembra costruire un sillogismo come il seguente:

Aristotele ha confutato i 'filosofi antichi' (magg.), Archimede procede dai 'filosofi antichi' (min.), dunque Aristotele ha confutato Archimede (concl.).

[45] Nel suo *De Motu*, libro V, cap. 29.

[46] IV, 80-81. Galilei ossserva che Buonamici procede per vie indirette, limitandosi ad esporre inconvenienti e a constatare l'incongruenza della dottrina archimedea con l'aristotelica, ma scegliendo la seconda «senza atterrare i principî e le supposizioni d'Archimede, che pure è forza sieno falsi, se falsa è la dottrina che da quelli depende», *ibid.*

[47] IV, 81.

[48] IV, 81-84.

Galilei nega la minore, giacché Archimede non si è occupato delle 'cause' della pesantezza dei corpi (*levitas* e *gravitas simpliciter sumptae*), ma solo dei loro rapporti nell'*andar giù* e nell'*andar su*; se tuttavia venisse ritenuto indispensabile per costituire i fondamenti della Meccanica, egli è pronto a dimostrare falsa anche la maggiore: Aristotele non ha confutato la gravità universale dei corpi, né dimostrato convenientemente la *levitas positiva*.

A quello che finalmente viene opposto nel quarto luogo, cioè che già sieno stati da Aristotele confutati gli antichi, i quali, negando la leggerezza positiva e assoluta e stimando veramente tutti i corpi esser gravi, dicevano, quello che si muove in su essere spinto dall'ambiente, e pertanto che anche la dottrina d'Archimede, come tale a opinione aderente, resti convinta e confutata; rispondo, primieramente, parermi che 'l Signor Buonamico imponga ad Archimede e deduca dal suo detto più di quello ch'egli ha proposto e che dalle sue proposizioni si può dedurre: avvegnachè Archimede nè neghi nè ammetta la leggerezza positiva, nè pur ne tratti, onde molto meno si debba inferire ch'egli abbia negato che ella possa esser cagione e principio del moto all'insù del fuoco e d'altri corpi leggieri.[49]

Galilei avrebbe potuto fermarsi: ne sarebbe risultato un Archimede ben gradito al Cardinale Bellarmino, volto a descrivere ordinatamente i fatti e di questo pago. In realtà il «Primario Filosofo e Matematico» del Granduca ritiene che si debba andare oltre; come sosterrà con forza da lì a poco nella difesa del sistema copernicano nella lettera a monsignor Dini, il compito del fisico non è quello di 'salvare i fenomeni', ma di ritrovare le 'cause oggettive' dei processi naturali.

Se nella Meccanica non ci si può fermare alla registrazione del movimento dei corpi *in lancibus*, la ricerca delle cause perviene ad un bivio: o si inoltra nella via delle differenze qualitative propugnate da Aristotele o si avvia al fondamento di un principio antidualistico meramente quantitativo, come per Democrito e Platone.

Qui era avvenuta, da oltre un ventennio, quella separazione tra i Gesuiti del Collegio Romano, come Valla e Vitelleschi, e Galilei, separazione a mio avviso di tale rilevanza da rendere divergenti, nell'essenziale, le loro *reportationes* dal *De Motu*. Anche i Gesuiti accettano la dottrina archimedea dei rapporti *in lancibus*, ma la inseriscono

[49] IV, 84.

nei principî della fisica aristotelica per cui *gravitatio* e *levitatio* riguardano il puro rapporto grave-mezzo, mentre *gravitas* e *levitas* permangono assolute:

Tralasciate le altrui soluzioni, rispondo che pesantezza e leggerezza possono assumersi in due modi. Nel primo modo per l'atto primo, cioè per la qualità stessa che muove verso l'alto o il basso. Nel secondo modo, per l'atto secondo, cioè per il movimento medesimo ... Quando il moto perviene alla fine, non si accresce la pesantezza e la leggerezza nella prima accezione, tuttavia aumenta la pesantezza nel secondo modo, cioè la gravitazione, la quale non è altro che l'eccesso della virtù motiva sopra la resistenza del mezzo.[50]

Nel medesimo periodo, agli inizi degli anni novanta, Galilei procede per opposta via, e già nella prima stesura del *Trattato* del *De Motu* troviamo un *Caput ... in quo contra Aristotelem concluditur, non esse ponendum simpliciter leve et simpliciter grave*.[51] Quando dunque ebbe luogo la polemica sul galleggiamento, il congiungimento di Archimede con Platone e Democrito costituiva la risultante di una scelta lungamente meditata e fruttuosamente seguita, ma solo ora enunciata per la possibilità concreta di rifondare apertamente e pubblicamente Meccanica e Fisica con principî rinnovati e più semplici degli aristotelici:

... quando Archimede dice che, prevalendo la gravità dell'acqua a quella per la quale il mobile va a basso, tal mobile vien sollevato dal fondo alla superficie, induce cagion verissima di tal accidente, nè afferma o nega che sia o non sia una virtù contraria alla gravità, detta da alcuni leggerezza, potente ella ancora a muovere alcuni corpi all'insù.

Sieno dunque indirizzate l'armi del Sig. Buonamico contra Platone e altri antichi, li quali, negando totalmente la levità e ponendo li corpi esser gravi, dicevano il movimento all'insù esser fatto non da principio intrinseco del mobile, ma solamente dallo scacciamento del mezo e resti Archimede con la sua dottrina illeso, poi che egli non dà ragione d'essere impugnato. Ma quando questa scusa addotta in difesa d'Archimede paresse ad alcuno

[50] «Omissis aliorum solutionibus, respondeo gravitatem et levitatem sumi posse dupliciter. Primum pro actu primo, scilicet pro qualitate ipsa movente sursum aut deorsum. Secundo, pro actu secundo, scilicet pro motu ipso ... In fine ergo motus non augetur gravitas aut levitas primo modo accepta ut supra dixi, augetur tamen gravitas secundo modo, hoc est gravitatio. Haec enim nihil est aliud quam excessus virtutis motivae super resistentiam medii». VITELLESCHI, *In Libros de Coelo Disputationes, Tractatio tertia De Elementis*, cc. 124*v*-125*r* non num. (in C. DOLLO, *Galilei e la Fisica del Collegio Romano* cit., pp. 184-185).

[51] I, 289-294.

scarsa per liberarlo dalle obbiezioni ed argomenti fatti da Aristotele contro a Platone e agli altri antichi, come che i medesimi militassero ancora contro ad Archimede adducente lo scacciamento dell'acqua come cagione del tornare a galla i solidi men gravi di lei, io non diffiderei di poter sostenere per verissima la sentenza di Platone e di quegli altri, li quali negano assolutamente la leggerezza, e affermano ne' corpi elementari non essere altro principio intrinseco di movimento se non verso il centro della terra, nè essere altra cagione del movimento all'insù (intendo di quello che ha sembianza di moto naturale) fuori che lo scacciamento del mezo fluido ed eccedente la gravità del mobile; e alle ragioni in contrario d'Aristotele credo che si possa pienamente soddisfare ...[52]

L'argomento era della massima importanza e Galilei lo ribadiva nella polemica con Vincenzo Di Grazia, aggiungendo che lo svolgimento delle argomentazioni archimedee rendeva inutile una legge dualistica per il movimento spaziale dei corpi:

È parimenti falso quello che aggiunge il Sig. Grazia, che Archimede tolga dagli elementi la leggerezza positiva, della quale egli non parla, come cosa che non avea a che far nulla al suo proposito. Ben è vero che chi averà intesa la dottrina d'Archimede, intenderà poi ancora le ragioni intrinseche del muoversi in su e in giù tutti i corpi, e discorrendo potrà penetrare quanto vanamente s'introduca la leggerezza positiva, se ben al Sig. Grazia par cosa tanto fermamente dimostrata da Aristotele.[53]

Il modo di pensare era tanto diversamente disposto che gli oppositori di Galilei non risparmiavano critiche alle medesime innovazioni terminologiche da lui introdotte; per vero queste rompevano la tradizione dell'aristotelismo con il ritenere *identica in specie* la pesantezza di corpi equiponderanti. Lodovico delle Colombe denunciava retoricamente che dell'aria aggiunta al rame possa cambiarne *la specie* assi-

[52] IV, 85-86. Galilei aggiunge: «... se in alcuno de' nostri corpi elementari fosse principio intrinseco e inclinazione naturale di fuggire il centro della terra e muoversi verso il concavo della Luna, tali corpi senza dubbio ascenderebbono per que' mezzi che meno contrastano alla velocità del mobile ...»; l'esperienza invece mostra il contrario, «avvegnachè ... i corpi di mano in mano men gravi più velocemente ascendon per l'acqua, che l'esalazioni ignee per l'aria ...» (*ibid.*). Della impossibilità del movimento «naturale» verso l'alto, Galilei si era occupato nella seconda stesura del *trattato* del *De Motu*, negandone la realtà per l'implicazione di un processo «in infinitum» contrario al concetto medesimo di «cosmo» (I, 352-354). Per la confutazione di *De Coelo*, I, testo 89 (A, 8, 277*b*, riguardante l'estrusione) si veda I, 365.

[53] IV, 768.

milandola a quella dell'acqua. Le gravità specifiche che i peripatetici possono riconoscere sono quelle collegate a determinazioni qualitative, mentre è estraneo alla loro mentalità che due corpi possano comporsi acquistando lo specifico di un terzo corpo e il suo comportamento. Rifiutando l'innovazione terminologica essi rifiutano il concetto che sottintendeva: la superfluità e l'espunzione delle differenziazioni specifiche *qualitative* dal campo della Meccanica. Da parte sua Galilei mette allo scoperto la sorda resistenza agli assiomi archimedei mostrandone anche l'uso surrettizio nella dottrina aristotelica del «predominio degli elementi»:

... quello che allega la gravità apporta una causa notissima al senso, perchè molto agevolmente potremo accertarci se l'ebano, per esemplo, e l'abeto son più o men gravi dell'acqua: ma s'ei sieno terrei o aerei a predominio, chi ce lo manifesterà? certo niun'altra esperienza meglio, che 'l vedere se e' galleggiano o vanno al fondo. Tal che, chi non sa che il tal solido galleggia se non quand'e' sappia ch'egli è a predominio aereo, non sa ch'e' galleggi se non quando lo vede galleggiare: perchè allora sa ch'e' galleggia, quand'e' sa ch'egli è aereo a predominio; ma non sa ch'e' sia aereo a predominio, se non quando e' lo vede galleggiare: adunque e' non sa ch'e' galleggi, se non dopo averlo veduto star a galla.[54]

Per la scienza del movimento il predominio, nei *corpi misti*, dell'acqua o della terra, del fuoco o dell'aria è del tutto superfluo, bastando a costituirla i rapporti di gravità, il modello quantitativo delle «cause immediate»; per contro, la dottrina del «predominio degli elementi» porta a difficoltà inestricabili, come risulta dal *Discorso apologetico* in cui Lodovico delle Colombe ripropone la dottrina aristotelica, portandola a tal punto di confusione da ritenere l'olio a *predominio terreo*, per farlo poi galleggiare sull'acqua. Galilei ha troppo facile gioco nel rilevare con enfasi le palesi incongruenze del malcapitato oppositore:

... resto si fieramente stordito, che io non so s'io dormo o s'io son desto, non sapendo comprendere come sia possibile che si abbia a trovar un uomo ... che rifiutando una regola semplicissima e sicura, gli anteponga non dirò una regola, ma una sregolata confusione; che stimi dubbio il camminare per una breve e diritta strada, e spedito e certo l'avvolgersi per un inesplicabil laberinto; più facile il camminar di mezza notte per una intrigata selva, che

[54] IV, 87.

per un prato di mezzo giorno. Il Sig. Colombo, dunque ... stima chiaro facile e distinto il filosofare circa il movimento de' gravi e de' leggieri in diversi mezzi per via degli elementi dominanti nelle loro mistioni, e fallace incerto e pieno di confusione il fondarsi, con Archimede e col Sig. Galileo, su la relazione della gravità del mobile e del mezzo ...[55]

E conclude spassosamente contro il Delle Colombe (il cui torto principale fu forse quello di aver cozzato contro Galilei, dato che per il resto non si discosta, al pari di tanti altri più accreditati studiosi, dal circolante scolastico):

insegnateci, Sig. Colombo, il modo, col quale voi sì speditamente conoscete i predominii di tutti i misti, o se non volete pubblicare il segreto, fate al manco un indice per alfabeto a benefizio del pubblico, onde noi possiamo veder i predominii, notando, per esempio: Argento vivo, aereo; Piombo, acqueo; Ferro, terreo, etc. Ma avvertite che bisognerà che lo facciate doppio, perchè semplice non basterà; e converrà che, oltre al predominio, notate l'effetto che faranno ne' mezzi dove si troveranno, scrivendo, v.g.: Argento vivo, aereo, che va a fondo in acqua; Abeto, aereo, che galleggia; Olio, terreo, che galleggia; Ferro, terreo, che va al fondo; Piombo, acqueo, che va al fondo, etc., perchè senza un tal vostro aiuto credo che gli altri uomini si affaticherebbono in vano a ritrovar il predominio sicuro anco d'un sol misto; perchè io vi confesso ingenuamente che mai mi sarei accorto che l'argento vivo fusse corpo aereo a predominio.[56]

Alle intrigate ed arbitrarie «deduzioni» sui *misti*, tratte dalle *proprietates activae elementorum*, Galilei sostituisce i semplici e necessitanti rapporti quantitativi del «momento» in cui peso posizione velocità si compongono, costituendo un modello che amplifica, passando dalla Statica alla Dinamica, la lezione archimedea.

Certo il tempo non è trascorso invano, nel procedere Galilei si è convinto che i *moderni* non valgono meno degli antichi, al punto che negli *Errori più manifesti commessi da Messer Giorgio Coresio ... nella sua Operetta del Galleggiare della Figura, Raccolti da D. Benedetto Castelli ...*, scrive di sua mano per la futura *Dedicatoria*:

Ha con esquisitezza tale trattata il Sig. Galileo questa materia, che io non paventerò di dire, e V.S. ben l'intende, che Archimede stesso forse nè

[55] IV, 665-666.

[56] IV, 669.

più ingegnosamente, nè con più saldi fondamenti, l'avrebbe potuta spiegare e stabilire.[57]

Con l'inoltrarsi negli anni, Galilei avverte sempre più che è cominciato un nuovo ciclo del sapere, i cui protagonisti emulano gli antichi e li superano talvolta. Valga il giudizio che esprime a Evangelista Torricelli quasi alla fine dei suoi giorni:

... sopra modo ammirai ed ammiro ... il meraviglioso concetto a V.S. sovvenuto per dimostrare con tanta facilità e leggiadria quello che Archimede con strade tanto inospite e travagliose investigò nelle Spirali; strada la quale a me parve sempre tanto astrusa e recondita, che, dove con lo studio per avventura di cento anni non mi sarei disperato del tutto di trovare l'altre conclusioni del medesimo autore, di questa sola non mi sarei promessa l'invenzione in mill'anni, nè in perpetuo.[58]

Un giudizio limitativo, ma anche un sicuro riconoscimento, e certo non a caso le *Spirali* ritornano nella corrispondenza con Bonaventura Cavalieri, Pierre Carcavy, Giovan Battista Baliani. Su questa opera, come sulle *Galleggianti*, come sugli specchi ustori, Galilei si intratteneva con i suoi corrispondenti, fossero Magiotti e Castelli o Fabio Colonna, Antonio De Ville, Vincenzo Renieri, Bonaventura Cavalieri; ed era un sapere *in progress*: alla insuperabilità degli antichi restavano ormai fedeli solo conservatori come Francesco Sizi, nella cui *Dianoia Astronomica, Optica, Physica* si legge questa convinta e un pò patetica *professio fidei*:

Mi sono dedicato con tutta l'anima alla antichità dottissima, la quale ottenne da me una autorità sì grande da farmi credere che tutto ciò che riteniamo nuovo e inaudito già non le fosse ascoso. Gli antichi possedettero scienze più perfette e comprese con più facile metodo ... Chi nella geometria sarà riconosciuto nuovo Euclide? E nelle meccaniche sorgerà mai un nuovo Archimede? ... Niente c'è di detto che non sia stato detto prima, né di fatto che non sia stato fatto prima.[59]

[57] IV, 285.

[58] XVIII, 358. La lettera è datata Arcetri, 27 settembre 1641.

[59] «... magnopere doctissimae antiquitati addictus existo, quae talem apud me auctoritatem obtinuit, ut, quidquid novi et inauditi habeamus, id eam non latuisse rear. Nam antiqui ... perfectiores scientias habuerunt, et faciliori methodo comprehensas ... Quis in geometria novus Euclides recognoscitur? In mechanicis vero an novus unquam Archimedes extiturus est? ... Nil dictum, quin dictum prius; nec factum, quin factum prius» (III, 239-240).

Ed era l'antitesi speculare del *Sidereus Nuncius*. Nessuna meraviglia che i neoterici sentissero fastidio per questo continuo e retorico elogio delle «radici» privo di slancio inventivo e progresso. Ma fino agli ultimi anni Galilei continua a ricordare il suo debito nei confronti di Archimede; lo fa con Pierre Carcavy nel 1637 e, ancora a due anni dalla morte, con Giovan Battista Baliani a proposito delle *Spirali*.

Questo trattato, di cui Galilei ricorda l'antica ed attenta lettura, è un testo che gli ha fornito indicazioni essenziali sui principi del movimento: se non esistono differenze *qualitative* tra movimenti rettilinei e circolari, non può risalirsi dal movimento dei corpi alla loro natura e crolla l'intera sovrastruttura che nel *De Coelo* Aristotele costruisce sulla loro antitesi; mondo sublunare e mondo celeste non saranno composti di materie diverse *nella sostanza*; sarà consentita l'indagine del mondo sovralunare con metodi e strumenti adottati per il sublunare; sarà possibile una cosmologia determinata dai principî della meccanica «terrestre» e soltanto da essi.

A questa generalissima premessa è dovuta l'unificazione della cosmologia e il *momento* viene trasportato dalla composizione delle gravità terrestri alla composizione di quelle cosmiche.[60]

Ma egualmente prezioso era il suggerimento delle *Spirali* per l'individuazione del movimento dei corpi in caduta libera. Scrivendo al Baliani sul trattato dello scolopio Clemente di San Carlo (Settimi), Galilei chiarisce il metodo usato nei *Discorsi*:

> Io ho trattato la medesima materia, ma alquanto più diffusamente e con aggressione diversa; imperochè io non suppongo cosa veruna se non la diffinitione del moto, del quale io voglio trattare e dimostrarne gl'accidenti, imitando in questo Archimede nelle Linee Spirali, dove egli, essendosi dichiarato di quello che egli intenda per moto fatto nella spirale, che è composto di due equabili, uno retto e l'altro circolare, passa immediatamente a dimostrare le sue passioni. Io mi dichiaro di voler esaminare quali siano i sintomi che accaggiono nel moto di un mobile il quale, partendosi dallo stato di quiete, vadasi crescendo con velocità crescente sempre nel medesimo modo, cioè che gl'acquisti di essa velocità vadano crescendo non a salti, ma equabilmente secondo il crescimento del tempo ... argomento *ex suppositione* sopra il moto, in quella maniera diffinito; sicchè quando bene le conseguenze non rispondessero alli accidenti del moto naturale de' gravi descendenti, poco a me importerebbe, siccome nulla deroga alle dimostrazioni di Archimede il non trovarsi in natura alcun mobile che si muova per linee spirali. Ma in questo sono io stato, dirò così, avventurato, poichè il moto dei gravi et i suoi accidenti rispondono puntualmente alli accidenti dimostrati da me del moto da me definito.[61]

Il filosofo – lo abbiamo veduto – tende a ritrovare cause fisiche, non a «salvare i fenomeni», dunque il procedimento *ex suppositione* (che qui, è estremamente chiaro, deriva da Archimede, non da Aristotele e dalla sua tradizione), non tende a costituire un processo coerente e autonomo necessitato dalle premesse, ma alla formulazione di leggi quantitative che regolino la comprensione dei molteplici fenomeni del movimento con l'assoluta certezza delle deduzioni geometriche; la riprova sta nella accoppiata trattazione del moto dei proietti. La scienza fisica si costituisce dunque con l'estensione del metodo archimedeo all'intera cosmologia, con una trattazione «geometrica» delle cause che intende prescindere dall'uso di *forze* attrattive o repulsive. Il metodo portava inoltre a prescindere dalla *deduzione* della fisica dalla metafisica e questo atteggiamento forse, più di esigenze prudenziali, spiega la totale assenza di riferimenti nell'opera di Galilei non solo al *sospetto* Giordano Bruno, ma anche a Niccolò Cusano. Nel *Sidereus Nuncius* Galilei si limita alla proclamazione delle celesti invenzioni, mentre Keplero, nella *Dissertatio cum Nuncio Sidereo*, trova gli antecedenti della nuova cosmologia in Pitagora, Platone, Euclide, Cusano, Bruno, Edmund Bruce, al punto che non solo l'*oti*, ma anche il *dioti* «Plato a priori desuper tot ante saeculis prodiderat».[62] Ben diverso il *platonismo* di Galilei che – espungendo soteriologia, metamatematica, metafisica – si riduce all'archimedismo, integrandone in diversi punti gli assiomi. Il solo maestro è il grande di Siracusa, e questa conclusione è ben presente alla prima generazione galileiana. Quel che per noi è oggetto di faticosa ricostruzione appare già regi-

[60] Anche l'uso del cannocchiale, contestato a vario titolo dai peripatetici, è fondato sull'identità del comportamento della *materia*, regolata dal rapporto peso-mole, dal semplice addensarsi e dissiparsi delle parti; concetto ripreso anche nel *mito platonico* dei *Massimi Sistemi* e delle *Nuove Scienze* (per la polemica degli aristotelici contro il telescopio si veda III, 218-220 per il Sizzi; III, 285 per il Delle Colombe; III, 321, 330 per il Lagalla; VI, 33, 115, 124, 405, 464 per il Grassi; VII, 364, 380 per il Simplicio dei *Due Massimi Sistemi*, buon epilogatore di quanti, considerando le *apparenze celesti* illusioni dei cristalli, «in questa maniera con poca fatica si libereranno dall'obbligo di pensar più oltre»).

[61] XVIII, 11-12.

[62] III, 120, ed era la costituzione del cosmo necessitata dalle proporzioni dei solidi regolari.

strato nella vita di Galilei scritta da Niccolò Gherardini intorno al 1654, in un periodo in cui la memoria del maestro era ancora viva e certa:

È cosa impossibile a raccontare quanto incremento ricevesse dal studio di questo grand'huomo; certo è che con la scorta di lui stabilì saldissimi fondamenti e non dubitò poscia di sollevarsi in alto, con impennar l'ali alla speculazione, investigando non solamente le cose più nascoste operate dalla natura in questo mondo inferiore e sublunare, ma di sapere ancora tutto quello che si trova di maraviglioso nel superiore e celeste: potersi, diceva egli, passeggiar sicuro e senza inciampo si per la terra come per il cielo, mentre che non si fossero smarrite le pedate d'Archimede: e stimava ciò esser permesso a chiunque l'intendea, ma che in questo consisteva ogni difficultà.[63]

Credo che Galilei si riferisse, più che alla comprensione passiva del testo, alla assimilazione innovativa, all'approfondimento dei presupposti, al successivo «discorrere», come gli abbiam visto proclamare nella polemica con il Di Grazia. Tra questi suggerimenti, mi pare si possa inserire il presupposto platonico, e democriteo, della scomposizione degli enti geometrici nelle componenti ultime. Archimede passa nel più superbo silenzio, nè l'omissione poteva passare inosservata, le critiche aristoteliche del quarto della *Fisica* e del terzo del *De Coelo* alla composizione dei volumi con superficie e delle superficie con linee, dei corpi pesanti con imponderabili. La transizione dalle *parti quante* alle *non quante*, tipica delle *Nuove Scienze*, credo sia stata influenzata anche da queste prospettive.

Non meno importante il suggerimento della unificazione della *corporeitas*, quale che ne fosse la collocazione cosmica, derivata dalla accennata «geometrizzazione» dello spazio fisico: una la materia, una la *ratio* del movimento. I corpi su cui si investiga non sono i corpi dell'esperienza sensoriale, sono corpi disposti nell'uniformità dello spazio geometrico e partecipi della sua omogeneità, che solo asintoticamente possono avvicinarsi ai primi. Questa *uniformità tridimensionale* non porterà alla eliminazione dello spazio vuoto e degli addensamenti o rarefazioni maggiori o minori delle componenti primordiali (*minimi* o parti *non quante*), ma queste, regolate anch'esse dal principio di Eudosso-Archimede, vengono svincolate dalla mistica eleatica dell'U-

[63] XIX, 637-638.

no e della metamatematica «genealogica» e si inscrivono nella proporzionalità di rapporti spaziali definiti e necessari. Ove questo non è possibile l'*inventio* viene accuratamente distinta dalla *demonstratio*.

Voglio concludere con l'accenno ad una componente che non è di dottrina, ma che ne rappresenta il *verso* e il fondamento. Archimede e Galilei sono paradigmaticamente – e abbiamo elementi per sostenerlo – *uomini del potere*, intendo di *un* potere storicamente determinato, parziale, controbilanciato, ma al cui interno le innovazioni conseguite arricchiscono tutelano e potenziano i comportamenti sociali; per questo in entrambi gli *exempla* la profondissima esigenza del vero si rovescia in risultati paradossali e negativi vuoi biologicamente vuoi socialmente: nel primo, come narrano le istorie, con la brutale soppressione dell'esistenza, nel secondo, come le medesime confermano, con la solitudine e la mortificazione di essere *per editto prohibito*. Nella logica della ricerca – che costituisce ai loro occhi il primo e indefettibile valore – si manifesta una *eccedenza* di significato, con cui l'intero *corpo sociale* non può eludere di misurarsi. Marcello e i Romani suoi contemporanei, se crediamo a Plutarco, erano già pronti a *metabolizzare* Archimede; più tempo occorse ai Romani del XVII secolo, e del successsivo, per Galilei; ma nella storia dell'umanità, come in quella delle matematiche, i conti finiscono, presto o tardi, per tornare. Se non è vero, valga come augurio.

William R. Shea

ARCHIMEDES AND DESCARTES: A SYRACUSAN VICTORY

Every Syracusan knows that Archimedes arrangerd mirrors to burn the Roman fleet that was attacking his native city during the long siege that the Roman General Marcellus conducted between 214 and 212 B.C. Everyone else, inside as well as outside Sicily, knows the story but usually greets it with scepticism. Scholars point out that burning mirrors are not mentioned by Polybius, Livy, or Plutarch who praise Archimeds' feats of engineering in hurling missiles at the ships or lifting them out of the water with ingenious systems of grappling hooks, levers and pulleys.[1] Allusions to Archimedes exploits in pyrotechnics do not begin to appear before the second century A.D. Lucian remarks in passing that Archimedes «set ablaze the triremes of the enemy through art (*technê*)», and Galen is the first to suggest that he used *pyria* or burning-glasses. Galen's mirrors are retained and

* The author wishes to thank McGill University, the Wissenschaftskolleg in Berlin and the Social Sciences and Humanities Research Council of Canada for supporting his research. The scholarly advice of Prof. Paolo Galluzzi of Florence is gratefully acknowledged.

[1] For a review of ancient sources see E. J. Dijksterhuis, *Archimedes*, reprint with a bibliographical essay by Wilbur R. Knorr, Princeton University Press, 1987, pp. 28-29; I. Scheider, *Die Entstehung der Legende um die kriegstechnische Anwendung von Brennspiegenln Bei Archimedes*, «Technikgeschichte» 36, 1969, pp. 1-11. Several recent articles and notices from journals are reprinted in E. S. Stamatis, *The Burning Mirrors of Archimedes* [in Greek], Athens, 1982. On the geometry and history of burning mirrors, see D.L. Simms, *Archimedes and yhe Burning Mirrors of Syracuse*, «Technology and Culture», 18, 1971, pp. 1-24. and Wilbur R. Knorr, *The Geometry of Burning Mirrors in Antiquity*, «Isis», 74, 1983, pp. 53-73, and *Archimedes and the Pseudo-Euclidean «Catoptrics» in the Ancient Geometric Theory of Mirrors*, «Archives Internationales d'Histoire des Sciences», 35, 1985, pp. 28-105. For the history of attempts at repeating Archimedes' feat, see W. E. Knowles Middleton, *Archimedes, Kircher, Buffon and the Burning-Mirrors*, «Isis», 52, 1961, pp. 533-543; J. Baltrusaitis, *Le miroir: essai sur une légende scientifique*, Paris, Elmayan & le Seuil, 1978, and P. Thuillier, *Une énigme: Archimède et les miroirs ardents*, «La recherche», 10 1979, pp. 444-453.

given prominence in the later and derivative accounts of the twelfth-century writers Zonaras and Tzetses, but the most interesting attempt to describe an arrangement of mirrors answering to Archimedes purposes is found in Anthemius of Tralles, the 6th century architect of Hagia Sophia in Costantinople, whose account we shall examine below.

The silence of early historians cannot be taken as decisive evidence that Archimedes did not use mirrors or used them to no avail. Charles Lyell gives an interesting illustration of how important events can easily be omitted from historical records. Speaking of the eruption of the Vesuvius in 79 A.D., he writes:

> The younger Pliny, although giving a substantial detail of so many physical facts, and describing the eruption and earthquake and shower of ashes which fell at Stabiæ, makes no allusion to the sudden overwhelming of two large and populous cities, Herculaneum and Pompeii.In explanation of this omission, it has been suggested that his chief object was simply to give TACITUS a full account of the particulars of his uncle's death. It is worthy of remark, however, that had the buried cities never been discovered, the accounts transmitted to us of their tragical end might well have been discredited by the majority, so vague and general are the narratives, or so long subsequent to the event. TACITUS, the friend and contemporary of PLINY, when adverting in general terms to the convulsions, says merely cities were consumed or buried ... SUETONIUS, although he alludes to the eruption incidentally, is silent as to the cities. They are mentioned by MARTIAL in an epigram as buried in cinders; but the first historian who alludes to them by name is DION CASSIUS, who flourished about a century and a half after PLINY.[2]

The silence of one author respecting an event is never sufficient to invalidate a plain and consistent statement of that event by another. But was the event possible? How could Archimedes have used mirrors to burn the Roman ships? Two methods have been suggested. He could have employed: (a) a single spherical or parabolic mirror, or (b) an arrangement of plane mirrors. The first alternative is the only one that occurred to Descartes when he was asked by Mersenne how Archimedes could have set ships on fire at a distance of one league, or roughly five kilometres. Descartes denied that this was possible, and explained that the rays of the sun were not all parallel and hence could not be focused on a sufficiently narrow spot to generate enough heat to cause a fire.[3] He made this more explicit in his *Optics*, published in 1637 along with the celebrated *Discourse on Method*:

> if we have two lenses or magnifying glasses, one of which is much larger than the other (in whatever way they can be, provided that their shapes are entirely the same), the greater must gather the rays of the sun in a greater space and farther away from itself than does the smaller; but these rays cannot have more force in each part of this space than in that where the smaller gathers them. So that *we can make very small lenses or mirrors which will burn with as much violence as the largest ones.* And if the diameter of a magnifying glass is no greater than about a hundredth part of the distance between it and the place where it must reassemble the rays of the sun – that is, [the diameter] has the same proportion to this distance as the diameter of the sun has to that which is between it and us – be it polished by an angel, it cannot make the rays that it converges burn more in the spot where they are converged than those which come directly from the sun; which also must be understood in relation to burning glasses. From this you can see that those who are only half informed in Optics allow themselves to be persuaded of many things which are impossible, and that those mirrors with which, it is said, Archimedes burned far-off ships must have been extremely large – or rather, *they are fabulous.*[4]

Descartes' authoritative pronouncement relegated the story of Archimedes' burning-mirrors to the realm of legends, at least for the vast majority of his readers and, it would seem, for all French scientists until the eighteenth century. A less hasty dismissal of the claim put forward for Archimedes, and a more careful reading of ancient sources would have led to an examination of the second method ascribed to Archimedes, namely an arrangement of plane mirrors. In the sixth century A.D., Anthemius had already argued in his *On Paradoxical Mechanisms* that a single large mirror for burning at great dis-

[2] CHARLES LYELL, *Principles of Geology*, 11th edition, 2 vols., London, John Murray, 1872, vol. I, p. 605.

[3] Letter of Descartes to Mersenne, January 1630, in *Oeuvre de Descartes*, edited by C. Adam and Tannery, 11 vols. Paris, Léopold Verf, 1897-1913. Reprint with additions Paris, Vrin, 1964-1978, vol. I, pp. 109-110.

[4] DESCARTES, *Dioptrique*, Discourse VIII, *Oeuvres*, vol. VI, pp. 193-194, emphasis added. Even after the publication of the *Optics* [*Dioptrique*], Mersenne kept reverting to the feasibility of burning objects at a distance. Descartes sedulously repeated his explanation (letters to Mersenne of 11 October 1638, 15 November 1638, 9 January 1639 and 15 March 1647, A.T., vol. II, pp. 383, 446,488-489, vol. IV, p. 623).

tances was impracticable. He reasoned, nevertheless, that «since one ought not to diminish the reputation of Archimedes, about whom all concur in reporting that he burned the ships of the enemy by the sun's rays, it must be reasonable that this problem also is possible.[5] Anthemius suggested that several hexagonal mirrors could be mounted on hinges *at the sides of a larger hexagonal mirror* so as to reflect rays to a point. Four or five such large composite mirrors would be enough, he believed, to ignite an object at distance of a bow-shot. He grounded his proposal on the fact that «those who tell of the mirrors constructed by the divine Archimedes» mention not one but several mirrors. As William Knorr points out, the details that Anthemius gives, such that at least 24 hexagonal mirrors are required, indicate that he probably had built a working model, and was speaking from experience.[6] Anthemius seems to have received little attention, and when Archimedes' burning mirrors were mentioned, virtually everyone thought of parabolic mirrors. Giambattista della Porta subscribes to this view in his influential *Magia Naturalis* published at the end of the sixteenth century, but he notes that Archimedes was working at close range:

> And if it be true, that *Archimedes* by a Parabolical Glass did burn ships from the wall, the distance could not be above ten paces, as appears by the words of the Authors themselves; for in the same place he raised ships, and threw against the Rocks; and his engines were iron bars, the greatest part whereof lay backward; and by reason of these iron crows, it is manifest it could be done no other ways.[7]

One man who was willing to explore hypotheses that almost everyone else discarded as unprofitable was the Jesuit Athanasius Kircher. Like Descartes, who was his senior by six years, Kircher took the world for his province, but a world that comprised not only mechanics but astrology and hermeticism as well. He was deeply conviced

[5] *Anthemius of Tralles, «On Paradoxical Mechanisms»*, quoted in WILLBUR KNORR, *The Geometry of Burning-Mirrors in Antiquity*, «Isis», 74, 1983, p. 54. On Anthemius, see G. L. HUXLEY, *Anthemius of Tralles: A Study of Later Greek Geometry*, Cambridge, Harward University Press, 1959.

[6] WILBUR KNORR, *The Geometry of Burning-Mirrors in Antiquity*, «Isis», 74, 1983, p. 54.

[7] GIAMBATTISTA DELLA PORTA, *Natural Magick*, anonymous translation, bk 17, ch. 15, London, 1658. Facsimile New York, Basic Books, 1957, p. 372.

of the wisdom of the Ancients, and his scepticism was directed at Descartes' interpretation of Archimedes' feat rather than at the story itself. In his *Ars magna lucis it umbrae*, nearly a thousand pages on virtually everything that could be said about light and shadow, Kircher informs us that he made experiments with plane mirrors to test their efficacy. He reflected the rays of the sun from one, two, three, four, and finally five plane mirrors on the same surface at a distance of more than 100 feet. The heat from one mirror was already a little warmer than direct sunlight; from, two, considerably warmer; from three as warm as the heat from a fire; from four just bearable; and from five, it could scarcely be tolerated at all. Kircher concluded that a large number of plane mirrors would give better results than parabolic, hyperbolic or elliptical burning mirrors.[8] But the plane mirrors were only efficient at close range! Kircher replied that this obiection had little force since ancient writers, even when they were silent about morrors, invariably mentioned that the ships came right up to the ramparts.[9] Kircher went himself to Syracuse to look at the coast and he was able to confirm that the galleys of Marcellus could have been as little as 30 paces away, well within the range of Archimedes' fire.[10]

Descartes had the reputation of being as sound as Kircher was fanciful, and his off-hand dismissal of burning-mirrors held sway until the eighteenth century when it was unexpectedly challenged by a fellow Frenchman. This was George Louis Leclerc de Buffon, the Director of the Jardin du Roi in Paris. An immensely energetic and practical man, Buffon believed in finding things out for himself, and he was challenged rather than awed by Descartes' indictment of Archimedes. He resolved to put things to the test. In the opening para-

[8] ATHANASIUS KIRCHER, *Ars magna lucis et umbrae*, Rome, 1646, p. 888, quoted in W. E. KNOWLES MIDDLETON, *Archimedes, Kircher, Buffon, and the Burning-Mirrors*, «Isis», 32, 1961, p. 535, n. 16.

[9] For instance, Livy writes that the defenders «dropped from a crane projecting over the ramparts an iron grappling-hook fastened to a strong chain, which being swiftly lowered to the ground by a ponderous leaden weight, raised the prow high in air, and set the vessel on its stern. The hook was then suddenly let go, and the vessel, to the great consternation of the sailors, was dashed, as if it had fallen from the walls, with such violence on the waves, that even if it fell straight, it took in a quantity of water» (*History of Rome*, book 24, ch. 34).

[10] ATHANASIUS KIRCHER, *Ars magna lucis et umbrae*, p. 876, quoted in W. E. KNOWLES MIDDLETON, *Archimedes, Kircher, Buffon, and the Burning-Mirrors*, «Isis», 32, 1961, p. 536, n. 17.

graph of the paper he presented to the Académie des Sciences in Paris on 12 April 1747, he explicitly takes Descartes' dogmatism to task:

> Descartes, né pour juger, et même pour surpasser Archimède, a prononcé contre lui d'un ton de maître; il a nié la possibilité de l'invention, et son opinion a prévalu sur les témoignages et sur croyanes de toute l'antiquité.[11]

In order to appeal from the judgment of Descartes, Buffon stressed that pure reason was not enough and that experiment alone could settle the question. Buffon was already acquinted with optics and he knew that the focal point of parabolic mirrors was one fourth their diameter of curvature. This meant that to focus rays of sunlight at a distance of 200 feet, he would have to construct a segment of a sphere 800 feet in diameter. Buffon realized that it was technically impossible to build such a large mirror with so slight a curvature. He then resolved to experiment with different materials to see which ones made better reflectors, and he discovered that glass coated with tin amalgam was superior to polished metal. Next he carried out a series of experiments to determine how much light was lost by reflection from a mirror. He found that about half the light of the sun was lost, but that the absorption in several hundred feet of air was negligible. Buffon clearly understood the implications of the finite angular size of the sun:

> Pour bien entendre ce que je vais dire, il ne faut pas, comme on le fait ordinairement, considérer les rayons du Soleil comme parallèles; et il faut se souvenir que le corps du Soleil occupe à nos yeux une étendue d'environ 32 minutes.[12]

The rays from the upper lip of the sun and those from the lower lip make an angle of 32 minutes when they strike the same point on a surface. This would seem to imply that the image will grow larger and larger as the focal point recedes. Buffon found that the image

[11] Buffon's paper appeared in the *Mémoires de l'Académie des Sciences pour l'année 1747*, Paris, 1752, pp. 82-101, and was reprinted in BUFFON's *Histoire Naturelle*, Supplément, tome 2, Paris, Imprimerie Royale, 1784, pp. 141-180, where it is followed by an unpublished paper criticizing Descartes that was read before the Académie des Sciences in 1747, (pp. 180-262), and a third paper on various types of burning mirrors (pp. 262-293). The passage quoted is on p. 142.

[12] BUFFON, *Histoire Naturelle*, Supplément, tome 2, p. 147.

projected by a square plane mirror of six inches by six inches grew until it was the same size as the mirror at a distance of a few feet, but that beyond that point it lost its shape and became rounder and rounder until it was almost a perfect circle. He also discovered that the result was the same whatever the shape of the mirror.

Upon examining the round image, Buffon concluded that it was composed of overlapping images of the sun's disc. The transition from a square to a round image occurred when the plane mirror was subtended by an angle equal to the visible diameter of the sun, namely 32 minutes. In the case of the mirror that was six-inches square, this happened at a distance of about 60 feet. The important consequence that Buffon drew from this research was that, at great distances, a small and a large mirror will give images of almost the same size. Buffon seems to have been the first to grasp that the fact that the image is always round regardless of the shape of the mirror explains why rays of sunlight passing through the leaves of a tree always cast circular or oval patches on the ground.

The advantage of curved mirrors was therefore very limited since the width of the focal point can never be less than the chord of an arc at the focus which subtends 32 minutes at the mirror. «Lorsque j'eus bien compris ce que je viens d'exposer», writes Buffon,

> je me persuadai bientôt à n'en pouvoir douter, qu'Archimède n'avait pu brûler qu'avec des miroirs plans; car indépendamment de l'impossibilité où l'on était alors, et où l'on serait encore aujourd'hui d'exécuter des miroirs concaves d'un aussi long foyer, je sentis bien que les réflexions, que je viens de faire, ne pouvaient pas avoir échappé à ce grand Mathématicien.[13]

The problem was now to determine the size of the plane mirror required. Basing himself on his experiments with a square mirror of six inches, Buffon estimated that at a distance of 240 feet the focal point would have to be at least 2 feet across. The Académie des Sciences had a 36-inch paraboloid mirror that melted gold. Its focal spot was 1/3 of an inch, or 1/108 its diameter.By analogy, Buffon inferred that his arrangement of plane mirrors would have to be 216 feet in diameter to produce the same heat. But such a large mirror was clearly impossible! Buffon then sought to reduce the intensity of the light

[13] *Ibid.*, pp. 151-152.

to make it just enough to burn wood. He achieved this by appplying circular pieces of paper to the mirror until he had decreased its diameter to 4 1/2 inches and the width of the focal point to 1/3 inch. This meant that the size of the diameter of the corresponding plane mirror with a focal spot 2 feet across could be reduced from 216 to 30 feet, a considerable improvement but still beyond the technical possibility of Buffon, let alone Archimedes!

But Buffon did not give up so easily, and he began pondering the relative efficacy of large and small mirrors. Conventional wisdom recognised that the intensity of the focal spot for mirrors of the same radius of curvature was proportional to the surface of the mirrors. and given the same intensity of light, it was assumed that a small focal point could burn as much as a larger one. This is what had prompted Descartes to write, in the passage from the *Optics* quoted above, that «very small lenses or mirrors will burn with as much violence as the largest ones.»[14] Buffon did not query the geometrical reasoning but its relevance to physics:

> Je pensai d'abord, comme je l'ai dit ci-dessus, que cette conclusion tirée de la théorie mathématique, pourait bien se trouver fausse dans la pratique, parce que la chaleur étant une qualité physique, de l'action et de la propagation de laquelle nous ne connaissons pas bien les lois, il ne semblait qu il y avail quelque espèce de témérité à en estimer ainsi les effets par un raisonnement de simple spéculation.[15]

Buffon resorted to experiment. He tried different metal mirrors and found that Descartes had been wrong. Given the same intensity of light, the mirrors with larger focal spots were considerably more effective than those with smaller ones! A 32-inch refracting mirror with a focal spot 8 inches in diameter melted copper in less than a minute. If pure geometry held sway, a proportionally smaller mirror of 2 2/3 inches with a focal diameter of 2/3 inch should produce the same results at a distance of six inche. «Ayant fait l'expérience», says Buffon, «j'ai trouvé, comme je m'y atendais bien, que loin de fondre le cuivre, ce petit verre ardent pouvait à peine donner un peu de chaleur à cette matière».[16] Buffon explained this fact by conduction and the dispersion of heat when the focal spot is very small.

[14] Descartes, *Optics, Oeuvres*, vol. IV, p. 193.

[15] Buffon, *Histoire Naturelle*, Supplément, tome 2, p. 156.

[16] *Ibid.*, p. 157.

Having thus refuted Descartes, Buffon was emboldened to reconstruct Archimedes' device. He would have liked to build four large iron frames to carry circular or hexagonal mirrors a foot square, but he was deterred by the cost. He settled for a wooden frame with 168 common mirrors, each six inches wide and eight inches high. The total area of the mirrors came to 56 square feet. In order to get 168 pieces of glass that were good enough, Buffon has to examine more than 500. His criterion of selection was the ability to form a round image at a distance of 150 feet, something that glass of uniform thickness produced. The mirrors, provided with adjusting screws, were mounted with about a third of an inch between them (see figure 1).

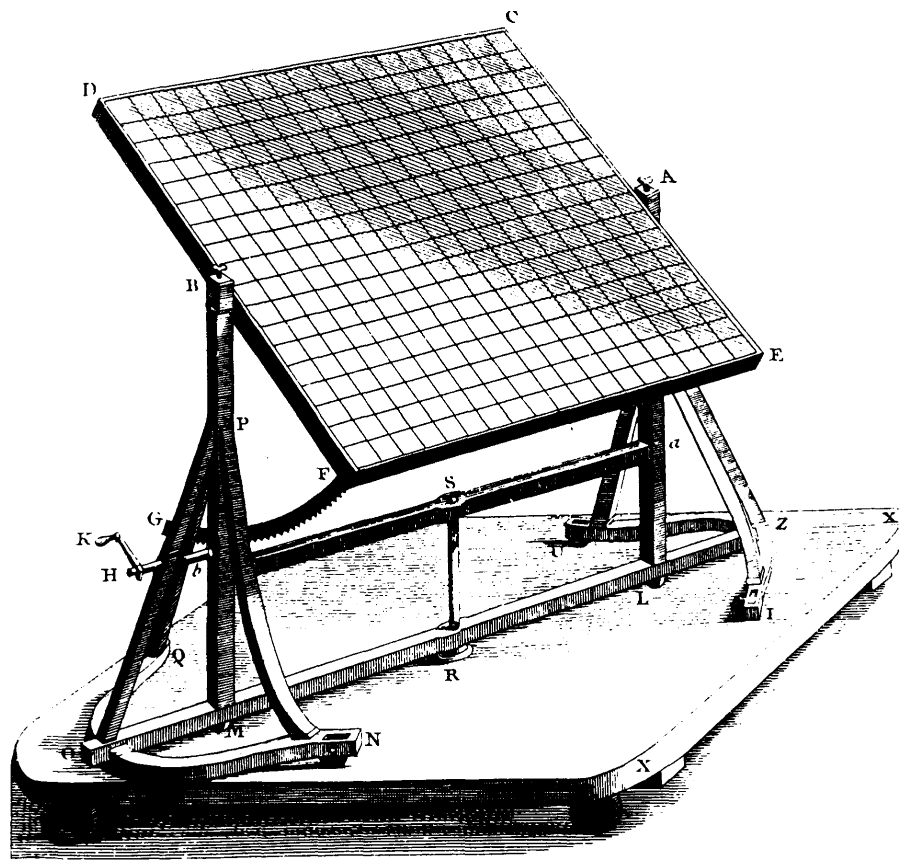


Fig. 1

This space was necessary to move the mirrors, but also to enable the operator to see where he was directing the light.

Buffon put his device to the test before all the mirrors had been properly mounted. On 23 March 1747, he succeeded around noon in setting fire to a plank of tarred beech at a distance of 66 feet with 40 mirrors. On the same day, he successfully ignited another tarred board at a distance of 126 feet, this time with 98 mirrors. For the next few days, Buffon was plagued with bad weather. On 10 April, the sun finally returned, and Buffon was able to ignite, almost instantly, a tarred plank of fir at 150 feet with 128 mirrors. On the next day, 11 April, Buffon presented his memoir to the Académie and impressed spectators in the Jardin du Roi by igniting kindling material at 20 feet with only 12 mirrors, and melting a heavy flash of tin with 45 mirrors. By midsummer, Buffon was igniting wood at 210 feet, which would seem to be the maximum distance at which he actually carried his Archimedean fire.[17] But this was enough to fully vindicate the great Syracusan:

> Je dois rendre à Archimède & aux Anciens, la gloire qui leur est dûe. Il est certain qu'Archimède a pu faire avec des miroirs de mètal ce que je fais avec des miroirs de verre; il est sûr qu'il avoit plus de lumières qu'il n'en faut pour imaginer la théorie qui m'a guidé & la mécanique que j'ai fait exécuter, & que par conséquent on ne peut lui refuser le titre de premier inventeur de ces miroirs.[18]

It is interesting to note that the rehabilitation of Archimedes and the implied criticism of Descartes did not go entirely unchallenged. One of France's most distinguished scientists, Pierre Bouguer, claimed that experiment showed that light much of its intensity on passing through glass and that Buffon's results were implausible. Buffon had

[17] *Ibid.*, p. 167. In a letter to Martin Folkes in London, Buffon declared on 6 April 1750: «I think I have carried the theory and practice of burning mirrors, to a good degree of perfection, I have newly had that of Archimedes, of which I had only exhibited a model about 3 years since, now executed in Iron and Copper. It is a square of only six feet and consists of 360 small looking-glasses, it burns from ten to above 200 feet distance, and at 30 feet gices a heat above three times as great as what is necessary to melt iron». (Abstract an English translation kept at the Royal Society, quoted in LESLEY HANKS, *Buffon avant l'«Histoire Naturelle»*, Paris, Presses Universitaires de France, 1966, pp. 264-265). The additional mirrors do not seem to have been useful, perhaps because the frame was too heavy to be moved with ease.

[18] BUFFON, *Historie Naturelle*, Supplément, tome 2, pp. 174-175.

the easy, if not entirely pleasant task, of rebuking Bouguer who had got his results wrong by generalizing from a single experiment conducted with glass of poor quality.[19]

For Archimedes' vindication to be complete, we would have to be assured that his combination of mirrors was not only possible but pratical, i.e. could have been used against the Roman fleet. Buffon tells us that his assistants needed half an hour to readjust the mirrors to a different focus. Since Archimedes operators would have been aiming at moving targets, the superposition of the reflected light would be imperfect, each operator being liable to mistake the deviation of the image reflected by some other glass for that of which he had charge. In an appendix to his translation of the works of Archimedes, Francois Peyrard proposed that these defects could be remedied by attaching a telescope to each reflector, and by training fewer but more accurate and speedy hands to adjust them.[20] It does not seem that Peyrard's suggested improvements were put to the test, but the first surely could not have been entertained by Archimedes since the telescope was only invented in the sixteenth century.

A much more interesting suggestion was put forward in 1869 by John Scott in the light of the reconstruction proposed by Anthemius of Tralles quoted above.[21] In this arrangement the mirror was hexagonal and consisted of a combination of reflectors where, at proper distances from the large mirror, other smaller mirrors of the same kind were attached. Scott showed how larger and smaller specula, all of the same kind, can be so connected as to form a single compound reflector capable of concentrating on a single spot all the reflected rays, and of darting them instantaneously in any direction where they will produce the effects ascribed to the mirror of Archimedes. In the light of his extensive calculations, Scott concluded «that at a distance not exceeding 150 feet, between 16 and 20 plane mirrors, each $2\frac{1}{2}$ by $1\frac{1}{2}$ feet, may be substituted for the numerous combinations of

[19] *Ibid.*, pp. 242-243. This second memoir was only published in 1774 after Bouguer's death.

[20] *Oeuvres d'Archimède traduites littéralement, avec un Commentaire* par F. Peyrard ... *suivies d'un mémoire du Traducteur, sur un nouveau Miroir Ardent*, Paris, 1807.

[21] JOHN SCOTT, *On the Burning Mirrors of Archimedes, with some Propositions relating to the concentration of Light produced by Reflectors of different Froms*, «*Translations of the Royal Society of Edinburgh*», XXV, 1896, pp. 123-149.

Buffon, the adjustment of which required so much time and trouble.[22] To the best of my knowledge, Scott's proposal had not been submitted to a rigorous test, but it is clear that Archimedes could have done what ancient authors claimed he achieved. Historians of science who attempt to deny this are, like the Romans, «fighting with the gods».[23]

[22] *Ibid.*, p. 148.

[23] Plutarch, *Marcellus* in *The Lives of the Noble Grecians and Romans*, translated by John Dryden and revised by Arthur Hugh Clough, London, 1864. Reprint New York, Modern Library, 1960, p. 378.

UGO BALDINI

ARCHIMEDE NEL SEICENTO ITALIANO

Ogni esame delle scienze matematiche in Italia nella seconda metà del Cinquecento porta a concludere che una conoscenza crescente e più precisa delle opere di Archimede fu un fattore decisivo di sviluppo. Questo fatto fu evidente già ai contemporanei,[1] ed enunciarlo oggi può apparire inutile; una ricostruzione delle sue modalità e implicazioni è invece indispensabile per qualsiasi studio critico del periodo. Tuttavia, per la stessa ampiezza del fenomeno, la ricostruzione risulta difficile; ne è prova il semplice fatto che la storiografia delle matematiche in Italia, in quasi tre secoli di indagini, ha accumulato molti materiali utilizzabili, senza però produrla. La difficoltà è anche operativa, per numero e dispersione dei dati da rinvenire, interpretate e collegare. Ma è prima concettuale: una ricostruzione solida suppone una percezione chiara della diversità dei modi e misure in cui parti o aspetti dell'opera archimedea poterono incidere sul pensie-

[1] A parte le dichiarazioni esplicite, hanno anche questo significato gli epiteti ammirativi con i quali il Cinquecento matematico designò Archimede (li si trova in MAUROLICO, CARDANO, TARTAGLIA, COMMANDINO, BALDI, CLAVIO, CATALDI, VALERIO, GALILEI). La tipologia di questi epiteti (*princeps mathematicorum*, «lume massimo dell'antichità», etc.) è tanto nota che una esemplificazione può venire omessa. In queste note ogni rinvio ad opere avviene mediante l'indicazione dell'autore e dell'anno di pubblicazione; con questi indici esse si trovano elencate nella bibliografia posta al termine.

ro matematico o fisico e sui programmi di ricerca. Questo richiede una consapevolezza delle condizioni concettuali, ma anche sociali e istituzionali, che regolarono nel periodo l'esercizio della ricerca, la didattica e la diffusione dei testi e delle idee.

Quanto segue resta lontanissimo dal costituire una discussione esauriente dell'argomento; è, al più, una sintesi parziale di dati noti, disposti in un panorama storico che è – esso stesso – da confermare e ampliare.

I. Fasi della conoscenzza e dell'uso dell'opera archimedea nel secolo XVI ed all'inizio del XVII.

I.1. *Divinazione, ricostruzione logica, filologica nella cultura matematica italiana del Cinquecento.*

Nella tendenza generale alla riscoperta dei classici della matematica greca, crescente dal tardo Medio Evo al Rinascimento, convissero due diverse metodiche, le cui conseguenze possono venire utilmente distinte. Una di queste metodiche si può denominare «filologica».

Nell'Italia del Cinquecento essa ebbe la sua manifestazione più chiara e sistematica nel lavoro di Federico Commandino; il suo intento sostanziale fu quello di stabilire i testi originari dei classici, e con essi significati dei concetti e dottrine che contengono. Tale metodica non era principalmente e intenzionalmente «progressiva», anche perché fu spesso associata alla persuasione che i metodi dei classici costituissero un paradigma definitivo, ed i loro risultati un culmine non sorpassabile. Tuttavia, al di là delle intenzioni, lo stabilimento di testi attendibili faceva inevitabilmente emergere loro limiti o difetti. In un caso eminente, quello del testo degli *Elementi*, questa metodica costituì certi presupposti per impostare in modo definito la questione dell'adeguatezza della assiomatica euclidea (in particolare, di quella del libro I) alla derivazione dei risultati presentati nel seguito. Più in generale, consentì di stabilire con sicurezza la novità di risultati moderni che prima si poteva ritenere già ottenuti dagli antichi; così contribuì a smentire in qualche misura il presupposto che spesso la ispirava: quello che la strada maestra (o addirittura esclusiva) dello sviluppo della matematica fosse una strada storica. La seconda metodica si può denominare «ricostruttiva». Essa nasceva dal fatto che un

numero elevato delle opere rilevanti era stato trasmesso in testi corrotti, parziali, fusi all'interno di rielaborazioni tarde; in altri casi il testo era perduto del tutto o in gran parte, ed il suo contenuto era noto attraverso titoli, citazioni frammentarie o testimonianze di varia precisione. Nella somma di questi casi il ripristino di un testo con metodiche filologiche non era realizzabile, e questo fece emergere una procedura di ricostruzione tramite criteri logici (ciò che fu detto divinazione). Contenuti e ordinamento del testo erano costruiti con un lavoro matematico autonomo innestato sui pochi riferimenti disponibili; il risultato era poi presentato come sostanzialmente identificabile con il testo originale. La fiducia in una procedura così ovviamente problematica ha una spiegazione (se non giustificazione) storica: l'idea che una ricostruzione siffatta producesse un testo non sostanzialmente diverso da quello originario fu conseguenza, in qualche senso spontanea, dell'assumere i classici come paradigmi della razionalità scientifica. Il classico «non poteva» non aver contenuto certi risultati, sostanzialmente disposti nell'ordine stesso in cui li aveva collegati il ricostruttore o «divinatore». Può essere utile osservare che, in linea di principio, questa metodica non era in sé più «progressiva» della precedente (se l'attributo designa un atteggiamento meno pregiudiziale circa il valore paradigmatico dei classici). Risultava però tale di fatto, perché incoraggiava la ricerca autonoma e sfociava nell'incremento dei contenuti e, in misura variabile, nel mutamento e affinamento dei metodi. Volendo caratterizzare con un nome eminente anche quella seconda tendenza, il riferimento più proprio appare quello a Maurolico, le cui edizioni di classici (e specificamente quella di Archimede) possono ben difficilmente essere dette tali in senso moderno.

Naturalmente, in concreto la distinzione non si presentò nei termini dicotomici in cui è stata qui richiamata: quasi ogni «filologo» fu anche «divinatore» o ricercatore matematico in proprio, e in molti «divinatori» ci fu interesse per il recupero di testi e la precisazione storica di dottrine, o anche di dati di ambiente e biografici. Tuttavia è lecito dire che alle due metodiche corrispondono due gruppi di autori abbastanza ben riconoscibili, e che il loro contributo fu sufficientemente differenziato da consentire una valutazione distinta della loro influenza.[2] Essendo generale, la situazione descritta ebbe rilievo per

[2] Sui due filoni: Clagett M. 1964-84, III, 3, p. 748; Napolitani P. D. 1988; e, soprattutto, Rose P. L. 1976, *passim*.

la ricezione di ognuno dei grandi autori della matematica greca: la storia delle edizioni degli *Elementi* nel Cinquecento mostra che la varietà dei criteri degli editori, portando a determinazioni diverse del testo, influì su certi connotati della ricerca matematica e sulle discussioni logiche ed epistemologiche circa la natura di un sistema formale. Per questo, alcune limitate considerazioni sulla storia materiale dei testi di Archimede possono essere un punto di partenza per una analisi della loro influenza sulla scienza dell'età.

Il lavoro di M. Clagett ha documentato – con precisione maggiore che per ogni altro matematico dell'età classica – la «contaminazione» dei testi archimedei nel Medio Evo islamico e latino. Essi risultarono fusi, spesso in modo quasi inestricabile, con materiali eterogenei, spesso considerati anch'essi archimedei. Un aspetto rilevante di questa situazione fu la mescolanza di metodi e concetti «fisici» con altri «matematici»; un secondo aspetto fu la mescolanza di ciò che si può dire per brevità la assiomatica archimedea con metodi, tesi o concetti («matematici» o «fisici») estranei, o anche contrastanti con i suoi criteri di fondo.[3] Una influenza distintamente archimedea poté così svilupparsi pienamente solo quando l'età umanistica e rinascimentale percepì la «contaminazione» medievale, e tentò di eliminarla. Autori precedenti a questa fase, o contemporanei ad essa ma in parte estranei a questa evoluzione, come Maurolico, fornirono sviluppi anche creativi e importanti, ma il loro lavoro (particolarmente nel caso di temi fisici), non giunse ad isolare compiutamente l'Archimede storico dalle commistioni (testuali e metodologiche) medievali. La mancata pubblicazione della edizione mauroliciana di Archimede durante la vita dell'autore, inoltre, ridusse l'influenza del metodo della ricostruzione logica sulla ricezione della scienza archimedea nell'Italia del secondo Cinquecento; stampata nel 1685, essa comparve in una situazione della cultura matematica così mutata che la sua pubblicazione assunse forse più un interesse storico che direttamente scientifico.[4]

[3] Si denomina qui «assiomatica», in modo non rigoroso, il complesso di proposizioni (di significato sia «matematico» sia «fisico»), che Archimede premette o inserisce nei suoi testi senza dimostrazione; e, più specificamente, quelle tra esse che non derivano (o non risultano derivare) da autori precedenti.

[4] *Archimedes* 1685. I testi mauroliciani ebbero nel Cinquecento una circolazione manoscritta ricostruita solo in parte, che fu sicuramente influente. Tuttavia, almeno al presente, non si è in grado di indicare con sicurezza dei lettori per ognuno dei suoi testi inediti, e per questa via di determinare il suo influsso sul loro lavoro. Si sa, ad esempio, che un certo numero dei lavori di Maurolico fu in possesso di C. Clavio nel Collegio Romano, e questo può far

Gli anni decisivi per la filologia archimedea furono quelli dal 1540 al 1590: il lavoro compiuto allora dagli storici-matematici italiani (particolarmente dalla scuola di Urbino) fu il presupposto dei nuovi significati, tecnici ed epistemologici, che le opere di Archimede assunsero per la generazione di Galileo e per quelle immediatamente successive. In campo matematico, i metodi di Archimede apparvero quelli dotati di maggiore potenza; in campo fisico, alcuni suoi scritti originarono parti essenziali di ciò che può dirsi fisica-matematica prima di Galileo; in campo epistemologico e cosmologico, gli stessi scritti diffusero tesi e impostazioni, diversi da quelli aristotelici e anche contrastanti con essi, il cui sviluppo è una delle origini del nucleo concettuale della «nuova scienza» dell'inizio del sec. XVII.

Una ricostruzione di queste influenze può assumere come dato di partenza la successione delle edizioni a stampa di Archimede (disaggregate per singole opere) tra la metà del Cinquecento e gli anni della pubblicazione delle opere maggiori di Galileo.[5]

Sfera e cilindro	VENATORIUS 1544; RIVAULT 1615
Misura del cerchio	TARTAGLIA 1543; VENATORIUS 1544; COMMANDINO 1558; RIVAULT 1615
Conoidi e sferoidi	VENATORIUS 1544; COMMANDINO 1558; RIVAULT 1615
Spirali	VENATORIUS 1544; COMMANDINO 1558; RIVAULT 1615

supporre che la scuola del collegio ne fosse influenzata (di fatto, un'influenza di M. su L. Valerio, che fu allievo di Clavio, è stata cautamente proposta in NAPOLITANI P. D. 1982, pp. 20-22, 35). Tuttavia i limiti di questa influenza restano incerti, ed essa non poté essere molto diffusa. Secondo M. Clagett, la pubblicazione tardiva dell'opera la privò «of an influential role in the spread of Archimedean studies in the sixteenth century» (CLAGETT M. 1964,84, III, 3, p. 778). Lo stesso autore osserva che, fino alla pubblicazione della *princeps* di Basilea, Maurolico non percepì interamente le differenze dell'Archimede medievale da quello storico (*ibid.*, pp. 771-772). Sulle vicende del testo fino alla stampa finale: CLAGETT M., *ibid.*, pp. 778-792; MOSCHEO R. 1989, pp. 111-131, e lo scritto dello stesso autore in questo volume. Si può osservare che la pubblicazione si inserì cronologicamente nel gruppo di quelle del tardo Seicento (le traduzioni in tedesco di J. C. STURM, 1667 e 1670; BARROW I. 1675; WALLIS J. 1676); queste sostituirono quella di RIVAULT D. 1615 (ristampata nel 1618 e forse nel 1646); a sua volta questa aveva affiancato, e poi sostituito, le edizioni di COMMANDINO (1558 e 1565), che non ebbero ristampe.

[5] Non vengono considerati testi secondari quali il cosiddetto Problema dei buoi e i *Lemmi* o *Assumptorum liber* (quest'ultimo, d'altronde, pubblicato molto tardi, in FOSTER S. 1659 e BORELLI G. A. 1661, e relativamente ininfluente). I testi di Archimede sulla statica e l'idrostatica vengono qui citati con il titolo attribuito loro in Italia in quegli anni.

Quadratura della parabola	VENATORIUS 1544; COMMANDINO 1558; RIVAULT 1615
Arenario	VENATORIUS 1544; COMMANDINO 1558; RIVAULT 1615
Equiponderanti	TARTAGLIA 1543; VENATORIUS 1544; DAL MONTE 1588 (parafrasi); RIVAULT 1615
Galleggianti	TARTAGLIA 1543; TROIANI 1565; COMMANDINO 1565; RIVAULT 1615

Questo semplice elenco evidenzia alcuni fatti, che meritano di essere enunciati distintamente:

1) La conoscenza delle opere strettamente matematiche, con l'unica eccezione della *Misura del cerchio*, compresa nell'edizione Tartaglia, si basò su tre sole edizioni (le prime due, decisive, stampate una sola volta);[6]

[6] A rigore, per la *Misura del cerchio* occorrerebbe includere GAURICO L. 1503. Tuttavia questa edizione, se ebbe importanza per i matematici formatisi nella prima metà del secolo XVI, perse influenza in seguito alle edizioni successive, e può essere trascurata in uno studio dell'influenza di Archimede nel tardo secolo XVI e nel XVII. FAVARO A. 1923, p. 79, cita anche una edizione parigina del 1561 del *De circuli dimensione*, che non risulta diffusa in area italiana, e comunque vi ebbe un ruolo limitato. Naturalmente, il numero dei lavori considerati è riferito esclusivamente a quelli il cui scopo esplicito e unico fu la pubblicazione di testi archimedei. A determinazioni numeriche più ampie si può giungere considerando opere che inclusero uno o più testi di Archimede, o inserirono in un processo dimostrativo non suo una o più sue proposizioni (talora corredate della dimostrazione originaria). Un esempio del primo caso è VAN ROOMEN A. 1597 (che a pp. 1-18 contiene il testo greco e latino del *De sphaera et cylindro*); uno del secondo caso (ovviamente più comune) è VALERIO L. 1604, che include 3 propp. di Archimede nel l. I, e 1 nel II. Ma è dimostrabile (anche se una prova analitica è qui impossibile) che questo canale d'informazione fu accessorio; ogni matematico italiano significativo del periodo conobbe Archimede attraverso lo studio *ex professo* delle edizioni indicate, e per non pochi di loro (oltre a Galileo, la scuola di Clavio, Borelli, A. Santini) gli esemplari che possedettero sono oggi localizzati in varie biblioteche. Meno facilmente determinabile, per motivi intrinseci, è l'uso di copie manoscritte dei testi (o, ancor più, delle loro traduzioni latine medievali e umanistiche), derivate dai codici che furono alla base delle edizioni a stampa, e non da queste ultime (esistono anche copie di questa ultima origine, ma il loro uso è assimilabile a quello dei libri stampati). Nel Cinquecento italiano tali copie circolarono sicuramente; alcune di esse sono note e conservate, e in certi casi è possibile stabilirne gli utenti. Il numero di questi fu tuttavia limitato, e si ridusse drasticamente dopo la comparsa delle edizioni di Commandino (per il secolo XVII si può senz'altro ritenere trascurabile). Inoltre è utile osservare che, anche in questo, la storia dei testi matematici poté essere diversa da quella dei testi fisici, proprio per il ritardo di edizioni attendibili di questi ultimi dopo quella di Basilea. Questa fu forse la motivazione della copia della traduzione Moerbecke dei *Galleggianti* appartenuta al gesuita Balthazar Torres (e forse eseguita da lui), risalente agli anni 1553-1560, quando egli fu professore di matematica nel Collegio Romano (Bibl. Apostolica Vaticana, cod. *Barberini lat.* 304, 124*r*-141*v*; CLAGETT M. 1970, p. 223 considera questa copia, ma sembra non conoscere l'autore, poi indicato in ROSE P. L. 1976, pp. 167-168, 196-198).

2) per autori formatisi entro i primi anni del Seicento (cioè per le generazioni precedenti a quella di Cavalieri, Torricelli, Borelli), le edizioni rilevanti tendono a divenire due;

3) la *princeps* del 1544, pubblicata all'estero, circolò in Italia in un numero relativamente ridotto di esemplari; di conseguenza, il suo uso riguardò un gruppo ristretto di persone, e il suo ruolo fu maggiore per la generazione di Commandino che per quelle di Clavio o Galileo, che si valsero prevalentemente dell'edizione di Commandino stesso;

4) quest'ultima edizione non contiene gli scritti archimedei di rilievo più immediato in fisica; la disponibilità di edizioni critiche di questi scritti (quelle di Tartaglia non possono venir dette tali) fu quindi più tarda di alcuni anni rispetto a quella degli scritti matematici, particolarmente nel caso degli *Equiponderanti*;[7]

5) questo configura la possibilità (da verificare) che la *contaminatio* medievale dei testi archimedei mantenesse un influsso maggiore in statica che in sede strettamente matematica;

6) se verificata, questa possibilità può originare la supposizione (a sua volta da provare) che un influsso distintamente archimedeo (riferibile a connotati caratterizzanti la sua opera rispetto al resto della matematica greca, *pura* e *mixta*, ed agli sviluppi medievali), si esplicasse prima nella matematica pura, e solo dopo – o meno nettamente – in fisica.

Formulate queste osservazioni, che possono fornire alcuni orientamenti, si può ora passare a una discussione di maggior dettaglio. In Archimede – come è ben noto – concetti e argomenti geometrici e statici sono intrecciati più strettamente che in altri grandi autori greci. Un aspetto di questa interrelazione consiste nel fatto che lo studio di problemi statici è condotto con un apparato matematico che

[7] Inoltre, come noto, l'edizione Tartaglia dei *Galleggianti* comprende solo il primo libro, e le procedure non rigorose con cui egli stabilì il testo e condusse la traduzione pregiudicarono la utilità del lavoro; il secondo rilievo vale anche per l'edizione TROIANO C. 1565, che utilizzò la parte inedita della traduzione di Tartaglia. Le traduzioni francesi degli *Equiponderanti* e dei *Galleggianti* (FORCADEL P. 1565) non sembrano aver circolato in Italia.

non trova confronto in altri scritti greci di statica; per questo aspetto, il suo lavoro fonda la statica geometrica. Un secondo aspetto è, invece, lo studio di questioni geometriche in termini di situazioni statiche (ciò che potrebbe dirsi geometria statica). Data l'interrelazione, la scomposizione dell'influsso complessivo di Archimede sul tardo Rinascimento in uno «matematico» e uno «fisico» non è praticabile in modo automatico (particolarmente in un settore di studio così fiorente tra 1550 e 1650, e così direttamente legato a Archimede, come la «centrobarica»). Tuttavia l'opportunità di una scomposizione emerge dagli stessi dati storici. Essa sarà qui introdotta considerando «matematico» ogni aspetto definitorio e inferenziale del lavoro di Archimede, contenuto in una qualsiasi sua opera; considerando invece «fisico» ogni assunto circa proprietà o comportamenti di corpi reali.

I.2. *La «riscoperta» di Archimede: la matematica.*

Il lavoro più significativo dei matematici italiani del medio e tardo Cinquecento riguardò principalmente due grandi aree tematiche. La prima, algebrica, è sostanzialmente estranea all'opera di Archimede. La seconda, geometrica, ebbe Euclide come autore di base, perché usato per la trasmissione dei contenuti *standard* della cultura matematica e dei canoni della dimostrazione rigorosa; ebbe invece Apollonio, Pappo e, soprattutto, Archimede come fonti di metodi e temi per la ricerca avanzata. Tra questi ultimi autori esistono certamente sovrapposizioni, influenze o derivazioni comuni; tuttavia la loro opera è sufficientemente caratterizzata, per contenuti e metodi, da consentire di parlare di una geometria archimedea o apolloniana, e questo fatto fu percepito con evidenza, particolarmente dopo le edizioni di Commandino. Schematicamente, esistettero una geometria delle rettificazioni, quadrature e cubature; una della determinazione dei centri di gravità (connessa strettamente alla prima); una della costruzione delle coniche; una delle «tactiones» (questa però sviluppatasi posteriormente alle precedenti, particolarmente dal volgere del secolo). Queste geometrie non furono settori formalmente distinti: non solo impiegavano un algoritmo comune, ma risultati ottenuti per questioni proprie di una potevano essere (e furono spesso) strumenti per dimostrazioni relative a questioni proprie di un'altra. Tuttavia un esame dei settori di attività dei ricercatori, la ripartizione dei contenuti del-

le opere e l'apparato metodico tendenzialmente impiegato per i singoli ordini di questioni mostra che la suddivisione accennata fu sentita come reale e fu influente sullo sviluppo delle indagini.

Se queste considerazioni vengono applicate in un esame dell'influsso di Archimede, risulta subito che tra le geometrie menzionate le prime due si riferirono in gran parte a lui. I numerosi tentativi di rettificazioni, quadrature e cubature, a partire da quelli di quadratura del cerchio, che da soli costituirono una letteratura,[8] si valsero abitualmente delle procedure archimedee di esaustione. Gli sviluppi della dottrina dei centri di gravità, uno dei settori di ricerca geometrica preferiti e più fertili già durante la gioventù di Galileo, furono presentati spesso come estensioni dei metodi del Siracusano a casi o settori da lui trascurati, o non contenuti negli scritti noti. Può risultare istruttivo separare, in questi sviluppi, l'origine archimedea dei contenuti da quella dei metodi. Quanto ai primi, la tendenza generale consiste nell'estendere le determinazioni archimedee, relative a figure piane, a figure da lui non considerate, a solidi omogenei e a solidi non omogenei. La tendenza appare manifesta quando vengano considerati in successione cronologica i contenuti del *De centro gravitatis solidorum* di Commandino (1565), dei giovanili *Theoremata circa centrum gravitatis solidorum* (c. 1585) di Galileo, dei lavori di Luca Valerio, di quelli di Marino Ghetaldi e, in seguito, di Paul Guldin [9] e della scuola di Cavalieri, fino a Stefano degli Angeli. Interessa osservare che l'estensione dei contenuti non fu considerata un abbandono della impostazione archimedea, ma in parte una riscoperta di una componente perduta (nell'ipotesi di una centrobarica dei solidi sviluppata da Archimede),[10] in parte un arricchimento del tutto consequenzia-

[8] RICCARDI P. 1952 (II, p. 56) elenca più di venti lavori italiani editi sulla quadratura del cerchio per i secoli XVI e XVII. Questi però sono quelli dedicati esclusivamente all'argomento, mentre molti altri tentativi comparvero in scritti d'argomento più ampio (come lo studio della quadratrice proposto da Clavio nella sua edizione degli *Elementi*). Ad essi si aggiunse un numero imprecisabile di inediti, dovuti a oscuri dilettanti o a specialisti noti per altri contributi. Ad esempio, l'epistolario di Clavio informa su più quadrature o lavori preliminari per esse, come quelli del gesuita Bernardino Salino (c. 1552/1608), dal 1590 professore di matematica nei collegi di Milano e di Genova (per le lettere di S. a Clavio cfr. PHILLIPS E. C. 1939, *ad indicem*).

[9] COMMANDINO F. 1565a; GALILEI G. 1968, I, pp. 187-208; VALERIO L. 1604; GHETALDI M. 1603; GULDIN P. 1635.

[10] Questa tesi si trova già negli autori che aprono la storia moderna della centrobarica, Maurolico e Commandino (COMMANDINO F. 1565a, dedica; CLAGETT M. 1964-84, III, 3, pp.

le. Questa seconda interpretazione valse per lo studio di solidi non omogenei, che fu senz'altro considerato nuovo, e tuttavia presentato come estensione naturale del programma archimedeo.[11] La filiazione archimedea dei contenuti della centrobarica si può argomentare non solo sul piano concettuale, ma anche su quello delle relazioni personali e istituzionali. A parte la scuola di Urbino e Galileo – che indicò esplicitamente Commandino come punto di partenza delle sue ricerche – le indagini degli altri autori menzionati ebbero un unico luogo di origine, il Collegio Romano della Compagnia di Gesù. Qui prima Balthazar Torres, poi Cristoforo Clavio (che vi fu dal 1561 e v'insegnò dal 1563) costituirono uno stabile punto di collegamento tra tradizione mauroliciana e tradizione di Urbino.[12] Nel collegio si formarono direttamente Valerio, gesuita dal 1570 al 1580,[13] e P. Guldin, che vi studiò teologia da circa il 1609 e vi rimase fino al 1618 come membro dell'accademia di matematica di Clavio e C. Grienberger; [14] al collegio si connette anche la produzione di Ghetaldi, che frequentò assiduamente Clavio e la sua accademia nel suo soggiorno romano del 1602-1603.[15] L'attività di questi tre autori, i più significativi nel settore, si alimentò così della cultura del centro di studi in cui la tradizione archimedea, nei suoi vari elementi, era nota nel modo più completo.[16]

613 e 777). Il passo archimedeo più rilevante in questa connessione fu *Galleggianti* II, 2 (dove è dato per noto il centro di gravità d'un paraboloide).

[11] Le formulazioni esplicite in tal senso sono diverse; basterà osservare che il titolo di GHETALDI M. 1603 (*Promotus Archimedis*) intese mettere in evidenza questa circostanza.

[12] Per le notizie essenziali sui rapporti tra Maurolico, Torres e Clavio si veda SCADUTO M. 1949. La corrispondenza Clavio-Commandino è perduta; si conservano però, parzialmente, le lettere inviate al gesuita da G. U. Del Monte e B. Baldi (PHILLIPS E. C. 1939, *ad indicem*).

[13] La formazione di Valerio, in particolare nel decennio in cui fu gesuita, è ricostruita in BALDINI U. - NAPOLITANI P. D. 1991.

[14] Gli anni romani di Guldin sono stati poco esaminati nella storiografia. Su di essi la fonte più ampia sono i *catalogi* della Compagnia, conservati nell'Archivum Romanum Societatis Iesu.

[15] La fonte più ricca su questa fase della vita e degli studi di Ghetaldi sono le sue lettere a Clavio (per le quali PHILLIPS E. C. 1939, *ad indicem*; per una sintesi dei dati sulla sua formazione matematica si veda NAPOLITANI P. D., 1988a). Il suo scritto più direttamente archimedeo, il *Promotus Archimedis*, fu scritto ed edito a Roma.

[16] Va ricordato che nel Collegio Romano svolse gran parte della sua formazione matematica un altro dei maggiori geometri «archimedei» della prima metà del sec. XVII, Gr. de Saint Vincent. Come per Guldin (nota 14) i suoi anni romani non sono stati molto studiati; per essi sono una fonte importante, oltre ai citati *catalogi* dell'archivio romano della Compagnia, alcune lettere nell'epistolario di C. Grienberger (Roma, Archivio della Pontificia Università Gregoriana, ms. 534).

Una considerazione dei metodi porta a risultati che integrano quella dei contenuti. Da Galileo a Cavalieri e Torricelli, tra i matematici italiani fu diffusa l'idea che il metodo e l'ordine con i quali singoli risultati si trovano provati in Archimede non fossero quelli con cui li aveva ottenuti. Su un piano astratto questa idea poteva essere giustificata con la tesi, tradizionale in logica scolastica, secondo cui l'*ordo doctrinae* può essere diverso dall'*ordo inventionis*; essa trovava supporto nel fatto che il metodo di esaustione appare un metodo più atto a giustificare risultati già ottenuti che a ottenerli.

Su un piano concreto era originata da rilievi su punti specifici dei testi archimedei, dove sembrava che la scelta di una via per la dimostrazione non fosse giustificabile a partire dai soli dati dell'enunciato, neppure considerando la genialità di Archimede. In linea storica, è noto, si è qui in presenza di una interessante intuizione di una circostanza reale, poi documentata dal ritrovamento del *Metodo dei teoremi meccanici.* È un fatto ben conosciuto che le procedure utilizzate dai seguaci italiani del metodo degli indivisibili (e già da loro attribuite congetturalmente ad Archimede) sono collegabili ad un aspetto delle procedure documentate nel *Metodo*; è invece meno conosciuto che in anni precedenti prima Maurolico, poi L. Valerio integrarono i metodi usati da Archimede negli scritti allora disponibili con espedienti statici, ad esempio sospendendo idealmente figure a fili a piombo: estesero in tal modo una seconda componente delle procedure euristiche archimedee, presente occasionalmente in punti dei suoi scritti allora noti ma documentata ampiamente solo nel *Metodo*.[17]

I settori di ricerca descritti furono i più significativi tra quelli in cui il modello archimedeo fu decisivo. Naturalmente, gli autori rilevanti non furono solo quelli nominati; Clavio e Cataldi difesero i risultati della *Misura del cerchio* dalle gravi incomprensioni di G. G. Scaligero; [18] lo stesso Clavio espose considerazioni sull'*Arenario*,[19] e un

[17] Il filo a piombo compare occasionalmente in Maurolico, che fa uso di altre procedure euristiche anche più empiriche (NAPOLITANI P. D. 1982, pp. 22-23). Valerio ne fa invece un uso sistematico nel suo primo lavoro edito, il *Subtilium indagationum liber*, presentandolo, attraverso una sorta di assiomatizzazione, come un metodo generale per le quadrature (NAPOLITANI, *ibid.*).

[18] Per Clavio si veda la *Refutatio Cyclometriae Josephi Scaligeri*, in CLAVIO C. 1611-12, V, pp. 20 sgg.; CATALDI P. A. 1620.

[19] Nelle edizioni tarde del suo *Commentarius* a Sacrobosco (ad esempio, in CLAVIO C. 1607, pp. 251-254, «Digressio de arenae numero»).

elenco potrebbe essere esteso a quasi tutti i matematici italiani di quegli anni. Ma quanto precede è forse sufficiente allo scopo di delineare la situazione della «ortodossia» archimedea del secolo XVI e dei primi anni del XVII per caratterizzare in seguito le innovazioni portate dal metodo degli indivisibili.

I.3. *La «riscoperta» di Archimede: la statica.*

Se la distinzione tra elementi «matematici» e «fisici» nell'opera di Archimede viene effettuata nei termini già suggeriti, i secondi sono riducibili a pochissimi enunciati; a rigore, a due soli (essendo altri enunciati loro sviluppi analitici): la prima «richiesta» del l. I degli *Equiponderanti*; la «supposizione» iniziale dei *Galleggianti*.[20] Non occorre qui discutere il significato di questi enunciati o il loro rapporto con le fisiche filosofiche diffuse in Grecia, particolarmente con l'aristotelica. Basterà ricordare una loro caratteristica evidente, più volte evidenziata: essi presentano assunzioni puramente fenomenologiche e *ad hoc*, in quanto non dedotte da leggi fisiche generali né, tanto meno, da una cosmologia (sono quindi ristrette e speciali: non consentono una trattazione unitaria di statica e idrostatica e valgono solo per fenomeni particolari al loro interno).[21] Questo differenzia le trattazioni archimedee da un altro testo importante della teoria statica greca, i *Problemata* o *Quaestiones mechanicae*. In questo, come noto, la legge della leva è ottenuta a partire da un assunto cinematico, la differenza tra le velocità con cui si muoverebbero pesi uguali posti all'estremità dei bracci disuguali di una bilancia. Una intera tradizione critica, iniziata con Duhem, ha indicato in questo aspetto del testo (aristotelico

[20] «Chiediamo che pesi uguali a distanze uguali si facciano equilibrio; che pesi uguali a distanze disuguali non si facciano equilibrio, ma producano pendenza dalla parte del peso che si trova a distanza maggiore». «Si supponga che il liquido abbia natura tale, che delle sue parti ugualmente disposte e continue, quella meno compressa venga spinta da quella più compressa, e che ciascuna delle sue parti sia compressa secondo la perpendicolare dal fluido situato sopra di essa ...» (seguo la traduzione italiana in ARCHIMEDE 1974, pp. 397 e 525). Più che una proposizione fisica (nel senso di descrizione di proprietà di oggetti o di relazioni tra essi), il primo enunciato si può forse considerare una definizione implicita della «uguaglianza di peso»; per le presenti considerazioni, comunque, una scelta tra le due interpretazioni è inessenziale.

[21] Su questi due aspetti (soprattutto sul secondo) insistette già DUHEM P. 1905, I, pp. 9-10.

o pseudoaritotelico) il punto d'origine di una evoluzione che, attraverso autori come Nemorario, Leonardo e Stevin porta nei secoli XVII e XVIII ai concetti di spostamento, velocità e lavoro virtuali.[22] Per questo, anche se l'area tematica delle *Quaestiones* è in parte sovrapponibile, e comunque concettualmente non nettamente più ampia di quella degli *Equiponderanti*, e se in genere esse sono tecnicamente inferiori, è plausibile (ed è stato sostenuto) che il loro approccio potesse contribuire ad impostare la disciplina in modo più generale e (cosa di cui l'approccio archimedeo - almeno nella sua esatta forma testuale - era costituzionalmente incapace) tale da collegarla a parti diverse della meccanica. Questa diversità concettuale poté rendere storicamente influente un fatto apparentemente estrinseco, l'accennata differenza di tempi tra le edizioni dei testi fisici archimedei e quelle dei testi matematici. Nella statica medievale, islamica e europea, la combinazione stretta di elementi archimedei e aristotelici aveva generalmente occultato le loro differenze.[23] Unendo spesso assunti «fisici» più o meno strettamente aristotelici con risultati «matematici» archimedei (o di modello archimedeo) essa dette luogo alla statica di Nemorario e a quella tradizione che Duhem sintetizzò in Leonardo e nel suo ipotetico «maestro». Si manifesta qui una importante differenza nel ruolo svolto nel tardo secolo XVI dalle «contaminazioni» medievali della matematica e della statica archimedee. Per le prime, si è già detto che l'esigenza filologica di riportare i testi ai connotati autentici fu un fattore di progresso, perché fece risaltare con evidenza maggiore che in precedenza la struttura logica di varie zone del discorso matematico, indicando linee di integrazione e sviluppo. Per le seconde la situazione appare più complessa. In un senso, è legittimo dire che la riacquisizione dei connotati originari della statica archimedea rese manifesti errori ed espulse dal discorso scientifico metodi e concetti «fi-

[22] DUHEM P. 1905. In modo diverso, anche Mach distinse storicamente un approccio archimedeo e un approccio dinamico in statica; tuttavia, per la scarsa conoscenza della tradizione aristotelica, egli non poté far risalire il secondo ad autori più antichi di Stevin (MACH E. 1904, pp. 52-54). Sul ruolo delle *Quaestiones mechanicae* nel Rinascimento: ROSE P. L. - DRAKE S. 1971; per una sintesi sulla meccanica italiana del sec. XVI, nonostante il progresso delle conoscenze su singoli punti, occorre ancora riferirsi a DRAKE S. - DRABKIN I.E. 1969.

[23] Per i testi significativi della statica medievale: MOODY E. A. - CLAGETT M. 1952; sulla trasmissione della statica archimedea: CLAGETT M. 1964-84, III, 3, *passim*. In un giudizio di sintesi, questo stesso autore afferma che nell'Occidente latino la conoscenza dei risultati archimedei fu soprattutto indiretta (CLAGETT M. 1970, pp. 223 sgg.).

sici» (filosofico-naturali), estrinseci, fuorvianti o non esplicativi.[24] In un secondo senso, tuttavia, data la presenza nella statica medievale di potenzialità assenti in Archimede, il fatto che la restituzione filologica dei suoi scritti statici fosse più lenta di quella degli scritti matematici poté far sì che un purismo testuale (e/o logico) non impedisse un'influenza positiva della statica medievale negli anni che vanno da Tartaglia e Commandino a Stevin a Descartes.[25] A questo contribuì il fatto che la disponibilità di traduzioni latine accurate delle *Quaestiones mechanicae* fu anteriore a quella dei testi statici di Archimede; le *Quaestiones* ebbero diffusione ampia (anche perché, a differenza di quello di Archimede, furono considerate uno scritto sia «filosofico» che «matematico»), e la loro connessione con vari aspetti della statica medievale (non diretta, ma mediata attraverso una tradizione in senso

[24] Connessi prevalentemente all'impiego di termini propri della concettualizzazione aristotelico- scolastica, che introducevano presupposizioni di contenuto e metodo. Anche in una *summa* bibliografica del rinnovato scolasticismo della Compagnia di Gesù, la *Biblioteca selecta* di Antonio Possevino, si trova questa notazione sui *Galleggianti* (probabilmente dovuta a C. Clavio, suo consulente per il l. XV, «De mathematicis»): «quem sane libellum, si aetatis nostrae Mathematici sibi familiariorum adhibuissent, reperissent sententias multas, quas ipsi firmas et ratas esse docent, subtilissime, atque verissime convulsas, et labefactas»; contestualmente viene citata con approvazione l'affermazione di Dal Monte per la quale nell'operetta «omnia fere mechanica dogmata reposita videntur» (POSSEVINO A. 1593, p. 239). Il processo di eliminazione del lessico aristotelico-scolastico si sviluppò soprattutto tra matematici di professione, più legati, per formazione e metodo, al testo archimedeo. Tra costoro si trova sottolineata di frequente l'imprecisione (o erroneità) di tesi o prove delle *Quaestiones* rispetto a luoghi corrispondenti di Archimede (o della meccanica cinquecentesca a lui ispirata); si veda, ad es.: BENEDETTI G. B. 1585, pp. 141-167; BIANCANI G. 1615 (nella parte dedicata alle *Quaestiones*, pp. 148-195, in part. 148-159). Ghetaldi fornì, nel *Promotus Archimedis*, una dottrina dei pesi specifici che, secondo una interpretazione recente, rispondeva ad un intento in senso lato archimedeo, quello di esprimerla in termini di teoria delle grandezze; questo lo portò ad espungere la nozione medievale (e poi galileiana) di *gravitas in specie* (NAPOLITANI P. D. 1988a).

[25] Oltre alla conoscenza mai interrotta di Giordano Nemorario, nel Cinquecento italiano questa influenza agì lungo canali, testuali e istituzionali, conosciuti solo imperfettamente. In DUHEM P. 1905 (v. II) e 1906, che restano ancora le più ampie (e quasi uniche) trattazioni di sintesi della statica premoderna, la continuità della tradizione medievale, assunta come un fatto, è giustificata in termini di lettura di un testo unico (o di differenti *reportationes* di quel testo) da parte di autori distribuiti su più di cento anni. Tale testo prototipico sarebbe la trattazione leonardesca della statica, la cui trasmissione Duhem non ricostruì, ma postulò. Qui si può solo brevemente osservare che lo stato delle conoscenze e delle ricerche di statica in Italia nei secoli XV e XVI è noto molto imperfettamente anche in conseguenza di un fatto pedagogico-istituzionale: essa faceva parte solo occasionalmente dei programmi matematici delle università e degli *Studia* religiosi, che spesso si limitavano a Euclide e a corsi propedeutici di «sfera»; rientrava invece, necessariamente, nella formazione dei nuclei tecnico-ingegneristici, che avveniva spesso in scuole private e tramite apprendistato. La natura non istituzionale di questi canali di apprendimento ha fatto sì che essi abbiano lasciato non molti materiali documentari, incidendo così nelle ricostruzioni storiche in misura inferiore all'importanza reale.

lato aristotelica) costituì per questa, in un periodo in cui l'origine classica conferiva ad una dottrina un crisma di legittimità, un credito non trascurabile.[26]

Poste queste premesse, può essere utile enunciare sinteticamente, in punti distinti, certi fatti dello sviluppo scientifico di quegli anni che in vario modo ne furono influenzati:

1) Non esiste una teoria *puramente* archimedea in statica tra le metà del secolo XVI e gli anni della maturità di Galileo. Anche opere che per delimitazione dell'argomento e metodi dimostrativi possono venir dette archimedee includono enunciazioni o termini non archi-

[26] Anche autori dichiaratamente «archimedei», come Guidubaldo Dal Monte, asseriscono una essenziale concordanza dottrinale tra i due testi (DAL MONTE G. 1588, p. 4). Dopo di lui questa tesi restò canonica nella scuola di Urbino: «Vedendo dunque Archimede ... quest'opera di Aristotile esser saldissima ne' principii, ma però implicita assai, e non totalmente chiara, aggiungendo le dimostrazioni matematiche a' principii fisici ...»; «Ammesso dunque Archimede il principio d'Aristotile, passò più oltre» (BALDI B. 1887, pp. 54-55). Si può forse aggiungere che una tesi concordista, relativa non solo alle dottrine statiche ma agli assunti generali delle fisiche archimedea e aristotelica, poté aver corso per l'assenza di una vera idrostatica aristotelica. La natura delle critiche successive degli aristotelici dell'idrostatica galileiana mostra che una idrostatica aristotelica sviluppata con qualche ampiezza avrebbe implicato la teoria dei luoghi naturali e reso difficile l'accettazione di una nozione archimedea di peso specifico. Per converso, il carattere speciale e ristretto degli assunti dei *Galleggianti* archimedei aveva ridotto, fino all'età moderna, l'evidenza della loro contraddittorietà con la fisica aristotelica, facendone quasi un'isola concettuale irrelata alla generale filosofia naturale. In questa situazione storica merita attenzione la posizione di Maurolico, che fu forse il primo autore ad istituire un confronto tra la meccanica delle *Quaestiones* e quella degli *Equiponderanti*. Egli osservò che i commentatori delle prime (in genere filosofi e non matematici) avevano svolto il loro compito senza alcun riferimento alle dottrine di Archimede; eppure, «cum quaestiones illae, ut plurimum, versentur in ratione vectis, librae, centri gravitatis, et similium, quae dependent a doctrina aequalium momentorum; consulendus erat in primis Archimedes, qui huiusmodi negotium in duobus libellis perspicacissime tradidit. Neque tam hic circuli proprietates, ac conditiones indagandae sunt, quam momenti ratio» (MAUROLICO 1613, p. 8). Riteneva perciò che alle *Quaestiones* occorresse premettere il testo di Archimede, «vel saltem termini, ac postulata inde sumpta»; definitiva quindi alcuni termini ed enunciava alcuni postulati (pp. 8-10). Parrebbe dunque che Maurolico facesse rientrare la meccanica dello pseudo-Aristotele in un contesto totalmente archimedeo. Tuttavia anche questo suo tentativo, il più deciso nel suo genere, non fu totalmente conseguente. In primo luogo, egli definisce come *momentum* il prodotto del peso per la sua distanza dal fulcro (una quantità che Archimede non aveva introdotto esplicitamente), e indica la condizione d'equilibrio tra i corpi appesi a una bilancia a due bracci non nella proporzionalità inversa tra pesi e bracci, ma nell'uguaglianza dei momenti. In secondo luogo, accanto alle tre quantità statiche che si possono considerare archimedee (*corpus*, *pondus* e, implicitamente, *momentum*) egli ne assume una quarta del tutto non archimedea: la «vis, sive impetus ... quo fit aliquid, quod pondere, vel momento fieri nequit». Anche nell'assertore più energico della superiorità della trattazione archimedea su quella aristotelica compaiono così degli elementi di derivazione medievale. Agli stessi risultati si perviene considerando l'altro testo meccanico di Maurolico, il *De momentis aequalibus*, sviluppo in 4 libri degli *Equiponderanti* da lui inserito in *Archimedes* 1685.

medei, o analisi cinematiche e dinamiche dei fatti statici non riducibili ad una trattazione in termini di teoria delle grandezze, com'è essenzialmente quella di Archimede.[27]

2) Questo si collega al fatto che negli scritti teorici del periodo (in quanto distinti da quelli applicativi o di semplice istruzione tecnica) lo studio delle condizioni di equilibrio della bilancia tende a rientrare in quello generale della leva (il quale, di per sé, andrà poi astraendo dall'ipotesi della rettilinearità).[28]

27 Questo è evidente negli scritti italiani di meccanica anteriori alle edizioni di Commandino. In Tartaglia e Benedetti è presente l'assunto non archimedeo che una forza maggiore produce una velocità maggiore (su ciò CLAGETT M. III, 3, pp. 575-578); più in generale, il punto di partenza della meccanica di Tartaglia e di Cardano non è dato da rapporti tra grandezze, ma da assunti dinamici derivanti dalle *Quaestiones* o dalla statica medievale. Il primo definisce la «virtù d'un corpo grave» come «quella potentia, che ... ha di tendere ... al basso, et ancora da resistere al moto contrario», e aggiunge che hanno tale «virtù» uguale i corpi che «in tempi uguali di moto pertransiscono spatii uguali» (TARTAGLIA N. 1554, f. 80*r*, deff. 3 e 4; in luogo di altre citazioni possibili basti il rinvio a DRAKE-DRABKIN 1969, pp. 25-31). Anche la meccanica di Moleto, predecessore di Galileo a Padova, si modellò sulle *Questioni meccaniche* (LAIRD 1987). Nella scuola di Urbino la situazione fu diversa solo in parte. Già nel lavoro di Commandino sui centri di gravità è introdotto il termine «momento», che tende a configurare dinamicamente (sia pure solo in linea di principio) una condizione di equilibrio che nel Siracusano è espressa solo matematicamente (COMMANDINO F. 1565a). La stessa osservazione vale per G. U. Dal Monte e B. Baldi. Il loro «purismo» matematico li convinse della superiorità della statica di Archimede rispetto a quella aristotelica (e ancor più rispetto a quelle di Nemorario ed alessandrina, che non considerarono). Tuttavia ritennero che alcuni postulati dinamici aristotelici fossero la base fisica (inespressa) della statica di Archimede, cosicché se la forma dei loro scritti statici è archimedea, la struttura logica profonda contiene assunti più che archimedei. Baldi espresse caratteristicamente questo atteggiamento scrivendo di voler confermare «Archimedeis probationibus» le tesi delle *Quaestiones mechanicae* (BALDI B. 1621, prefazione; lo stesso concetto si trova nella sua biografia di Archimede: cfr. anche ROSE-DRAKE 1971, pp. 89-90). Il rilievo può essere esteso a Galileo, a partire da *Le Mecaniche*, dove il momento non è inteso come semplice grandezza, espressa da una proporzione o da un prodotto, ma come «propensione di andare al basso, cagionata non tanto dalla gravità del mobile, quanto dalla disposizione che abbino tra di loro diversi corpi gravi. ... È dunque il momento quell'impeto di andare al basso, composto di gravità, posizione e di altro, dal che possa essere tale propensione cagionata» (GALILEI G. 1968, II, p. 159. Sulla storia scientifica del termine «momento», e sulla sua presenza nella meccanica italiana fino a Galileo, si rinvia qui – una volta per tutte – a GALLUZZI P. 1979). Anche l'idrostatica del *Discorso sopra le cose che stanno in su l'acqua* si caratterizza rispetto a quella di Archimede non solo per aggiunte di contenuto, ma per la presenza della nozione di momento nella struttura profonda del ragionamento, se non in quella esterna delle prove (SHEA W. R. 1977, pp. 14-48).

28 All'inizio del periodo qui considerato la dipendenza dalla letteratura ellenistica e medievale sulle macchine semplici (che le considerava isolatamente, anche perché attenta prevalentemente a differenze esterne e applicative) frenò il processo; così il più noto testo di meccanica teorico-pratica del secolo XVI (DAL MONTE 1577 e 1581) nei trattati I e II considerava separatamente bilancia e leva. In seguito, tuttavia, questo carattere scompare, e il mutamento è associato ad un fatto avente un preciso significato dottrinale: le trattazioni autonome di statica risultano poco numerose (si vedano gli elenchi di opere relative a settori diversi della meccanica

3) La connessione dei fenomeni statici con leggi meccaniche generali tende ad eliminare una separazione concettuale tra statica ed idrostatica. L'idrostatica (con Galilei) e in prospettiva l'idrodinamica (con B. Castelli) cessano di essere settori governati da leggi irrelate a quelle della fisica generale, tendendo a divenire settori subdisciplinari.

4) L'unificazione accennata al punto 3 avviene all'interno di un fenomeno ancor più ampio, la convergenza di tre tematiche la cui storia (dottrinale e istituzionale) era differenziata: la meccanica (nel senso ellenistico di teoria delle macchine semplici); la dottrina generale del movimento e delle sue cause (la cui storia era in buona parte interna alle teorie e all'insegnamento filosofici); la balistica (avente origini più pratico-applicative che teoriche, ma sottoposta nel Cinquecento italiano a matematizzazioni sempre più spinte). Questo fenomeno, il cui sbocco sarà la meccanica galileiana, cancella o occulta certi tratti distintivi delle dottrine archimedee; insieme, tuttavia, ne salva la sostanza e ne estende certi metodi a settori prima matematizzati meno finemente.

5) Queste tendenze di fondo misero in evidenza certe incompatibilità degli assunti archimedei con princìpî fisici aristotelici, che in precedenza le contaminazioni testuali (nel caso degli *Equiponderanti*) o lo specialismo delle ipotesi di base e l'essenza di una formale dottrina aristotelica nel settore (nel caso dei *Galleggianti*) avevano in buona parte occultato. In linea storica, due di tali incompatibilità risultano di notevole significato. Una derivava dal fatto che Archimede, senza enunciarlo esplicitamente, aveva supposto il parallelismo delle *lineae directionis* dei corpi appesi ad una bilancia.[29] Una seconda risulta più interessante in un'ottica odierna, ma non parve necessariamente tale nell'epoca. La combinazione delle leggi archimedee per la bilancia con la dottrina dei centri di gravità dei solidi, tramite l'assimilazione di un corpo in equilibrio a una bilancia con momenti uguali

in RICCARDI 1952, II, pp. 88-98); essa è inclusa per lo più entro trattazioni complessive di meccanica, come studio di fenomeni particolari cui le leggi generali del moto danno luogo in certe condizioni.

29 Nell'inizio della dimostrazione della propr. 6 della *Quadratura della parabola*: «Infatti poiché si suppone che la leva stia in equilibrio, la retta AC sarà parallela all'orizzonte, e le rette condotte perpendicolarmente alla AC nel piano perpendicolare all'orizzonte» (seguo qui la traduzione italiana in *Archimede* 1974, p. 490). Nello sviluppo del teorema «le rette condotte perpendicolarmente alla AC» risultano identiche alle *lineae directionis* di figure piane appese alla stessa AC. Ciò è confermato dalle successive prop.ni 7-14.

applicati ai due bracci (già matura in Commandino), e la estensione dei sistemi fisici ristretti per i quali era stata formulata all'intera Terra (considerata come sfera), intaccava le dimostrazioni tradizionali della assenza di rotazione del pianeta, imponendo di postulare una forza che la impedisse.[30] Appariva quindi la possibilità, se non la realtà, di uno dei moti copernicani.[31] Una mente moderna (quale era già, per quest'aspetto, quella di Galileo) tenderebbe a descrivere il primo fatto in termini di approssimazione di un modello al relativo fenomeno, ed a scegliere di respingerlo o accettarlo solo in base alla entità dello scarto tra previsioni e misure: è interessante osservare che, già prima

[30] Come noto, nell'aristotelismo tradizionale l'assenza di un moto di rivoluzione della Terra era argomentata in linea di principio (a parte le considerazioni di fatto circa effetti cinematici che si riteneva che si sarebbero prodotti nell'eventualità di quel moto) in termini di una coincidenza assiomatica – o definitoria – tra centro della Terra e centro dell'universo. La negazione della rotazione non poteva valersi di una prova così «forte», poiché non poteva venire invocata una legge di corrispondenza stabile tra punti della sfera terrestre e punti di quella celeste (dato che alla seconda erano assegnati diversi moti rotatori). La negazione riposava quindi, essenzialmente, su considerazioni di fatto, e sulla propensione aristotelica a considerare normale la quiete ed eccezionale (dunque esigente fattori dinamici specifici) il movimento.

[31] Anche prima di essere estesa ai solidi, nel Rinascimento, l'analisi archimedea dei centri di gravità aveva suggerito che un corpo sferico comunque grande, considerato idealmente sospeso al proprio baricentro, può esser fatto ruotare anche da una forza indefinitamente piccola; in aggiunta, per l'accettazione (presente ancora in Galileo) di un *impetus* circolare, una tale rotazione dovrebbe mantenersi indefinitamente dopo la cessazione dell'azione della forza. Questa tesi, già emersa episodicamente nel Medio Evo, si trasmise fino ad autori rinascimentali come Benedetti, che poté sostanziarla con una conoscenza migliore dei testi archimedei e con gli sviluppi contemporanei della centrobarica. Tra la fine del secolo XVI ed il XVII la questione ebbe uno sviluppo, e venne ad incontrarsi con una di origine diversa, ma ormai inquadrabile entro uno stesso contesto meccanico. Lo sviluppo si ebbe con un quesito caratteristico: cosa impedisse alla Terra di ruotare a seguito della pressione dei venti sui rilievi. La questione aggiuntiva fu la cosiddetta *trepidatio terrae*. La centrobarica dei solidi dimostrava che ogni spostamento di oggetti, anche minimi, sulla superficie di un corpo sferico (quale poteva essere considerata la Terra) produceva uno spostamento del baricentro: se, come nel geocentrismo tradizionale, si ammetteva la coincidenza tra centro geometrico del pianeta, suo baricentro e centro dell'universo (identificato col centro di emanazione della gravità), si doveva avere un movimento che portasse il nuovo baricentro a sovrapporsi al centro gravitazionale. Dato, inoltre, che l'insieme dei corpi sulla superficie della Terra non si può mai considerare in quiete, si doveva concludere per una successione continua di oscillazioni del baricentro attorno al centro dell'universo. In breve, l'associazione della cosmologia aristotelica alla centrobarica rendeva necessario ammettere un moto della Terra diverso da quelli copernicani, ma non più giustificabile di essi in termini di fisica aristotelica. Interessa osservare che una comunità filosoficamente radicata nell'aristotelismo ma tecnicamente avanzata e inserita a fondo nella tradizione archimedea, quella dei matematici gesuiti, discusse a lungo la questione, per essa molto imbarazzante, ricorrendo in genere alla postulazione di una forza specifica che impediva la *trepidatio* (forza talora individuata in un asse magnetico terrestre). L'argomento si trova trattato in N. Cabeo, N. Zucchi, P. Casati e altri; in un contesto ormai decisamente copernicano e newtoniano la realtà della *trepidatio* sarà considerata ancora da Boscovich.

di Galileo, personalità in cui la formazione «matematica» prevalse sulla «filosofica», come J. B. Villalpando, lo descrissero in questi termini.[32] Nell'epoca, tuttavia, l'influenza prevalente della gnoseologia ed epistemologia aristoteliche portava a interpretarlo come prova dell'illegittimità di un approccio puramente matematico a situazioni fisiche; così una questione di approssimazione era percepita come un errore categoriale, e l'esempio era impiegato per criticare l'uso di strumenti matematici nella spiegazione (in quanto diversa dalla semplice descrizione, misura o predizione) di fenomeni naturali: era quindi usato con intenti critici nei confronti di una scienza della natura in senso moderno.[33] Il secondo fatto agì invece in una direzione in certo senso opposta. Esso ebbe un ruolo solo marginale nel riconoscimento della fondatezza, astronomica e meccanica, della tesi copernicana; tuttavia individuò uno dei casi in cui la cultura dei matematici fu portata dalla sua logica interna a liberarsi da concezioni filosofiche (nel senso di aprioristiche e puramente qualitative), aprendo così la via ad una epistemologia della comunità scientifica, svincolata da opzioni metafisiche di scuola.

Così, per questa fase della fortuna dell'Archimede «statico» si può forse proporre una conclusione generale difforme in parte da valutazioni usuali. *Epistemologicamente*, la statica archimedea è senz'altro una delle origini del modello di fisica matematica che si afferma in Italia nel periodo che va da Benedetti e Torricelli; *scientificamente*,

[32] «Quamvis ex dictis constet, omnes lineas directionis in centro mundi concurrere; ideoque quo magis distant a centro, eo magis inter se ipsas distare; tamen tanta est distantia a centro, ut haec maior vel minor linearum directionis distantia nullo sensu percipi, nulla ratione dijudicari queat. Et quoniam de rebus naturalibus agimus; quae palmis, pedibus, atque aliis physicis mensuris dijudicandae sunt: ideo mathematicas subtilitas praetermittendas censemus, ac de directionis lineis haud secus iudicandum, quam si essent parallelae» (VILLAPANDO J. B. 1604, p. 320. V. era spagnolo, e la sua prima formazione matematica avvenne in patria; tuttavia pubblicò questo testo quando si trovava da più di dieci anni nel Collegio Romano, accanto a Clavio e C. Grienberger: esistono molte prove dell'influenza di questi autori su di lui, ed in questo senso le sue considerazioni possono venir usate per esemplificare una situazione italiana).

[33] Come si mostrerà brevemente in seguito, la diffusione delle obiezioni al parallelismo delle *lineae directionis* fu tale che ancora mezzo secolo dopo un autore del livello di Torricelli ritenne di confutarle espressamente, nel proemio al *De dimensione parabolae*. Perfino nei primi anni del secolo XVIII un logico così eminente come G. Saccheri mantenne dignità all'obiezione, sviluppando una statica che abbandonava l'ipotesi del parallelismo: «Neque enim de more contemplabimur gravia, tanquam infinite dissita a centro; sed qualia apud nos sunt, ad unum commune centrum vergentia, sub directionibus haudquaquam parallelis» (SACCHERI G. 1708, *praefatio*).

invece, solo con importanti integrazioni essa poté dar luogo alla forma moderna della disciplina. In Italia questa si sviluppò per l'intervento di concetti cinematici e dinamici non archimedei nel corpo quasi assiomatico della dottrina degli *Equiponderanti* e dei *Galleggianti*. Lo sviluppo si attuò da Dal Monte a Galileo e Torricelli, e la forma dottrinale cui dette luogo si mantenne fino alla penetrazione piena in Italia della meccanica newtoniana; la si osserva quasi sistematizzata in un'opera *standard* di questa fase, il *De motionibus naturalibus* di Borelli.[34]

I.4. *Aspetti filosofici.*

Più volte è stata proposta una connessione tra la piena conoscenza dei lavori superstiti di Archimede e la «rivoluzione scientifica». Questo è avvenuto soprattutto in riferimento a Galileo, grande ammiratore del Siracusano, che asserì la superiore fecondità in fisica di procedure di tipo archimedeo rispetto alle aristoteliche. Alcuni sostenitori della connessione, come Koiré, hanno considerato il nesso Archimede-Galileo come uno dei canali (forse il principale) dell'influenza decisiva, per la rivoluzione scientifica, di ciò che chiamano «platonismo matematico». Questa tesi sembra implicare (anche se formulazioni nette in tal senso sono rare) che all'origine di tale «rivoluzione» non fossero idee o caratteri peculiari dell'opera di Archimede, ma un insieme di tesi o criteri ontologici, cosmologici e epistemologici giunti a lui da una tradizione non aristotelica e da lui usati per lo più implicitamente (anche se l'eccellenza tecnica dei modi in cui li usò ne rese evidente il potenziale). Questa posizione interpretativa si può dire «filosofica», poiché: A) sembra assumere che la ricerca scientifica concreta, o le teorie e risultati che ne derivano, non possano essere matrice adeguata per orientamenti (o mutamenti) concettuali molto profondi al proprio interno; B) considera orientamenti e mutamenti come effetto dell'intervento nel discorso scientifico di concezioni elaborate a livello più generale (filosofico in senso lato); C) suppone che la fase originaria di questa elaborazione (usualmente opera di «filosofi», non di «scienziati» possa trarre elementi anche dalla ricerca scientifica, senza però derivarne strettamente. La onnicomprensività e vaghezza di questo approccio lo rendono più espressivo di preferenze personali che confermabile su un terreno storico concreto.[35] Questo giustifica i tentativi contrapposti di far derivare l'influsso di Archimede sulla nuova scienza, e specificamente su Galileo, non da connotati generalissimi che egli avrebbe condiviso, ma non originato, ma dalle caratteristiche concrete del suo modello scientifico.[36] Qui non interessa sostenere, e neppure discutere, alcuna di queste posizioni o altre che sono state, o possono essere formulate. Sarà sufficiente accennare (non risolvere, né analizzare a fondo) alcune questioni più ristrette e propedeutiche: quali elementi di una difformità «filosofica» di Archimede furono percepiti come rilevanti in Italia, nel Cinquecento e primo Seicento? E di conseguenza: i giudizi espressi su questi elementi dai filosofi di formazione tradizionale e dalla comunità dei «matematici» (nel senso pregnante che il termine aveva allora) furono sufficientemente differenziati da suggerire che possano essere stati una origine (non la sola) di una divaricazione epistemologica tra le due comunità, e della configurazione moderna della scienza matematica della natura?

La fisica archimedea è una fisica quantitativa non sperimentale. Questo suona ovvio; ma, ancora una volta, l'implicazione di un fatto ovvio può non essere tale. Ciò risulta evidente dalla formulazione di alcune domande: quali situazioni, proprietà, eventi erano considerati «quantità» nella cultura del periodo?[37] Questi aspetti coincidevano

[34] Dopo aver premesso che la *suppositio* di Archimede nei *Galleggianti* è del tutto corretta, il matematico napoletano aggiunge che la sua formulazione è in parte oscura, cosicché gli è parso di dedurla «ex principiis magis notis, et evidentibus». Esordisce così da considerazioni generali di centrobarica e da una riformulazione del principio torricelliano secondo cui il moto naturale di un corpo si ha solo per abbassamento del baricentro (Borelli G. A. 1670, pp. 4 sgg.).

[35] Naturalmente, queste difficoltà sono condivise dai tentativi di collegare la nuova scienza (ancora, essenzialmente, attraverso Galileo) a certi aspetti delle metodologie aristoteliche del Rinascimento o alla fisica tardoscolastica.

[36] Un punto di vista di questo genere è stato espresso, in questo convegno, da J. Hoyrup (si veda il suo scritto in questo volume: *Archimedism, not Platonism: on a malleable ideology of Renaissance mathematicians*). Quanto è noto della situazione di filosofia, fisica e matematica in Italia tra 1550 e 1600 non è, probabilmente, ancora sufficiente a consentire una verifica probante di queste tesi, o di altre concepibili. Su un piano generale, basta osservare che in tentativi del secondo genere i punti A e B non mantengono la loro validità; essi perciò implicano una concezione meno semplice (e meno configurabile a priori) delle interrelazioni tra aspetti filosofici e scientifici.

[37] Per l'atteggiamento essenzialistico ancora prevalente nel periodo, questa domanda non può essere considerata equivalente alla richiesta di elencare gli aspetti della realtà suscettibili di misura. L'equivalenza si stabilì al termine di un processo di cui qui si considera una fase iniziale.

con (o comprendevano) quelli trattati come tali da Archimede? Le quantità fisiche al cui studio si dedicò prevalentemente la «nuova scienza» degli inizi del Seicento furono quelle archimedee, o altre? Se furono altre, è tuttavia corretto dire che il modello di studio del Siracusano fu assunto come paradigmatico?

Per queste domande non è stata ancora elaborata, su un terreno strettamente storico, una risposta completa ed univoca, cosicché qui si tenterà solo di delineare la situazione in alcuni punti. Il suo centro concettuale fu il rapporto fisica-matematica configuratosi nell'aristotelismo tardo-scolastico; questo aristotelismo funzionava non solo come una teoria «fisica» accanto ad altre (di origine classica o recente), ma (in alcune sue parti) come una metateoria nel cui quadro, categoriale e linguistico, erano discusse la accettabilità e la verificabilità di ogni singola dottrina fisica (sia di quelle contenute nello stesso *corpus* aristotelico, sia di loro elaborazioni scolastiche, sia di dottrine eterogenee).[38] Posto questo, risulta immediatamente che l'insieme degli enunciati e metodi della «fisica» archimedea in parte era atto ad essere discusso nel contesto della *physica* tradizionale, in parte ne contraddiceva alcuni presupposti. Perciò la diffusione ampia dell'Archimede fisico (avvenuta, come detto, solo nel secondo Cinquecento) doveva originare, e originò, dibattiti sia «fisici» che «filosofici». Va anzi osservato che, sia perché la statica degli *Equiponderanti* e quella delle *Quaestiones mechanicae* non portavano a risultati distintamente diversi, sia per l'assenza già rilevata di una dottrina speciale aristotelica in idrostatica, prima del dibattito originato dal *Discorso* idraulico di Galilei le saltuarie obiezioni alla statica archimedea furono molto più «filosofiche» che fattuali.[39]

[38] Naturalmente, l'aristotelismo rinascimentale era lontano dall'essere un corpo dottrinale unitario. Tuttavia, certi connotati categoriali funzionavano come presupposti «oggettivi» di analisi per la generalità dei suoi appartenenti. Ad esempio, l'importante dibattito italiano «de certitudine mathematicarum», che da circa il 1550 a circa il 1615 coinvolse autori come F. Delfino, A. Piccolomini, G. Moleto, G. Biancani e vari altri, pur dando luogo a tesi significativamente diverse, e anche contrapposte, si svolse entro un quadro di riferimento, insieme concettuale e lessicale, del tutto aristotelico.

[39] Si intende qui per fattuale (o fisica) ogni valutazione delle implicazioni empiriche di una teoria; per filosofica, ogni valutazione dei connotati concettuali della teoria, considerati in astrazione dal valore di verità degli asserti che ne derivano. In senso rigido, tuttavia, una tale distinzione (qui usata euristicamente) è più attuale che riferibile all'epoca in esame; a rigore, occorrerebbe dire che la cultura «fisica» del periodo possedeva sia criteri di verità (di «conferma empirica» dei suoi enunciati, nei limiti in cui tale nozione può essere riferita al '500), sia criteri di accettabilità (requisiti per ogni dottrina proposta come teoria fisica).

Un esempio istruttivo di accettazione «fisica» e rifiuto «filosofico» di enunciati archimedei

Questo fu il sottofondo storico-concettuale di obiezioni extratecniche mosse ad Archimede nel tardo Cinquecento, che giudicate in astratto possono apparire bizzarrie, fraintendimenti o argomenti puramente verbali, e permette di tracciarne una tipologia. Una prima classe di obiezioni, la più comune ed estesa, riguardò il fatto che le dottrine archimedee in statica avevano significato matematico e non fisico, concernendo grandezze geometriche e non corpi; si sostenne che una loro capacità di descrivere esattamente il comportamento di oggetti naturali era da escludere (e, comunque, poteva essere solo occasionale, non necessaria e universale). Il fondamento di questo tipo di obiezione, e la sua capacità di ostacolare l'affermazione di procedure misurative in fisica, si comprendono pienamente solo scomponendolo in significati parziali distinti; a ognuno di questi furono allora attribuiti peso e giustificazione diversi, e tale diversità si mantiene in parte in una valutazione attuale.

Un primo significato (in certo senso il più ovvio, e oggetto delle critiche più frequenti) fu quello di opposizione a una scienza matematica dei pesi sviluppata (come avviene negli *Equiponderanti*) in riferimento a figure piane, per definizione prive di peso.[40] La distinzione aristotelica degli enti matematici da quelli fisici aveva un rigido carattere ontologico, per il quale il peso risultava una «qualità» intrinsecamente non matematica, né studiabile attraverso le caratteristiche

(quelli idrostatici) si ha nel *De motu* di Francesco Buonamico. Questo autore ammette una sostanziale corrispondenza della dottrina archimedea con i fenomeni (tranne che per fatti quali il galleggiamento di lamine metalliche e di corpi molto piccoli, poi considerati da Galileo), ma ne rifiuta i presupposti: «Propterea tanti faciemus has caussas a mathematicis approbatas quantum cum corporum propensione consentiunt, et accipiemus ea quae sequuntur; ex quibus illa sequuntur, omittemus, et quod per humidum quidque quocunque moveatur, ad facilem difficilemque medii partitionem deducamus» (Buonamico 1591, p. 494; cfr. anche p. 446).

[40] A questa critica, come a quella circa l'ipotesi del parallelismo delle *lineae directionum* dei gravi appesi a una bilancia, Galileo rispose già nelle note giovanili *De Motu*: «Hic autem non me praeterit, posse aliquem obiicere, me ... supponere quod falsum est: nempe, suspensa pondera ex lance, cum lance angulos rectos continere. ... His responderem, me sub suprahumani Archimedis ... alis memet protegere. Ipse enim hoc idem in sua Parabolae quadratura supposuit. ... Quare, aut dicendum erit, suspensa pondera vere cum lance rectos continere angulos, aut nihil referre si rectos contineant, sed tantum sufficere ut aequales sint; quod forte probabilius erit: nisi velimus dicere, hanc potius esse geometricam licentiam; sicut dum idem Archimedes supponit, superficies habere gravitatem, et alteram altera graviorem esse, cum tamen revera omni sint expertes gravitate» (Galilei G. 1968, I, p. 300). Sull'assunto del parallelismo delle *lineae directionis* Galileo tornerà poi più volte, fino ai *Discorsi*. A obiezioni di questo genere L. Valerio dedicò una risposta molto elaborata e di notevole interesse logico, messa in luce recentemente (Napolitani P. D. 1982, pp. 59-68).

geometriche del corpo che la possedeva; per questo, l'attribuzione di situazioni di equilibrio o non equilibrio (e perciò anche di movimento) a figure piane non era percepita come un semplice espediente euristico, ma come manifestazione di un errore di fondo che rendeva non scientifica la dottrina che ne dipendeva, indipendentemente dalla corrispondenza dei suoi risultati ai fenomeni.

A questo primo significato se ne collegava un secondo, quello di opposizione alla identificazione del peso come una «quantità», che pareva intrinseca alla trattazione archimedea della statica come studio di rapporti tra grandezze.[41] Risulta difficile anche solo enunciare in termini moderni la ragioni dell'opposizione, interne alla ontologia (e dunque al lessico) dell'aristotelismo scolastico. Si può solo accennarle dicendo che nella dottrina corrente erano considerati «quantità» gli aspetti di oggetti fisici identificabili come base «reale» degli enti formali della matematica: in linea di principio, quindi, solo gli aspetti dimensionali e metrici delle figure, tra i quali non rientrava il peso. Come proprietà fisica, questo poteva apparire più simile a proprietà quali la ruvidezza, la fluidità o la flessibilità; inoltre il suo essere connesso (mediante la teoria dei «luoghi naturali») alla posizione dell'oggetto faceva escludere che si trattasse di una proprietà necessaria e permanente, ciò che tendeva a privarlo dei connotati di universalità ed essenzialità (gli ordinari requisiti aristotelici per ciò che si assuma come oggetto di scienza). In questa connessione, la situazione della proprietà «peso» era ancor più limitativa di quella della proprietà «velocità», il cui studio quantitativo, avviato nella tarda scolastica, proprio per quest'ordine di ragioni era soggiaciuto a vincoli concettuali profondi.

Un terzo significato si collegava al fatto che lo spazio della statica archimedea è quello isotropo della geometria, non quello anisotropo della fisica aristotelica. Quest'ultimo era suddiviso in regioni che (in parziale analogia con i moderni campi di forza) davano origine (e/o valore diverso) a specifiche tendenze dei corpi che vi si trovavano, ciò che non aveva alcun corrispettivo nello spazio geometrico.[42] In

---

[41] Una critica articolata a questo tipo di obiezione si trova in RIVAULT D. 1615, pp. 145-149 (nella pref. al testo degli *Equiponderanti*).

[42] Sarebbe forse storicamente più accurato, ma equivalente ai fini presenti, dire che l'aristotelismo, negando la distinzione fisica tra estensione e materia, nagava la possibilità dell'esistenza di uno spazio non diviso in regioni caratterizzate peculiarmente. Uno studio del

un ambiente storico che recepiva prevalentemente questa impostazione, la statica di Archimede poteva essere giudicata erronea per motivi del tutto indipendenti dalla sua adeguatezza a predire i fenomeni reali: non solo (e non tanto) perché attribuiva un peso ad enti che per definizione ne sono privi, ma perché introduceva nello spazio «immaginario» del matematico fenomeni concepibili solo entro la struttura regionale della spazio fisico.[43] In questa luce, come già detto, l'assunto implicito di Archimede circa il parallelismo delle *lineae directionis* diveniva manifestazione d'un errore categoriale che privava di scientificità la statica geometrica, come da lui intesa. Si può brevemente osservare che pregiudiziali di simile natura non possono essere cancellate in breve per effetto di puri risultati tecnici, ma solo da un'evoluzione filosofica generale (logico-metafisica, epistemologica, cosmologica); nel caso specifico questa si attuò attraverso il Seicento. Questo spiega perché la pregiudiziale, come le altre già descritte o da descrivere, si manifestasse ancora durante quel secolo, e fino agli inizi del successivo; spiega anche perché, in quegli anni, le repliche delle personalità scientifiche già coinvolte in un nuovo clima mentale non poterono cancellarla del tutto. Questo vale, ad esempio, per la proposta di Torricelli di considerare il parallelismo archimedeo dei pesi come corrispondente alla situazione di una bilancia posta idealmente a una distanza indefinitamente grande dalla Terra.[44] Essa conteneva due assunti che

---

comportamento di corpi che tenesse conto delle sole proprietà metriche di un tale spazio appariva così un'incongruenza.

[43] La supposizione iniziale dei *Galleggianti* appare essere l'unica eccezione a questo carattere del discorso di Archimede. Tuttavia essa si limita ad enunciare il modo in cui si distribuisce un liquido nel caso che le sue parti gravitino verso un punto unico (nozione che non può dirsi peculiare di Aristotele, quale che fosse la fonte da cui Archimede la trasse) e non contiene altro di aristotelico. Inoltre negli stessi *Galleggianti* la supposizione è utilizzata solo in poche dimostrazioni iniziali; nel l. II, come negli *Equiponderanti*, le *lineae directionis* sono trattate come parallele.

[44] Il brano rilevante, nel proemio al *De dimensione parabolae*, merita una citazione per esteso, anche perché documenta la diffusione delle pregiudiziali considerate: «Solent ab eruditis culpari figurarum Geometricarum dimensiones, quae Mecanicis fundamentis innixae stabiliuntur, tam quam duplex falsum supponant: alterum, quod superficiem gravitatem non habentes, habere tamen concipiuntur; alterum vero, quod fila quae magnitudines ad libram suspendunt aequidistantia supponuntur, cum tamen in centro terrae concurrere debeant. Ego vere in ea sum sententia, vel nullam ex his suppositionibus esse falsam, vel reliqua omnia principia Geometriae falsa existere eodem modo. Falsum enim est, quod circulus habeat centrum, sphaera superficiem, conus soliditatem ... Necesse igitur erit fateri quod circuli centrum, superficies sphaerae, soliditas coni, et reliqua huiusmodi non controversa, nullam aliam habeant existentiam, praeter illam quam accipiunt per definitionem, et per intellectum. Eodem prorsus modo gravitas est in figuris Geometricis, quomodo in iisdem est centrum, perimeter, superficies, soli-

all'aristotelico non solo sembravano non provati, ma anche forse impossibili da provare: che le proprietà di uno spazio geometrico siano identiche a quelle di uno spazio fisico infinitizzato; che sia giustificato considerare dotato di peso un corpo posto nello spazio fisico a distanza grandissima da altri (il che sembra implicare che Torricelli, come Galileo, non considerava la gravità una funzione della distanza; o anche che riteneva che il peso si possa trattare, senza pregiudizio per la consistenza scientifica della disciplina, come una proprietà costitutiva dei corpi, indipendente dalle loro relazioni con altri). Visti in questo contesto, certi tentativi tardi di formulare una statica non vincolata all'assunto del parallelismo, come quello di Saccheri nella *Neostatica*, risultano qualcosa di più e di diverso da manifestazioni marginali di purismo: in senso proprio, si possono considerare tentativi di descrivere fenomeni fisici entro la geometria dell'unico spazio (fisico) in cui possono verificarsi. Questo non elimina la constatazione della loro marginalità negli sviluppi della meccanica moderna; tuttavia oggi (anche senza attenuare in alcun modo l'entità delle differenze tra un cosmo aristotelico e uno post-einsteiniano) può far attribuire loro almeno alcune motivazioni significative, e al loro studio un interesse più che erudito o archeologico.

Una seconda classe di obiezioni riguardò la congruenza della fisica archimedea con un aspetto speciale di quella aristotelica, rilevante per la teoria del peso, e dunque per la statica. Si tratta della opposizione

ditas, etc.». Quanto alla seconda obiezione, Torricelli aggiunge: «Verum tamen si eadem libra, licet corporea, consideretur non in superficie terrae, sed in altissimis regionibus ultra orbem solis; tum fila (dummodo adhuc ad terrae centrum respiciant) multo minus convergentia inter se erunt; sed quasi aequidistantia. Concipiamus iam ipsam libram Mecanicam ultra stellatam libram firmamenti in infinitam distantiam esse provectam; quis non intelligit fila suspensionum iam non amplius convergentia, sed exacte parallela fore? ... Quis igitur mihi hoc negaverit, si libeat considerare figuras appensas ad libram, quae quidem libra ultra mundi confinium in infinita distantia remota supponatur? ... Tunc itaque falsum dici poterit fundamentum Mecanicum, nempe fila librae parallela esse, quando magnitudines ad libram appensae fisicae sint, realesque, et ad terrae centrum conspirantes. Non autem falsum erit, quando magnitudines (sive abstractae, sive concretae sint) ... ad aliquod punctum infinite distans connitantur» (TORRICELLI 1919, I, 1, pp. 95-98). Nella parte centrale del Seicento l'intera questione dei rapporti tra «matematica» e «fisica» (più propriamente, del rapporto tra enti matematici e corpi e dell'impiego in matematica di concetti e procedure fisiche, e viceversa) ricevette una trattazione approfondita nelle *Scene accademiche* di Antonio Nardi. I contenuti delle *Scene*, inedite (si conservano nel ms. Galil. 130 della Bibl. Naz. di Firenze) e mai studiate a fondo nell'aspetto scientifico, superano di molto l'argomento qui affrontato. Basterà osservare che, nell'ambito della questione generale accennata, Nardi discute più volte specificamente i problemi posti dalle procedure archimedee, e particolarmente la legittimità dell'impiego di procedure statiche in geometria.

aristotelica tra «pesantezza» e «leggerezza» (detto in altro modo, della esistenza di pesantezza e leggerezza assolute o della tesi che le due parole designano tendenze che i corpi manifestano allorché si trovano, rispettivamente, sopra e sotto il loro «luogo naturale»). La spiegazione archimedea dell'immersione e del galleggiamento in termini di rapporti ponderali tra volumi identici di varie sostanze, se generalizzata, poteva essere interpretata come negazione dell'esistenza della «leggerezza positiva», quindi come rifiuto della teoria dei luoghi naturali. Nell'epoca molti (e tra essi usualmente i «matematici») sostennero che Archimede, occupandosi di immersione o galleggiamento di solidi (idealizzati) in liquidi, non aveva asserito alcunché di fattualmente contrastante con la teoria aristotelica; tuttavia l'eterogeneità concettuale dei suoi criteri esplicativi rispetto a quelli peripatetici parve talora così netta da implicare senz'altro la sua adesione alla tesi, riferita agli atomisti e a Platone, della pesantezza universale dei corpi. Poiché, per un aristotelico, questa era stata esclusa dallo Stagirita con argomentazioni conclusive, ne risultava che l'idrostatica dei *Galleggianti*, se pure esatta a livello descrittivo, era falsa come teoria fisica.[45]

[45] Questo tipo di reazione è esemplificativo dal passo di Buonamico citato nella nota 39. Esso fu prevalente tra i filosofi, ma non unanime; il seguente passo di G. Mazzoni, docente a Pisa e amico di Galileo, intese essere probabilmente (anche se oscuramente) una difesa della tesi dei *mathematici*: costoro «in primis supponunt ex libro Archimedis de insidentibus motum prodire a virtute motrice. Virtus autem motrix deorsum impellens corpora est gravitas, quemadmodum et illa, quae rursus attollit corpora gravia, est vis corporis gravioris extrudens minus grave ex demonstratis ab Archimede in principio eiusdem libri de insidentibus» (MAZZONI G. 1597, p. 190. Le idee di M. sono oggetto di una specifica comunicazione in questo volume; basti qui notare che la sua posizione non fu costantemente di tipo «moderno»: nell'opera già citata, alle pp. 129-134, egli sostenne la falsità dell'eliocentrismo). Interessa il modo in cui Galileo, nel suo *Discorso* idraulico, discusse il passo di Buonamico. Egli negò che la teoria archimedea del movimento dei solidi nei liquidi dipendesse da una teoria generale su natura e causa del peso – e dunque anche che ne contraddicesse una o più altre; tuttavia, dopo questa premessa filologicamente e logicamente ineccepibile, introdusse una difesa della teoria della pesantezza universale dei corpi (il che può significare che anche per lui, in linea storica se non logica, il pensiero archimedeo si collegava ad una cosmologia – se non senz'altro a una fisica – non aristotelica) (GALILEI G. 1968, IV, pp. 80-85). Nel tardo Cinquecento la grande impressione suscitata dalle opere del Siracusano e l'evidente peculiarità del suo metodo rispetto alla «fisica» di modello filosofico suscitò in alcuni l'esigenza di stabilire se fosse esistita una matrice filosofica delle sue idee e procedure; tuttavia la scarsità degli appigli reperibili nei suoi testi e una conoscenza parziale, e spesso solo dossografica, delle filosofie naturali greche non aristoteliche non consentirono risposte approfondite. Così Baldi optò per un'origine pitagorica, ma senza poter sostanziare questo giudizio con argomenti di rilievo (BALDI B. 1887, pp. 36-38). La posizione usuale dei «matematici» che desideravano mantenere la demarcazione tradizionale tra la loro disciplina e la *physica* fu espressa chiaramente in GUEVARA G. 1627, p. 10: il «mecha-

Un'ultima classe di rilievi fu originata dal fatto che le dimostrazioni degli *Equiponderanti* e dei *Galleggianti*, se considerate come modello per spiegazioni fisiche, sembravano rendere canonica la restrizione dei parametri rilevanti in ogni spiegazione ai soli dati dimensionali, intesi in modo rigido. Non si tratta solo del fatto che negli *Equiponderanti* si assume senza dimostrazione che l'azione di un corpo su una bilancia dipenda solo dal peso e dalla posizione del suo centro di gravità.[46] Fu criticata la circostanza generale che nei fenomeni statici (e in particolare idrostatici) Archimede, a parte il peso e il movimento, facesse intervenire solo quei connotati dei corpi che hanno una corrispondenza nei solidi geometrici. Questa sua procedura fu interpretata (in modo sicuramente inaccurato sul piano storico, ma non del tutto tale in riferimento a certe discussioni dell'epoca) come asserzione di una tesi generale: l'irrilevanza per la spiegazione fisica di proprietà o caratteri che l'aristotelismo, denominandoli «qualità», considerava non qualitativi nella loro essenza. La questione sarà in seguito sviluppata dagli aristotelici nei confronti di autori come Galileo o Descartes, che parvero generalizzare l'atteggiamento archimedeo; nei confronti di Archimede, pur venendo già enunciata nei suoi connotati generali, la si trova riferita principalmente all'esclusione dalla sua idrostatica di una *vis* o *virtus* di coesione nei liquidi, che avrebbe invalidato la sua analisi dei fattori del galleggiamento, particolarmente per corpi molto piccoli e per quelli aventi una superficie molto ampia in rapporto al peso.[47]

Una analisi adeguata di queste critiche e della loro diffusione mostrerebbe che esse furono associate costantemente ai dibattiti tra i seguaci della «nuova scienza» e quelli della vecchia filosofia naturale;

---

nicus» (l'appartenente alla tradizione archimedea) non considera *gravitas* e *levitas* «simpliciter et secundum se», come il *physicus*, ma solo «respective». In un'area d'indagine così definita, accertare se un corpo sale perché «leggero» o perché spinto verso l'alto da corpi di maggior peso specifico risulta irrilevante.

[46] DIJKSTERHUIS E. J. 1989 discute specificamente (nel cap. IX) i motivi dell'assenza in Archimede di considerazioni relative alla forma.

[47] Una formulazione generale dell'opposizione degli aristotelici all'identificazione tra fattori esplicativi dei fenomeni e «quantità» si trova, ad esempio, in BORRI G. 1575, pp. 32-35 (parte I, cap. XIX: «Definitio, qua grave, et leve a Platone definitur, exploditur, et corpora nec ex figuris, ut Plato, nec ex numeris ut Pythagoras augmentari posse demonstratur»). Questo atteggiamento, in forma più specifica, si trova poi ampiamente documentato negli scritti dei critici aristotelici dell'idrostatica galileiana, alcuni dei quali lo estendono esplicitamente ad Archimede.

in qualche misura, quindi, la loro durata fu coestensiva a quella della «rivoluzione» del secolo XVII. Questo mantenne alle dottrine di Archimede un valore paradigmatico anche quando emersero certi loro limiti; i novatori sostennero certe loro implicazioni, o quelle che valutavano tali, anche quando erano fattualmente inesatte (come avvenne a Galileo nel negare una coesione nei liquidi). Si è così di fronte a due fatti importanti, il primo concettualmente, il secondo storicamente: l'influenza, nella nascente scienza sperimentale, di assunzioni pre-osservative e pre-sperimentali quanto alla delimitazione dei possibili modi di spiegazione di fatti osservati; il ruolo di Archimede come origine (o tramite) di alcune delle più significative tra tali assunzioni.

II. Mutamento del ruolo di Archimede durante il Seicento.

La fase concettuale descritta finora si estende dal medio Cinquecento ai primi decenni del Seicento. Essa cessò col mutamento di alcune condizioni, non simultanee (anche se si osserverà che tra alcune di esse si dette una sostanziale sincronia) né solo relative ai contenuti delle discipline, ma anche didattico-istituzionali. Una considerazione separata delle condizioni che appaiono più influenti è, così, una via opportuna per apprezzare il mutamento del ruolo di Archimede nella scienza italiana dopo Galileo.

II.1. *Mutamento del ruolo dei classici.*

Se il termine «manuale» viene usato in modo sufficientemente definito, risulta corretto dire che il Cinquecento e primo Seicento italiani non conobbero manuali di geometria, meccanica, astronomia.[48]

---

[48] Questo non fu il caso di discipline di calcolo come l'aritmetica e l'algebra. Fin dal medio evo queste avevano una tradizione manualistica discretamente ricca, che negli ultimi anni del Cinquecento e nei primi del Seicento fu allineata ai progressi della ricerca da autori del livello di Bombelli e Clavio (di solito, invece, la manualistica geometrica di cui è possibile parlare consisteva in semplici epitomi dei primi libri degli *Elementi*). Sulle ragioni di tale evoluzione differenziata non esistono analisi approfondite; si può forse ipotizzare che sia in qualche modo da correlare al fatto che le discipline di calcolo erano essenzialmente extrauniversitarie, connessse alle attività tecnico-mercantili ed insegnate di regola in scuole pratiche: questo potrebbe spiegare l'evolvere della loro presentazione verso la forma del manuale (sviluppo del prontuario), non verso quella «colta» del commentario.

Questa affermazione può sembrare in contrasto con l'uso didattico abituale di una delle varie edizioni (complete o parziali) degli *Elementi* di Euclide, testo manualistico per antonomasia. Tuttavia, gli *Elementi* non includevano gli sviluppi ellenistici della geometria posteriori ad Euclide, che nel Rinascimento erano ormai parte di un *curriculum* matematico qualificato: costruzione apolloniana delle coniche; teoria dei centri di gravità; misure di curve, aree e volumi particolari; proiezioni della sfera sul piano; etc. A queste carenze i commenti cinquecenteschi all'opera – come si osseva chiaramente nell'esempio più ampio e qualificato del genere, gli *Euclidis Elementorum Libri XV* di Cristoforo Clavio – cercavano di supplire aggiungendo materiali non euclidei in certi luoghi del testo, che potevano eguagliare o superare in quantità le proposizioni originarie. Tuttavia questi inserimenti dipendevano dagli interessi e conoscenze personali del commentatore, erano condizionati dalla struttura del testo euclideo e spesso arricchivano l'apparato di casi e risultati inessenziali. Perciò le aggiunte risultavano non di rado disorganiche ed estrinseche, non formando un tutto sistematico con la struttura del testo di base. In sintesi, il commento cinquecentesco restava distinto da un manuale nel senso moderno (anche se talora inteso a svolgere una funzione corrispondente), perché era ancorato alla forma storica del testo cui si riferiva e, anche nei casi più evoluti, restava a metà tra un ordinamento storico-erudito e uno puramente logico dei materiali. Documenti biografici su matematici di professione e l'apparato delle citazioni nei loro scritti mostrano che la loro formazione risultò dallo studio del testo euclideo così integrato e dall'aggiunta ad esso dello studio indipendente di singoli altri testi di autori greci, medievali o recenti, più o meno «classici» ma mai veramente manualistici. Questo influì nel perpetuare certi connotati originali (spesso non compatibili con le loro relazioni concettuali profonde). Questo vale non solo per la generazione di Galileo, ma per quella dei suoi allievi diretti e per la successiva (cui appartennero uomini come Cavalieri, Torricelli, Borelli).

Le stesse considerazioni, con le modifiche del caso, valgono per la meccanica e l'astronomia. Quanto alla prima, come già ricordato, le partizioni didattiche e dottrinali vigenti nel Cinquecento, che si riflettevano nella divisione in generi della letteratura scientifico-filosofica, non avevano spazio per una «meccanica» nel senso generale che il termine cominciò ad assumere con Galileo. Secondo l'uso greco, la parola seguitava ad essere riferita alla teoria delle macchine sem-

plici, che includeva la parte archimedea della statica.[49] Lo studio del moto dei proiettili fu oggetto di non molti scritti speciali, dovuti per lo più a matematici, e fu distinto sia dalla meccanica (nel senso anzidetto) che dall'analisi generale del moto. Quest'ultima era argomento interamente «filosofico», cioè appartenente alla competenza dei filosofi naturali e didatticamente incluso nei loro corsi. I matematici che se ne occuparono (tra gli altri Tartaglia, Cardano, Benedetti) lo fecero tangenzialmente ai loro impegni più professionali, e studiarono prevalentemente le *proportiones motuum*, il settore della teoria scolastica del moto che fin dal medio evo era stato più matematizzato (soprattutto dai *calculatores* oxoniensi). Tra le varie conseguenze di questa situazione (alcune delle quali già menzionate) vi fu quella di impedire molto a lungo la comparsa di un'opera generale di meccanica secondo l'accezione moderna del termine: anche i *Discorsi* galileiani non lo furono ancora, sia per la forma compositiva che per incompletezza strutturale.[50] Questo fatto non contrasta con quanto detto sulle influenze reciproche tra le parti della meccanica datesi già nel Cinquecento (uso di concetti cinematici e dinamici in statica, ma anche uso di concetti statici in cinematica).[51] Una sintesi manualistica presupponeva il coordinamento di testi e modi di trattazione distinti, reso possibile da impostazioni unificanti: di questa sintesi, in meccanica, l'opera di Galileo pose solo i fondamenti. Solo a partire dalla metà del Seicento l'affermazione delle nuove impostazioni ed il cumularsi di risultati fecero sí che la meccanica – nel senso moderno della parola – ricevesse esposizioni complessive e sistematiche.[52] In queste, i connotati

[49] Solo in questa accezione ristretta la disciplina possedette un manuale sostanzialmente completo: il *Mechanicorum liber* (Dal Monte G. U. 1577).

[50] Le opere meccaniche di Borelli (Borelli G. A. 1667 e 1670) includono tendenzialmente tutti gli sviluppi secenteschi della disciplina, ma non costituiscono un trattato unico. Questo compare solo con i *Mechanicorum libri octo* di Paolo Casati (Casati P. 1684), posteriori di quasi mezzo secolo ai *Discorsi* galileiani (anche se l'autore aveva iniziato a lavorarvi molto prima).

[51] Come nella discussione di G. B. Benedetti della caduta dei gravi nei termini della differenza tra la loro *gravitas in specie* e quella del mezzo, che nel sec. XVI costituì la prima – e di gran lunga più interessante – estensione concettuale dell'idrostatica archimedea in area italiana (Benedetti G. B. 1553, nella presentazione dell'opera a G. de Guzman; Benedetti 1554. Su queste opere: Koyrè A. 1959; Maccagni C. 1967).

[52] Questo dato cronologico si può verificare esaminando l'elenco dei «Compendi e trattati di meccanica» in Riccardi P. 1952 (II, pp. 89-90). Nei limiti connessi a giudizi di questo tipo, si può forse dire che il primo trattato italiano di meccanica, nel senso qui inteso, sia Casati P. 1684.

originari della statica archimedea (impostazione quasi assiomatica; enunciazione dei fatti fisici di base in termine di proporzioni tra grandezze) si attenuarono o scomparvero, dato che quei fatti (ed altri, pure statici, non considerati da Archimede) vennero a configurarsi come casi limite di situazioni cinematiche e/o dinamiche, per la cui interpretazione erano impiegati concetti diversi da quelli della pura teoria delle grandezze. I risultati archimedei continuarono naturalmente ad essere proposti, ma sempre più come parte integrante del nuovo contesto e sempre meno nella loro precisa fisionomia storico-logica. Anche per essi, così, avvenne quanto avvenne per i contributi di Archimede in matematica pura: furono coinvolti in un processo che sostituì progressivamente nessi sistematici (estranei al loro autore) alla filiazione storica delle dottrine meccaniche.

Il caso dell'astronomia è irrilevante per un esame dell'influenza di Archimede (a parte l'interesse storico della dimensione attribuita all'universo nell'*Arenario*), e si può qui trascurare.[53] Anche per essa, comunque, è vero che l'evoluzione della manualistica ebbe due determinanti: l'esigenza didattica di fornire in un tempo limitato tutti i contenuti ritenuti essenziali per una formazione disciplinare; quella dottrinale di connetterli in un unico ordine logico, che ne rendesse i nessi chiari e percorribili con un itinerario determinato (ciò che implicava l'astrazione da differenze di autore e di impostazione e l'irrilevanza dei modi storici di filiazione delle dottrine).[54]

In tale modo, in geometria, la struttura degli *Elementi* euclidei, attraverso generalizzazioni, semplificazioni ed aggiunte divenne quella dei manuali didattici di geometria del tardo Seicento e del Settecento. Questo processo modificò decisamente l'influenza dei classici matematici greci nella formazione delle nuove generazioni di ricercatori. La geometria delle coniche e la centrobarica, ad esempio, cessarono progressivamente di essere delle aree separate di discorso, ognuna riferibile al testo specifico di un autore con un proprio apparato di definizioni, assiomi e procedure, ma parti diverse di un unico discorso matematico, tendenzialmente unificate nel linguaggio e nelle impostazioni. Analogamente i risultati statici di Archimede, nell'interscambio concettuale con la *scientia ponderum* medievale e la nuova scienza del moto, persero il carattere concettuale specifico e isolato che possedevano nei suoi testi. Per effetto di questo, i matematici formatisi in questa fase iniziarono a sentire i connotati tradizionali di aree di ricerca o di singole questioni o dimostrazioni non più come diretti presupposti operativi, ma come dati storici.[55] Naturalmente il processo ebbe gradi e non fu uniforme nelle varie parti della matematica. Inoltre esso non produsse solo trattati complessivi o parziali, ma anche «sintesi» di singoli classici o *summae* del lavoro di singoli autori, tra i quali Archimede. In questo genere di opere si osservano le stesse tendenze già enunciate per i trattati; ad esempio, una «edizione» di Apollonio così condotta si avviava a divenire una esposizione organica di geometria delle coniche, connessa ai *Conici* dal contenuto ma largamente autonoma per ordine e tipo delle dimostrazioni e per la presenza di molti materiali nuovi.[56]

I mutamenti nell'atteggiamento verso i classici prodotti dall'emergere della letteratura manualistica in senso moderno vanno distinti da quelli prodotti dall'evoluzione concettuale della matematica durante il Seicento, il cui influsso sarà considerato a parte. La distinzione deriva anche dal fatto che la ristrutturazione dei testi e dei modi di esposizione prodotta dai manuali restò iscritta entro i limiti della geometria sintetica; di solito, essa consisté nel proporre un nuovo criterio (procedura, concetto, gruppo di assiomi) dal quale le proposizioni contenute in un classico (o l'intero settore della matematica tradizionalmente identificato con esso) erano deducibili in modo più generale, facile o produttivo. Perciò la loro incidenza sulla valutazione e l'uso dell'opera di Archimede non fu così radicale come quella dell'affermazione dei metodi algebrici ed infinitesimali in geometria, anche se

[53] Si può comunque ricordare che non esisteva un genere trattatistico che inglobasse l'intera teoria astronomica: questa si trovava suddivisa tra le *sphaerae* e le *theoricae planetarum*, mentre i suoi aspetti computistici, compresi i parametri di base desunti da serie storiche di osservazioni, erano inseriti nelle tavole.

[54] Senza qui esemplificare con titoli le due categorie, basterà osservare che la prima poteva sfociare in manuali di base (come le sintesi di vari gruppi di libri degli *Elementi*, numerose fino al secolo XIX), la seconda in manuali universitari, o comunque avanzati.

[55] Questo non equivale a dire che di regola i matematici del medio e tardo Seicento non lessero più i classici. Tuttavia questa lettura fece sempre meno parte dei meccanismi usuali di formazione; perciò in genere si spostò più avanti negli anni e assunse un significato di complemento culturale alla formazione specialistica.

[56] Un esempio chiarissimo è costituito dalle «edizioni» di Euclide, Apollonio e Archimede dovute a G. A. Borelli (1658 e 1679). Il suo ripensamento della materia, pur rimasto in termini di geometria sintetica, fu così generale che la parte iniziale dell'*Euclides restitutus* contiene una delle discussioni più interessanti del secolo XVII sulla struttura logica delle scienze deduttive (VASOLI C. 1969).

non può essere minimizzata. La «manualizzazione» della formazione in geometria favorì il passaggio da una cultura in qualche modo frammentata a un universo di discorso tendenzialmente unitario, le cui parti andavano perdendo l'originaria identificazione con singoli autori e i contenuti specifici delle loro opere. Questa «destoricizzazione» del discorso matematico riguardò, in modo marcato, anche Archimede. Contenuti e risultati del suo lavoro mantennero un posto importante nei manuali di studio superiore, ma per l'adozione di concetti sistematici nuovi risultarono sempre più fuso con quelli di altri autori, antichi e recenti, perdendo certi connotati caratterizzanti. Così la loro esemplarità mutò lentamente carattere: da quella propria di strumenti di uso diretto e specialistico divenne quella che si riconosce agli archetipi di una tradizione intellettuale. Questo mutamento, già iniziato durante la vita di Galileo, maturò durante gli anni che dividono le opere di Cavalieri e Torricelli da quelle di Mengoli, Borelli, Degli Angeli, Viviani.[57]

I.2. *La geometria archimedea e la rivoluzione analitica.*

Si è già detto (I.2) che fino all'inizio del secolo XVII in Italia la geometria avanzata fu in gran parte una geometria archimedea; lo confermano la produzione della scuola di Urbino, parti di quella di Clavio (e quanto è noto di quella dei suoi allievi, fino a G. de Saint Vincent), i lavori di Valerio e quelli giovanili di Galilei. Nel primo decennio del nuovo secolo si avviò un processo potenzialmente ricco di conseguenze, che però si esplicarono solo lentamente. Si tratta della incipiente algebrizzazione del discorso geometrico dovuta principalmente a Marino Ghetaldi; disponendo di una conoscenza di prima mano dell'algebra di Viète, egli l'applicò preferenzialmente a problemi di luoghi geometrici, *inclinationes* e *tactiones*, quali si riteneva che

[57] Va ricordato che gli anni 1640-80 vedono la nascita del *cursus mathematicus*, un trattato in uno o più volumi tendenzialmente comprensivo di tutte le discipline matematiche (secondo la classificazione tradizionale o altre variamente evolute), di solito di ampiezza e livello più che didattici. In Italia questo sviluppo fu più lento che altrove; negli anni qui considerati vi si osserva ancora una fase intermedia tra la semplice collezione di testi (con commenti variamente ordinati e sistematici) e una presentazione compatta. Ma proprio questa fase di transizione mette in chiaro l'avvio del processo di «destoricizzazione» dei testi di Archimede. Un esempio pertinente è offerto dalle enciclopedie matematiche del gesuita Mario Bettini (BETTINI M. 1642 e 1648).

fossero stati discussi nei libri allora ignoti dei *Conici* di Apollonio.[58] Questi tentativi di Ghetaldi hanno grande interesse in sé e come tappe verso la geometria analitica; tuttavia numerose dichiarazioni esplicite ed il lavoro svolto tra 1610 e 1640 da autori italiani o formatisi come specialisti in Italia (Sovero, Gloriosi, Guldin, Saint Vincent, Santini) mostrano che gli argomenti e i metodi di Archimede, come e più quelli di Apollonio, restarono centrali nella ricerca.[59] Anche in questo caso, dunque, il passaggio da un secolo al successivo non ha corrispettivo in un mutamento storico marcato; al più si può farlo corrispondere alla distinzione tra una fase in cui fu prevalente la ricezione ed una in cui lo furono lo sviluppo e la generalizzazione. Una vera transizione concettuale si può collocare attorno al 1640, a seguito di un fatto determinato: l'affermazione del metodo degli indivisibili seguita alla pubblicazione della *Geometria* di Bonaventura Cavalieri.[60] Per effetto delle applicazioni virtuosistiche che ne fecero Cavalieri stesso e poi Torricelli, Rocca, Degli Angeli, Viviani, il metodo si affermò tra i matematici italiani, particolarmente per le questioni di misura storicamente associate all'opera archimedea.

Questo non implica per le opere di Archimede una transizione subitanea dall'attualità scientifica al solo interesse storico. In primo luogo, è noto che il metodo degli indivisibili incontrò forti opposizioni, non limitate alla polemica Guldin-Cavalieri.[61] La sua affermazione piena richiese circa un ventennio, durante il quale i procedimenti tradizionali di esaustione ed il bagaglio euclideo rimasero la strumentazione usuale dei geometri.[62] È ben noto che anche i sostenitori di Cavalieri più geniali ed entusiasti, come Torricelli, fronteggiarono le accuse di scarso rigore dei loro fondamenti associando spesso alle dimostrazioni *more modernorum* altre *more antiquorum*: la possibilità di

[58] GHETALDI M. 1607 e 1630. Una sintesi degli studi recenti su Ghetaldi è in Napolitani P. D. 1988a.

[59] Ad esempio, lavori su temi archimedei, rimasti inediti, sono documentati per B. Cristini (matematico dei Savoia tra i secoli XVI e XVII), il gesuita Bernardino Salino (matematico nei collegi di Milano e Genova nello stesso periodo) e il confratello G. Biancani, ex-studente con Clavio e matematico del collegio di Parma (morto nel 1624).

[60] CAVALIERI B. 1635.

[61] Una analisi ampia in GIUSTI E. 1980.

[62] Manca una storia unitaria della geometria cavalieriana; al momento si è ancora costretti a configurarla per somma di frammenti. Nelle grandi linee essa si esaurì nel tardo Seicento, al termine della produzione di S. Degli Angeli e Viviani, morti rispettivamente en 1697 e 1703; qualche lavoro significativo si ebbe però ancora nel primo Settecento.

fornire prove di tipo tradizionale per proposizioni già dimostrate mediante gli indivisibili valeva come una sorta di conferma *a posteriori* del metodo. In secondo luogo, quale che sia il giudizio attuale, Cavalieri e i seguaci non considerarono il loro metodo come propriamente non archimedeo. Si è già osservato che i matematici-filologi del Cinquecento avevano avvertito che l'apparato dimostrativo impiegato negli scritti di Archimede doveva essere diverso dal suo apparato euristico; più volte, da Maurolico a Valerio, avevano individuato una componente del secondo in una geometria «statica». Un'altra componente era stata indicata – con chiarezza variabile – in una procedura già impiegata occasionalmente ed intuitivamente dal Medio Evo e ancora presente in Galileo: la considerazione degli enti geometrici come *aggregati* dei relativi indivisibili. Cavalieri la formulò con ampiezza e rigore senza precedenti (escludendo che *aggregato* si potesse qui trattare come sinonimo di *somma*), senza con ciò rimuovere l'ipotesi (più volte espressa da lui e da seguaci) che essa fosse (o si avvicinasse a) la elusiva «via regia» di Archimede. Si può forse affermare che i partigiani degli indivisibili intesero la novità del metodo principalmente come esplicitazione, formalizzazione e generalizzazione di una procedura che in un antico era stata non rigorosa e di uso «privato».[63] L'idea che il metodo, se considerato come analisi dei moderni, potesse coincidere o quasi con l'*analisi degli antichi*, oggetto di tante speculazioni già nel secolo XVI, servì anche ad accreditare le nuove procedure, poiché introduceva per esse una storia così antica ed illustre quanto quella della geometria sintetica. Nella presente discussione interessa però soprattutto osservare che questa idea attenuò in parte la percezione di una transizione in atto, e così – forse – la agevolò. In sintesi, se attorno al 1650 l'effetto combinato del processo di «manualizzazione» e dell'avvento degli indivisibili ridusse sensibilmente l'attualità di Archimede nella ricerca, non lo annullò.[64] Problemi e

[63] È ben noto che Torricelli insistette sul fatto che da singoli suoi risultati era derivabile un intero insieme di risultati tradizionali. L'esempio più notevole è forse un teorema del *De centro gravitatis planorum et solidorum* (TORRICELLI E. 1919, I, 2, pp. 216-218: «Pro figurarum centris, tum planarum, tum solidarum universalissime»), che in una lettera egli dichiarò includere quasi tutta la centrobarica precedente, da Archimede a Valerio e Guldin.

[64] L'altra supposta componente del metodo euristico di Archimede, quella statica, valorizzata nel '500 ed eclissata nella fase cavalieriana, ebbe un cultore tardo ed originale in G. Ceva (CEVA G. 1678; cfr. BALDINI U. 1980).

virtuosismi geometrici da lui inspirati si incontrano in molti dei matematici significativi tra il 1650 e 1680, anche se principalmente in inediti.[65] Il mutamento iniziò invece a farsi radicale con la ricezione della geometria analitica, in Italia più lenta che altrove[66] e quasi continua con la ricezione dell'analisi (quest'ultima databile tra 1695 e 1710).[67] La potenza di questi algoritmi, ben più differenziati dal linguaggio geometrico tradizionale di quello cavalieriano, portò a un trapasso deciso, che destò nostalgie e recriminazioni fin verso il 1730 ma fu descritto da studiosi informati già attorno al 1680.[68] Dal centro della cultura degli specialisti la conoscenza di Archimede slittò verso la periferia, divenendo principalmente un supporto storico-epistemologico e, come si dirà, un criterio di identificazione e di appartenenza a una tradizione. Essa si basò sempre meno su uno studio diretto e completo, e sempre più su letture occasionali e parziali o (forse più ancora) sulle riformulazioni dei manuali. Per la generazione dei fratelli Manfredi, V. Stancari, G. Grandi, R. Rampinelli – quale che fosse la conoscenza che ognuno di loro ebbe dei testi di Archimede – non sarebbe più corretto affermare (e di fatto non fu più affermato) che: «quiscumque Apollonii Conica, et Archimedis opera non legerit, et exacte non calluerit, inter mathematicos recenseri non meretur».[69] A conferma, basta osservare che dopo la metà del Seicento non furono pubblicate edizioni complete di Archimede (in quanto diverse dalle «divinazioni» o sintesi nei sensi già precisati); quella di G. Torelli, apparsa in Inghilterra nel 1792 ma preparata prima del 1780 a Verona,[70] fu ormai modernamente filologica nel metodo e storica nello scopo.

[65] Per limitarsi al solo ambiente scientifico romano del tardo '600, lavori su temi archimedei si incontrano nei manoscritti del più noto matematico del Collegio Romano, G. de Gottignies, e in quelli dei due più noti docenti di matematica nell'Università, V. Giordani e D. Quarteroni. I fondi principali di tali mss. si trovano: per Gottignies nel fondo Viganò della biblioteca del Politecnico di Brescia e nell'Archivio di Stato di Roma; per Giordani nel fondo Corsiniano della Biblioteca dell'Accademia dei Lincei; per Quarteroni nei mss. 1747-1764, 2344-2345 della bibl. Casanatense di Roma.

[66] PEPE L. 1982.

[67] PEPE L. 1981.

[68] È esemplare una lettera del giugno 1675 di M. Ricci a V. Viviani, in G. B. TONDINI, *Delle lettere di uomini illustri*, Macerata, 1782, I, pp. 134-135.

[69] BORELLI G. A. 1679 (nella dedica).

[70] TORELLI G. 1792.

II.3. *La statica fino a Saccheri e Di Martino.*

La storia della meccanica in Italia dalla morte di Torricelli alla disputa settecentesca sulle forze vive è stata studiata solo frammentariamente, per un numero ridotto di aspetti e momenti. Gli scritti di statica, in particolare, restano in gran parte da esaminare analiticamente; perciò quanto segue è solo un insieme di valutazioni di prima approssimazione, riferite agli elementi che appaiono più rilevanti quanto all'incidenza di Archimede.

Come in geometria, così in statica l'evoluzione della conoscenza e dell'uso degli scritti del Siracusano sembra essere stata la risultante di una evoluzione didattica (l'avvento dei manuali) e di una dottrinale. Naturalmente la distinzione di queste due componenti, i cui effetti si manifestano congiuntamente nei testi di meccanica, è concettuale più che fattuale. In un trattato significativo, il *De motionibus naturalibus a gravitate pendentibus* di Borelli, si legge che la supposizione iniziale dei *Galleggianti* è verissima, ma in parte oscura, cosicché l'autore si propone di derivarla «ex principiis magis notis, et evidentibus» (quelli della meccanica torricelliana): [71] indicare l'origine di questo intento solo nella portata concettuale degli sviluppi recenti, o solo nell'esigenza di strutturare la trattazione in modo più organico, generale e atto a recepire materiali nuovi, equivarrebbe a considerare il processo in modo unilaterale. Si può affermare in estema sintesi che, se ciò che è considerato è la meccanica teorica, la conoscenza dei risultati di Archimede (e, ovviamente, la loro attribuzione a lui) si mantenne, mentre certi tratti peculiari del suo approccio in parte furono considerati precorrimenti geniali, ma inadeguati a giustificare tutti i nuovi sviluppi della disciplina, in parte cessarono senz'altro di essere noti alla generalità dei ricercatori.[72] Si è detto che nel Cinquecento un archimedismo puro in statica era stato un ideale metodologico per alcuni autori, che però non lo avevano realizzato integralmente. Esso era stato efficace nell'imporre in meccanica metodi quantitativi e tendenzialmente rigorosi, ma questi metodi erano stati applicati a concetti la cui origine (seppure occultata da mediazioni) era molto più aristotelica che archimedea. Questa *contaminatio* naturalmente si approfondì con lo sviluppo della meccanica galileiana e fino alla diffusione in Italia di quella newtoniana, come si osserva non solo nel *De motionibus naturalibus* di Borelli, ma in lavori di matematici gesuiti come Casati, Eschinardi o Lana, e in diversi altri autori.[73] Un fattore ulteriore di differenziazione di questa produzione da quella pregalileiana fu l'influenza della statica dei cartesiani. Questa in Italia si diffuse forse più lentamente delle idee cartesiane in metafisica, cosmologia e matematica, ma attorno al 1680 originò confronti con la tradizione galileiano-torricelliana, e talora la integrò; si può esemplificare questa fase con due scritti di autori minori, ma proprio per questo significativi di una situazione culturale media: il *Tractatus de aequilibrio* di Giovanni Maria Ciassi e la *Diversa circa Principium Universale Staticum Galilei, et Cartesii Sententia* di Tommaso Pio Maffei.[74] Appartengono sostanzialmente allo stesso periodo i due dibattiti meccanici più vivaci svoltisi in Italia nella seconda metà del Seicento, quello tra Borelli, Degli Angeli e G. B. Riccioli sulla curva descritta da un grave in caduta verso il centro della Terra e quello avviato dalle critiche del gesuita G. F. Vanni al principio galileiano circa il moto su piani inclinati.[75] Il primo dibattito va ricordato qui solo perché mostra che

[71] BORELLI 1670, p. 4 sgg.

[72] Questo si potrebbe sostenere anche per l'idraulica, nella quale il passaggio dall'idrostatica galileiana all'idrodinamica (da Castelli a Guglielmi) «dinamicizzò» le leggi archimedee.

[73] Si fa riferimento a: Casati P. 1684; Eschinardi F. 1684; le parti di meccanica in Lana Terzi F. 1684-92. Interessano anche, in questo contesto, i manoscritti di meccanica di Gottignies (nota 65). Ma gli esempi si potrebbero moltipolicare, ovviamente anche per autori non gesuiti, e estendere a inediti e a corsi di lezioni in collegi o università. Valga come semplice esempio una sintesi anonima di meccanica, limitata all'essenziale ma ben organizzata e corretta, la *Archimedis institutio mechanica* (Roma, Bibl. Casanatense, ms. 687; il catalogo della biblioteca data lo scritto al secolo XVIII, ma vari elementi suggeriscono una datazione tra 1680 e 1710). L'autore dichiara (f. 1*r*): «viam Archimedis in demonstratione elementorum huius scientiae seligimus, non solum, quia haec brevior, et facilior, sed quia in demonstrando clarior aliis, et facilior videtur». Tuttavia l'archimedismo della sua trattazione consiste in poco più dell'aver diviso la trattazione in proposizioni e dell'aver organizzato la materia in una prima parte meccanica (il cui riferimento ideale sono gli *Equiponderanti*) e in una seconda idraulica (il cui riferimento ideale sono i *Galleggianti*). Ognuna delle due parti, infatti, introduce una serie di postulazioni molto più che archimedee, integra la statica e l'idrostatica del Siracusano con risultati e problemi moderni e include questioni cinematiche e dinamiche (compresi gli sviluppi secenteschi sul moto dei proiettili, la forza della percossa e la dinamica dei fluidi).

[74] CIASSI G. M. 1677 (sostiene contro Galileo che il fattore costitutivo del momento statico è, con il peso, lo spostamento e non la velocità). MAFFEI T. P. 1694 tenta invece di conciliare le due dottrine.

[75] GALLUZZI P. 1977; TORRINI M. 1979.

la meccanica italiana immediatamente precedente a Newton seguitò generalmente a condividere due presupposti galileiani (il parallelismo delle *lineae directionis* e il valore costante della gravità), di cui il primo discendeva direttamente da Archimede e il secondo, pur non essendo esplicito nella sua statica né immediatamente funzionale ai suoi teoremi, derivava da una considerazione intuitiva del peso che gli si poteva attribuire. Questi due presupposti, tuttavia, erano ormai inseriti in un tessuto argomentativo di cui la dinamica, non la statica, era la base fondante. Il secondo dibattito, contemporaneo alla pubblicazione dei *Principia* newtoniani, su un piano di storia scientifica generale fu certamente un fatto secondario e di retroguardia, tuttavia stimolò messe a punto che illuminano lo stato della cultura meccanica nell'Italia di quegli anni. Astraendo dalla posizione di Vanni, viziata da fraintendimenti e di scarso livello tecnico,[76] i testi più rivelatori tra quelli originati dalla vertenza risultano forse ora quelli di Vitale Giordano: in particolare la *De componendis gravium momentis dissertatio* e il *Fundamentum doctrinae motus gravium*.[77] Cultura ed impostazioni dell'autore risultano evidenti da un confronto di questi testi con alcuni che nel periodo continuarono a proporre in statica un archimedismo più o meno puro. Giordano fornì definizioni «materiali» (non puramente computative) di «pondus» e «momentum». Nei suoi scritti i due termini risultano nomi di realtà cinetiche, non semplici grandezze non interpretate: egli asserì l'equivalenza tra *gravitas* di un corpo (effetto, cumulativo nel tempo, dell'applicazione ad esso di una forza) e suo *momentum* (prodotto dello *impetus* comunicato al corpo da quella forza per la quantità di materia che lo costituisce): dunque, senza scriverlo, considerò il «pondus» equivalente alla «gravitas» del corpo in quiete (una sorta di caso limite).

I connotati archimedei persistettero invece in lavori applicativi, per i quali l'evoluzione teorica aveva scarso rilievo, e in alcuni residui tentativi puristici di trattare la statica come disciplina interamente matematica, nell'ambito del geometrismo classico. Per il primo aspetto è un esempio significativo, nella parte mediana del secolo, la dissertazione *Terra machinis mota* di Paolo Casati,[78] per il secondo gli

[76] L'ultimo, e più comprensivo, dei suoi scritti meccanici è VANNI G. F. 1693.

[77] GIORDANO V., 1685 e 1686.

[78] CASATI P. 1655.

scritti meccanici di Alessandro Marchetti, e in particolare le *Exercitationes mechanicae*.[79]

L'intero arco di mutamento della teoria statica durante il Seicento si misura con la maggiore evidenza confrontando gli scritti dell'età di Commandino e Dal Monte con lo scritto meccnico, che pure risulta conservatore in certi aspetti esteriori, del maggior esponente del purismo logico nella matematica italiana attorno al 1700. la *Neostatica* di Girolamo Saccheri.[80] Paragonate con l'archimedismo puro, ormai sterile, di Marchetti, le strutture concettuali di quest'opera risultano molto più complesse, essendo l'intreccio di uno strumento classico (la geometria sintetica) con questioni in parte tradizionali, in parte recentissime. La considerazione del *pondus* in Saccheri appartiene sostanzialmente alla stessa fase concettuale di quella di Giordano: esso è lo *impetus* acquisito da un corpo in quiete in un «infinitesimum temporis». Egli non problematizza l'origine di tale *impetus* (natura e modo di azione della forza che lo produce), tuttavia la sua impostazione gli permette di trattare unitariamente questioni statiche e cinematiche (teoremi di composizione delle forze, formule per la determinazione dei momenti totali e parziali). Lo porta inoltre ad invertire l'ordine dimostrativo istituito da Benedetti tra statica e teoria del moto di caduta dei gravi: nel libro IV le leggi archimedee della bilancia sono ricavate dalle leggi dei corpi in caduta.[81] In questo contesto sen-

[79] MARCHETTI A. 1669. Questo lavoro di Marchetti appare interamente determinato dall'intento di formulare una teoria statica sottratta ad assunzioni fisiche e derivabile da una ristretta base assiomatica. Questa è fornita dai seguenti due postulati: «Aequalia Gravia, et ex aequalibus suspensa longitudinibus aequalium esse momentorum»; «Aequalium Gravium maius illius esse momentum, quod ex maiori suspenditur longitudine». «Grave» e «momentum» restano grandezze non interpretate (non ricevono una definizione, per non dire una spiegazione fisica); le proposizioni successive considerano tutti i casi possibili di rapporto tra esse e la *longitudo* dei bracci di sospensione. Un programma così rigido impedì a Marchetti (o egli non volle, o non ne fu capace) di passare dalla teoria della leva a una generale teoria delle macchine (o di avvalorare la prima come base della seconda), ed ancor più di connettere la statica alla teoria del moto nel senso galileiano. Tentativi come il suo, ormai estranei alla linea generale di sviluppo del pensiero meccanico in quella fase, restarono minoritari; si può loro attribuire una giustificazione solo come manifestazioni (ma inadeguate, anche nel corredo tecnico) di una esigenza di analisi dei fondamenti; di questa esigenza (ma anche di altro, come si accennerà), la manifestazione più approfondita sarà la *Neo-statica* di Saccheri.

[80] SACCHERI G. 1708. L'unica analisi di qualche ampiezza resta DUHEM P. 1905 (II, pp. 261-265). Tuttavia Duhem studia il libro di Saccheri come manifestazione estrema della statica medievale; questo lo porta ad considerare principalmente alcuni suoi aspetti, e quindi ostacola una valutazione complessiva adeguata.

[81] *Ibid.*, p. 124 sgg.

z'altro moderno Saccheri colloca l'antica questione del parallelismo archimedeo delle *lineae directionis* dei pesi in una bilancia a due bracci. Invitato da Tommaso Ceva a non considerare una bilancia «infinite dissita a centro» (secondo la giustificazione torrecelliana del parallelismo) ma collocata in una situazione fisica reale, Saccheri mostrò che in questo caso le leggi archimedee della bilancia sussistono rigorosamente solo se si dà una proporzionalità diretta tra *impetus* istantaneo dei gravi (effetto di una forza) e loro distanza dal punto di emanazione di quella forza.[82] Così la *Neo-statica* (anticipata in questo, con minore qualità tecnica, dal *De natura gravium* di Ceva, del 1699) segnò il distacco della meccanica teorica italiana dell'assunto cui sottostava ancora la meccanica galileiana e torricelliana: la indipendenza della gravità dalla distanza.[83] A questo tema si riconduce anche lo studio di Saccheri della traiettoria dei proiettili nel caso della convergenza delle *lineae directionis* (libro I), collegato a una teoria delle leve depurata dall'ipotesi del parallelismo. Questo studio non serviva ormai più allo scopo prevalente tra i critici di quell'ipotesi più di un secolo prima (la negazione di principio di una fisica matematica), ma a un obiettivo tutto interno a tale fisica: la formulazione di leggi esatte. Il discorso scientifico (anche in un gesuita come Saccheri) si andava dissociando sempre più da un contesto categoriale-cosmologico aristotelico, e questioni che avevano avuto origine entro quel contesto – quale appunto quella circa la realtà del parallelismo – potevano mantenersi solo per scopi, e con significati, profondamente diversi.

[82] Precedentemente, nel l. I, Saccheri discute la traiettoria dei proiettili considerando le direzioni delle successive componenti centripete come raggi di un cerchio. Il suo lessico non corrisponde sempre al carattere moderno di una parte delle sue idee. Questo è dovuto in parte a residui lessicali propri della cultura gesuitica, nella quale si era formato; in parte maggiore, però, al fatto che una esplicitazione totale (quindi anche linguistica) di quelle idee lo avrebbe portato a conseguenze cosmologiche che la cultura cattolica non era ancora pronta ad accettare (tra le quali l'eliocentrismo). Così egli sviluppa analisi appartenenti ad una fisica moderna lasciando inespresse certe questioni di fondo. Ad esempio, lascia deliberatamente indeciso se nell'universo esista un unico centro di *gravitas* o se questa emani da più centri, e se la *gravitas* sia la manifestazione di una azione reciproca o dell'azione di un solo corpo su altri (trattando di statica e a scopi di calcolo egli assume questa seconda possibilità).

[83] È difficile (e non è qui direttamente rilevante) stabilire in quale misura questo sviluppo in Ceva e Saccheri fosse indotto dalla lettura delle ricerche meccaniche europee degli ultimi anni, e in particolare dei *Principia*. Il *De natura gravium* (CEVA T. 1699) e la *Neostatica* non contengono discussioni dello stato contemporaneo degli studi, e tendenzialmente neppure citazioni; la loro impostazione e i loro metodi filtrano argomenti nuovi attraverso un lessico e alcuni residui di cosmologia aristotelico-tolemaica che in parte li rendono non riconoscibili; infine, la documentazione sugli studi e le ricerche dei due autori in quegli anni è quasi assente. Tuttavia un influsso generale e uno specifico di Newton sono molto probabili in linea di principio e, in linea di fatto, diversi punti dl testo di Ceva sembrano implicarli.

Circa venti anni dopo il libro di Saccheri, quando ormai erano in piena affermazione la meccanica newtoniana e l'analisi, fu pubblicato il manuale di statica più notevole del primo Settecento italiano: gli *Elementa statices* di Nicola Di Martino.[84] I contenuti tecnici dell'opera, pienamente settecenteschi, erano ormai estranei a quelli del periodo che si è inteso qui considerare; la lunga *praefatio* (pp. XVII-LX) è invece un testo importante per un giudizio su di esso, contenendo una storia sintetica, ma attenta ai punti essenziali, della evoluzione della meccanica nel secolo precedente. Vi sono considerati sia i nessi di fondo tra i contributi italiani e quelli esteri, sia i legami intercorsi dopo Galileo tra la statica e le altre parti della meccanica. Di Martino considerava la riscoperta cinquecentesca dell'Archimede statico come il definito punto di partenza dei progressi moderni della meccanica.[85] Tuttavia il seguito della sua ricostruzione, che fissa con precisione i punti nodali dello sviluppo concettuale della disciplina nel Seicento, mostra bene quanto si è già accennato: lo sviluppo non era stato una estensione lineare (la derivazione di nuove dottrine dalla base archimedea), ma, anche in statica, era dipeso essenzialmente dal sorgere di una scienza del moto (un tema che la cultura greca non aveva sentito come matematico), e dunque da un radicale cambiamento di prospettive: Galileo «non modo principia Archimedea luculenter exposuit, sed novam quoque sibi condidit de motu scientiam, veramque itidem methodum Philosophis aperuit, qua rerum causae mechanice sunt indagandae. Et quidem, tametsi Veteres summopere Mechanicam excoluerint, ... vastissimae tamen scientiae de motu corporum, ad rite philosophandum apprime necessariae, non alius velut Antesignanus haberi debet, quam Galileus Galilaei».[86]

[84] DI MARTINO N. 1727.

[85] «Verum enim vero praeclara ab Archimede in Philosophiam Naturalem sparsa semina diu sterilia jacuere, usque dum Galilaeus Galilaei ... illa eadem faecundata ad auras revocavit» (p. XVIII).

[86] *Ibid.* La prefazione di Di Martino voleva solo fissare per punti l'evoluzione del pensiero meccanico nell'ultimo secolo, e non farne una storia analitica; questo fatto, con la diffusa dimenticanza di certe dottrine cinematiche e dinamiche medievali e delle stesse ricerche cinquecentesche anteriori a Galileo, fa sì che la sua storia risulti oggi riferita ad un numero troppo ristretto di punti di svolta concettuali, ciascuno dei quali tende ad essere presentato come subitaneo. Tuttavia rimane sostanzialmente corretta l'individuazione dei punti, ed anche la descrizione data della natura e conseguenze storiche di ciascuno.

Dunque all'inizio del secolo XVIII, in ciò che può dirsi la autocoscienza della comunità scientifica italiana, Archimede era ormai «storicizzato»; la storicizzazione era una delle manifestazioni del consolidarsi di una dimensione temporale del sapere scientifico, non nel senso debole di scala cronologica di collocazione di risultati e dottrine, ma in quello forte della dipendenza dei tempi da dinamiche concettuali profonde. Per questa storicizzazione, si è detto, i suoi lavori persero l'ideale contemporaneità che avevano mantenuto per i ricercatori fin verso la metà del secolo anteriore; tuttavia, furono ancora considerati matrice quasi unica dei concetti e dei criteri d'indagine di cui la moderna scienza matematica della natura era la risultante. Si accennerà tra breve che la perdita dell'attualità scientifica fu compensata da un potenziamento della sua esemplarità epistemologica; mutò perciò il genere, non l'ammontare dell'importanza che gli era riconosciuta, particolarmente in un'epoca, e in settori del mondo intellettuale, in cui la dimensione scientifica tendeva a proiettarsi sull'intera sfera conoscitiva.

III. Archimede come paradigma della ragione scientifica, dall'età di Maurolico e Cardano a quella di Newton.

All'inizio ed al termine del periodo che è stato considerato la storiografia italiana produsse due biografie di Archimede. La prima fu scritta entro il 1595 da Bernardino Baldi, nell'ambito delle sue *Vite di matematici*. Come tutte le altre, non fu pubblicata dall'autore, e non fu neppure inclusa nell'edizione postuma parziale delle *Vite* (1707). Fino alla pubblicazione nel tardo '800 [87] rimase così ignota – o nota a pochissimi – e dunque durante il secolo XVII non influenzò la valutazione di Archimede. Il lavoro di Baldi è rappresentativo del giudizio storico della scuola matematica di Urbino, cui l'autore apparteneva, ed esprime un momento in cui erano recentissimi la ricostruzione filologica dei testi del Siracusano e l'acquisizione integrale dei loro contenuti. Appartiene dunque alla fase in cui la sua scienza era sentita come idealmente contemporanea, fase anteriore all'esplicazione piena del processo di storicizzazione che è stato descritto sommariamente.[88] La seconda biografia fu pubblicata nel 1737 da Giovanni Maria Mazzuchelli.[89] Scrivendo da erudito, il conte bresciano non estese la propria ricostruzione fino a considerare l'incidenza di Archimede nello sviluppo scientifico dei secoli XVI-XVIII, e il modo in cui trattò il suo argomento non ne fu influenzato sostanzialmente. Così egli non usò i nuovi connotati della matematica e fisica dopo Galileo per circoscrivere il contesto storico-concettuale della scienza archimedea o per evidenziare gli aspetti di differenza rispetto alla scienza contemporanea. Ciò che fornì fu una presentazione descrittiva ordinata, accurata e (per i tempi) tendenzialmente completa dei dati disponibili su Archimede e dei contenuti delle sue opere. Detto diversamente, il tipo d'interesse che mosse Mazzuchelli ed il suo uso dei dati storici furono ancora, nell'essenziale, quelli di Baldi, e il suo scritto non documenta (almeno esplicitamente) la consapevolezza storica ed i valori epistemologici prevalenti al suo tempo nella comunità scientifica italiana. Così, se si osserva che in Italia, tra gli anni di Baldi e il medio Settecento, la biografia di Mazzuchelli fu praticamente l'unico lavoro storico dedicato espressamente ad Archimede,[90] si deve concludere che la storiografia sul Siracusano non fu uno strumento di promozione di tale consapevolezza. Questa, ed il ruolo che in essa assunse Archimede, non si trovano espressi in scritti di un genere specifico, ma si desumono da manifestazioni disparate di un processo fondamentale: il costituirsi della forma moderna del rapporto tra fisica e matematica. Nella partizione medievale e rinascimentale delle scienze, scritti come gli *Equiponderanti* e i *Galleggianti* risultavano «matematici», non «fisici».[91] Negli anni tra Galilei e Newton, la partizione

87 Baldi B. 1887.

88 Naturalmente questo suo carattere non emerge da dichiarazioni esplicite di Baldi: essendo l'orizzonte culturale del suo discorso, funzione come un suo presupposto.

89 Mazzuchelli G. M. 1737. Per il motivo già chiarito Mazzuchelli non conobbe (o comunque non utilizzò esplicitamente) la *Vita* di Baldi. È interessante (anche se esterno agli scopi presenti) osservare che, data l'assenza di acquisizioni rilevanti nel secolo e mezzo precedente, Mazzuchelli non presenta sostanzialmente alcun dato ignoto a Baldi (la cui ricostruzione era stata, per il suo tempo, di grande completezza). Si può anzi aggiungere che la competenza matematica di Baldi e i suoi rapporti con gli archimedei di Urbino rendono il suo scritto anche superiore per l'aspetto scientifico.

90 Naturalmente cenni o analisi su di lui si trovano in storie sintetiche della matematica (pochissime nel periodo in Italia), in biografie di matematici (come, nel primo Seicento, quella di G. Biancani), in storia della filosofia, prolusioni, etc. La gran parte di questi interventi sono però sommari e puramente eruditi; nessuno possiede un preciso rilievo critico.

91 Basti qui ricordare che l'epistemologia di matrice aristotelica erano «matematica»: lo studio quantitativo di enti astratti (*pura mathesis*); lo studio quantitativo di proprietà o configu-

tradizionale delle discipline «scientifiche» perdurò nella manualistica logica e filosofica ma subì profonde modifiche nella pratica della ricerca. Come ben noto, il fatto centrale del mutamento fu l'affermazione della fisica matematica; nei temi e nei metodi questa si sovrappone parzialmente all'antica *mathesis mixta*, ma i criteri di identificazione degli elementi «matematico» e «fisico» al suo interno divennero nettamente diversi da quelli suggeriti da metafisica e gnoseologia aristoteliche. Tra 1720 e 1740 nella comunità scientifica italiana si affermò una interpretazione di questa evoluzione: nel suo nucleo profondo, essa sarebbe consistita in una redistribuzione dei contenuti cognitivi, tale che un gran numero degli argomenti della *physica* filosofica sarebbe stato incluso nell'ambito della nuova fisica. Connotato del processo sarebbe stata una particolare «quantitativizzazione» di problemi e metodi, resa possibile dalla distinzione, entro i temi della *physica* tradizionale, di questi attinenti a un livello fenomenico della realtà da altri attinenti ad uno di «essenze».

Quest'ultimo (spurio per alcuni, genuinamente conoscitivo per altri) fu espunto sempre più concordemente dall'attività detta, in senso sempre più specifico, «scienza», e lasciato alla filosofia naturale, il cui ambito venne così drasticamente circoscritto ed identificato con quello della metafisica.[92] Una rilevante conseguenza di questo orientamento fu l'abbandono nella prassi scientifica di modelli d'indagine che ponevano a base della spiegazione tesi microfisico-corpuscolari, sia nelle versioni atomistiche (Gassendi e posizioni derivate) che nelle cartesiane (con parziale esclusione degli *Essais*). Come noto, questi orien-

razioni di enti concreti (*mathesis mixta*) considerate in astrazione dalla loro «materia» (cioè dalle loro natura, origine e variazioni, il cui studio era attribuito alla *physica*, vale a dire alla filosofia naturale). Dunque le cause della gravità, delle forme e periodi delle orbite planetarie erano un argomento extramatematico, mentre erano argomenti matematici la forma di quelle orbite, i rapporti metrici tra le velocità successive di un grave in caduta o le relazioni quantitative corrispondenti all'equilibrio tra gravi su una bilancia.

[92] Non è stato osservato spesso che su questa caratterizzazione del sapere scientifico – che per brevità può dirsi fenomenologica – convennero sia scienziati di matrice «forte», orientati a considerare la scienza come unica attività realmente conoscitiva, sia scienziati di matrice diversa (ad esempio, gesuiti). Questi ultimi la considerarono adeguata per due esigenze: quella di svincolare la loro ricerca da condizioni ontologico-teologiche troppo rigide, che potevano renderla sterile o irrilevante; quella di garantire a tali condizioni (sentite come fondamento dimostrativo della dogmatica cattolica) una legittimità propria, non intaccabile dal progresso delle scienze empiriche. La filosofia naturale di Boscovich, indipendentemente dal suo valore puramente scientifico, si può considerare come l'espressione più evoluta e sistematica di questo secondo atteggiamento.

tamenti avevano tentato di far rientrare totalmente in un ambito scientifico le questioni tradizionali circa le «essenze» (nel senso di tradurle, in modo tendenzialmente esaustivo nel cartesianesimo, in termini quantitativi). Il rifiuto di questi modelli (e, in conseguenza, di quello leibniziano) in favore di uno newtoniano fu spesso presentato come rifiuto di una fisica «ipotetica» in favore di una misurativa, che non implicava assunzioni sui meccanismi profondi dei fenomeni o ne implicava poche e accuratamente delimitate, di significato puramente operativo.[93] Nell'ambito di questa interpretazione, radicatasi profondamente nella cultura degli scienziati italiani, Galileo risultò il primo proponente del modello poi sistematizzato da Newton; egli ne sarebbe stato il precursore in una fase in cui le fisiche «fondazionali» al modo gassendiano o cartesiano stavano affermandosi, e i suoi risultati e procedure avrebbero costituito una pietra al cui paragone le metodiche ipotetiche sarebbero progressivamente apparse inadeguate.[94]

Così Galileo non risultava solo iniziatore, su un piano tecnico, di aspetti della moderna scienza della natura, ma codificatore (anche se non del tutto coerente, e asistematico) della distinzione tra temi conoscitivi «scientifici» e altri non capaci di questa denominazione: una distinzione di grande portata filosofica e, in senso ampio, ideologica, rimasta a lungo centrale in quanto può dirsi la filosofia implicita della tradizione scientifica italiana. Questo processo di idee rinnovò ed amplificò il ruolo storico attribuito ad Archimede, proprio mentre la attualità scientifica dei suoi scritti veniva meno. Le sue statica ed idrostatica apparvero come anticipazioni presso che uniche, in epoca antica, della fisica matematica nel senso galileiano-newtoniano anzidetto. Di questa presentavano alcuni connotati centrali: gli assunti circa proprietà extramatematiche dei corpi erano ridotti al minimo, ristretti ai fenomeni indagati e non dedotti da cosmologie o teorie extraempiriche; i fenomeni considerati, anche se connessi ostensibilmente a leggi di grande generalità, erano analizzati in isolamento da altri aspetti del continuo naturale in cui si manifestano; i parametri esplicativi impiegati erano esclusivamente dimensionali; la natura quantitativa dei fatti in oggetto non era solo asserita in linea di principio

[93] Per una analisi di questo orientamento in personalità scientifiche della zona emiliano-veneta (E. Manfredi, I. Riccati, G. Poleni e altri) si veda Baldini U. 1988.

[94] Questa valutazione assumeva come realmente scientifiche la meccanica e l'astronomia di Galileo, non le sue microfisica e cosmologia.

o descritta con larghissima approssimazione (come in gran parte della fisica cartesiana), ma determinata *ad numeros*. Dunque, i caratteri epistemologici che nel Cinquecento facevano dell'Archimede statico un autore «matematico» e non «filosofico» nel tardo Seicento e nel Settecento lo fecero considerare il primo proponente di un ideale conoscitivo del tutto moderno, di portata senz'altro «filosofica». Per i caratteri della cultura dell'età, la sua opera non fu vista come una tappa di un processo multisecolare complesso, cui concorsero componenti differenziate; fu invece considerata l'espressione prima, eccezionale per livello e nitidezza, di un ideale conoscitivo atemporale, connesso ad una percezione corretta delle capacità della mente umana, ostacolato a lungo da percezioni errate e fuorvianti (il cui luogo d'origine venne sempre più individuato nella «metafisica»). Certamente, questa descrizione della sua posizione era storicamente inesatta; tuttavia, è difficile negare che indicasse nodi essenziali dell'itinerario del pensiero occidentale, e ancor più che fosse atta a fungere da punto di aggregazione e da propellente per una tradizione scientifica ancora poco radicata nella cultura media della società italiana.

In tal modo, sottoposta a semplificazioni non dissimili a quelle introdotte per Galileo, la figura di Archimede assunse un valore paradigmatico: funse da criterio di identificazione di una tradizione e di appartenenza ad essa; ne contraddistinse alcuni valori in confronto a tradizioni (più o meno conoscitive nelle aspirazioni) percepite come estranee o anche ostili; fu usata per valutazioni che dall'ambito conoscitivo si estendevano ad uno ideologico, in forma di giudizi complessivi sulla storia intellettuale italiana o di contrapposizione di un pensiero «moderno» (più o meno «laico») a forme persistenti di scolasticismo, irrazionalismno o spiritualismo.[95] Queste estensioni, per argomento e cronologia, sono esterne ai limiti di questo scritto, e in gran parte

[95] Andrebbe studiato sotto questa angolazione un tema che affiora nella cultura italiana del primo Settecento, diffondendosi nella parte finale del secolo e fino al Risorgimento. Si tratta delle ricorrenti celebrazioni di Archimede, e con lui in genere di un «pensiero» della Magna Grecia, come espressioni originali e specifiche di uno «spirito italiano». Questa interpretazione (divenuta ampia in autori come Cuoco e Gioberti, ma anticipata occasionalmente anche da scienziati, o da autori con una precisa componente culturale scientifica) servì a documentare sia un «primato» di questo «spirito» (nei confronti della stessa Grecia) nella formulazione di interessi e categorie distintivi della tradizione scientifica occidentale, sia un suo orientamento distintamente «naturalistico». Dopo la prevalenza medievale di interessi metafisici del tutto allogeni, questo orientamento sarebbe riemerso in Italia nel Rinascimento e, con Galileo, avrebbe fornito il definito punto di partenza della fase moderna della intera cultura europea.

attendono il loro storico. Tuttavia accennarle è stato necessario perché, nonostante gli indubbi fraintendimenti da cui derivarono (o che produssero) quanto alla figura storica di Archimede, costituiscono una parte significativa del suo lascito complessivo alla cultura italiana dell'età moderna, e ne animarono alcune delle manifestazioni migliori e di maggior coraggio civile.

BIBLIOGRAFIA

[Le edizioni archimedee e i testi dei secc. XVI e XVII inclusi in questa bibliografia sono notissimi; questo consente di indicare solo schematicamente i relativi dati editoriali].

ARCHIMEDE 1974. *Opere di Archimede*, a cura di Attilio Frajese, Torino, 1974.

Archimedes 1685. *Admirandi Archimedis Syracusani monumenta omnia mathematica, quae extant, ... ex traditione doctissimi viri D. Francisci Maurolici*, ..., Panormi, 1685.

BALDI B. 1621. *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes*, Moguntiae, 1621.

— 1887. *Archimede* [in E. NARDUCCI, *Vite inedite di matematici italiani scritte da Bernardino Baldi*, Roma, 1887, pp. 34-69 (estr. dal «Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche», XIX, 1886)].

BALDINI U. 1980. *Ceva, Giovanni*, in *Dizionario biografico degli italiani*, 24, Roma, 1980, pp. 12-15.

— 1988. *La teoria della spiegazione scientifica a Bologna e Padova (1680-1730): influenze e differenze*, in AA.VV., *Rapporti tra le Università di Padova e Bologna. Ricerche di filosofia medicina e scienza*, a cura di L. Rossetti, Trieste, 1988, pp. 191-254.

BALDINI U. - NAPOLITANI P. D. 1991. *Per una biografia di Luca Valerio*, «Bollettino di storia delle scienze matematiche», 1991, 1, pp. 3-157.

BARROW I. 1675. *Archimedis opera methodo novo illustrata per Isaacum Barrow*, Londini, 1675.

BENEDETTI G. B. 1553. *Resolutio omnium Euclidis problematum*, Venetiis, 1553.

— 1554. *Demonstratio proportionum motuum localium contra Aristotelem*, Venetiis, 1554.

— 1585. *Diversarum speculationum Mathematicarum, et Physicarum Liber*, Taurini, 1585.

BETTINI M. 1642. *Apiaria universae philosophiae mathematicae*, Bononiae, 1642.

— 1648. *Aerarium philosophiae mathematicae*, Bononiae, 1648.

BIANCANI G. 1615. *Aristotelis loca mathematica ex universis ipsius Operibus collecta, et explicata*, Bononiae, 1615.

BORELLI G. A. 1658. *Euclides restitutus, sive prisca geometriae elementa, brevius, et facilius contexta*, Pisis, 1658.

— 1661. *Apollonii Pergaei conicorum lib. V, VI, VII, paraphraste Abalphato Asphahanensi nunc primum editi. Additus in calce Archimedis assumptorum liber, ex codicibus Arabicis m. ss. Serenissimi Magni Ducis Etruriae. Abrahamus Echellensis maronita ... latinos reddidit. Io. Alfonsus Borellus ... curam in geometricis versioni contulit, et notas uberiores in universum opus adiecit*, Florentiae, 1661.

— 1667. *De vi percussionis liber*, Bononiae, 1667.

— 1670. *De motionibus naturalibus a gravitate pendentibus*, Regio Iulio, 1670.

— 1679. *Elementa conica Apollonii Paergei et Archimedis opera nova et breviori methodo demonstrata*, Roma, 1679.

BORRI G. 1575. *De motu gravium, et levium ad Franciscum Medicem Magnum Etruriae Ducem II*, Florentiae, 1575.

BUONAMICO F. 1591. *De motu libri X. Quibus generalia naturalis philosophiae principia summo studio collecta continentur ...*, Florentiae, 1591.

CASATI P. 1655. *Terra machinis mota, eiusque gravitas, et dimensio*, Romae, 1655.

— 1684. *Mechanicorum libri octo*, Lugduni, 1684.

— 1695. *Hydrostaticae dissertationes*, Parmae, 1695.

CATALDI P. A. 1620. *Diffesa d'Archimede, trattato del misurare ó trovare la grandezza del Cerchio; dove si diffende Archimede Siracusano dalle oppositioni del Signor Ioseffo Scaligero*, Bologna, 1620.

CAVALIERI B. 1635. *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, Bononiae, 1635.

CEVA G. 1678. *De lineis rectis se invicem secantibus statica constructio*, Mediolani, 1678.

CEVA T. 1699. *De natura gravium libri duo*, Mediolani, 1699.

CIASSI G. M. 1667. *Meditationes de natura plantarum, et Tractatus physicomathematicus De Aequilibrio praesertim fluidorum, ac de levitate ignis*, Venetiis, 1677.

CLAGETT M. 1970. *Archimedes*, in *Dictionary of Scientific Biography*, I, N. York, 1970, pp. 213-231.

— 1964-84. *Archimedes in the Middle Ages* (vol. I-V). Madison, 1964, Philadelphia, 1976-84.

CLAVIO C. 1607. *In Sphaeram Ioannis de Sacro Bosco Commentarius*, V ed., Romae, 1607.

— 1611-12. *Opera mathematica V tomis distributa*, Moguntiae, 1611-12.

COMMANDINO F. 1558. *Archimedis opera non nulla a Federico Commandino Urbinate nuper in latinum conversa, et commentariis illustrata*, Venetiis 1558.

— 1565. *Archimedis de iis quae vehuntur in aqua libri duo. A Federico Commandino Urbinate in pristinum nitorem restituti, et commentariis illustrati*, Bononiae, 1565.

— 1565a. *Liber de centro gravitatis solidorum*, Bononiae, 1565.

DAL MONTE G. 1577. *Guidiubaldi e marchionibus Montis Mechanicorum liber*, Pisauri, 1577.

— 1581. *Le Mechaniche dell'Illustriss. Sig. Guido Ubaldo de' marchesi Del Monte*, Venezia, 1581.

— 1588. *Guidiubaldi e Marchionibus Montis In duos Archimedis Aequeponderantium libros Paraphrasis Scholiis illustrata*, Pisauri, 1588.

DIJKSTERHUIS E. J. 1989. *Archimede*, trad. ital., Firenze, 1989.

DI MARTINO N. 1727. *Elementa statices in tyronum gratiam tumultuario studio concinnata*, Neapoli, 1727.

DRAKE S. - DRABKIN I. E. 1969. *Mechanics in Sixteenth Century Italy*, Madison, 1969.

DUHEM P. 1905. *Les origines de la statique*, 2 vol., Paris, 1905-06.

— 1906. *Études sur Leonard de Vinci*, 3 vol., Paris, 1906.

ESCHINARDI F. 1684. *De impetu tractatus duplex*, Romae, 1684.

FAVARO A. 1923. *Archimede*, Roma, 1923.

FORCADEL P. 1565. *Le premier livre d'Archimedes des choses égallement pesantes*, Paris, 1565.

FOSTER S. 1659. *Lemmata Archimedis apud Graecos et Latinos jampridem desiderata e vetusto cod. Ms. Arabico a Ioanne Gravio traducta, et cum Arabum Scholiis publicata; revisa et plurimis mendis repurgata a Samuele Foster*, Londini, 1659.

GALILEI G. 1968. *Le opere di Galileo Galilei. Nuova ristampa della edizione Nazionale*, 20 vol., Firenze, 1968.

— 1960. *Galileo Galilei On Motion and on Mechanics. Comprising De motu (ca. 1590) Translated with Introduction and Notes by I. E. Drabkin and Le Meccaniche (ca. 1600) Translated with Introduction and Notes by S. Drake*, Madison, 1960.

GALLUZZI P. 1977. *Galileo contro Copernico. Il dibattito sulla prova ⟨galileiana⟩ di G. B. Riccioli contro il moto della Terra alla luce di nuovi documenti*, «Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza di Firenze», II, 1977, pp. 87-148.

— 1979. *Momento. Studi galileiani*, Roma, 1979.

GAURICO L. (curat.) 1503. *Tetragonismus id est circuli quadratura per Campanum Archimedem Syracusanum atque Boetium mathematicae perspicacissimos adinventa*, Venetiis, 1503.

GHETALDI M. 1603. *Promotus Archimedis, seu de variis corporum generibus gravitate et magnitudine comparatis ...*, Romae, 1603.

— 1607. *Supplementum Apollonii Galli, seu exsuscitata Apolloni Pergaei Tractionum Geometria*, Venetiis, 1607.

— 1630. *De resolutione et compositione mathematica libri quinque*, Romae, 1630.

GIORDANO V. 1685. *De componendis gravium momentis dissertatio*, Romae, 1685.

— 1686. *Fundamentum doctrinae motus gravium*, Romae, 1686.

GIUSTI E. 1980. *Bonaventura Cavalieri and the Theory of Indivisibles*, Roma, 1980.

GUEVARA G. 1627. *In Aristotelis Mechanicas Commentarii: una cum additionibus quibusdam ad eandem materiam pertinentibus*, Romae, 1627.

GULDIN P. 1635. *De centro gravitatis trium specierum quantitatis continuae*. 3 vol., Viennae, 1635-1641.

KOYRÉ A. 1959. *Jean Baptiste Benedetti critique d'Aristote*, in *Mélanges offerts a Étienne Gilson de l'Académie Française*, Toronto-Paris, 1959, pp. 351-372.

LAIRD W. R. 1987. *Giuseppe Moletti's «dialogue on Mechanics»*, «Renaissance Quarterly», XL, 2, 1987, pp. 209-223.

LANA TERZI F. 1684-92. *Magisterium naturae et artis*, 3 vol., Brixiae, 1684-Parma, 1692.

MACCAGNI C. 1967. *Le speculazioni giovanili «de motu» di Giovanni Battista Benedetti*, Pisa, 1967.

MACH E. 1904. *La Mécanique. Exposé historique et critique de son développement* (trad. francese, Paris, 1904).

MAFFEI T. P. 1694. *De usu matheseos in theologicis, et Diversa circa Principium Universale Stasticum Galilaei, et Car-*

tesii Sententia, «Raccolta d'opuscoli scientifici e filologici», II, Venezia, 1729 (lo scritto è datato «Venetiis, 18 Iunii 1694»).

MARCHETTI A. 1669. *Exercitationes mechanicae Alexandri Marchetti*, Pisis, 1669.

MAUROLICO F. 1613. *Problemata Mechanica cum appendice, et ad Magnetem, et ad Pixidem Nauticam pertinentia*, Messanae, 1613.

MAZZONI G. 1597. *In Universam Platonis, et Aristotelis Philosophiam Praeludia, sive de Comparatione Platonis, et Aristotelis. Liber primus*, Venetiis, 1597.

MAZZUCHELLI G. M. 1737. *Notizie istoriche e critiche intorno alla vita, alle invenzioni, ed agli scritti di Archimede Siracusano del Co. Gian-Maria Mazzuchelli Bresciano*, In Brescia, 1737.

MOODY E. A. - CLAGETT M . 1952. *The Medieval Science of Weights (Scientia de ponderibus). ... Edited with Introductions, English Translations, and Notes, by Ernest A. Moody, Marshall Clagett*, Madison, 1952.

MOSCHEO R. 1989. *Francesco Maurolico tra Rinascimento e scienza galileiana. Materiali e ricerche*, Messina, 1988.

NAPOLITANI P. D. 1982. *Metodo e statica in Valerio con edizione di due opere giovanili*, «Bollettino di storia delle scienze matematiche», II, 1, 1982, pp. 3-173.

— 1988. *Maurolico e Commandino*, in P. Nastasi (a cura di), *Atti del convegno Il Meridione e le scienze (secoli XVI-XIX)*, Palermo, 1988, pp. 281-316.

— 1988a. *La geometrizzazione della realtà fisica: il peso specifico in Ghetaldi e Galileo*, «Bollettino di storia delle scienze matematiche», VIII, 2, 1988, pp. 139-237.

PEPE L. 1981. *Il calcolo infinitesimale in Italia agli inizi del secolo XVIII*, «Bollettino di storia delle scienze matematiche», I, 1981, 2, pp. 43-101.

— 1982. *Note sulla diffusione della Géométrie di Descartes in Italia nel secolo XVII*, «Bollettino di storia delle scienze matematiche», II, 1982, 2, pp. 249-288.

PHILLIPS E. C. 1939. *The Correspondence of Father Christopher Clavius S. I. preserved in the Archives of the Pont. Gregorian University*, «Archivum Historicum Societatis Iesu», VIII, 1939, 2, pp. 193-222.

POSSEVINO A. 1593. *Bibliotheca selecta qua agitur de ratione studiorum in Historia, in Disciplinis, in salute omnium procuranda*, Romae, 1593.

RICCARDI P. 1952. *Biblioteca matematica italiana*, rist. anast., 2 vol., Milano, 1952.

RIVAULT D. 1615. *Archimedis opera quae extant ... illustrata. Per Davidem Rivaltum a Flurantia*, Parisiis, 1615.

ROSE P. L. 1976. *The Italian Renaissance of Mathematics*, Genève, 1976.

ROSE P. L. - DRAKE S. 1971. *The Pseudo-Aristotelian Questions in Mechanics in Renaissance Culture*, «Studies in the Renaissance», XVIII, 1971, pp. 65-104.

SACCHERI G. 1708. *Neo-statica*, Mediolani, 1708.

SCADUTO M. 1949. *Il matematico Franceco Maurolico ed i gesuiti*, «Archivum Historicum Societatis Iesu», XVIII, 1959, pp. 126-141.

SHEA W. R. 1977. *Galileo's intellectual revolution*, New York, 1977.

STURM J. C. 1667. *Des unvergleichichen Archimedis Sand-Rechnung*, Nürnberg, 1667.

— 1670. *Des unvergleichlichen Archimedis Kunst-Bücher*, Nürnberg, 1670.

TARTAGLIA N. 1554. *Quesiti et inventioni diverse ... di novo restampati con una gionta al sesto libro*, Venezia, 1554.

TORELLI G. 1792. *Archimedis quae supersunt omnia, cum Eutocii Ascalonitae commentariis*, Oxonii, 1792.

TORRICELLI E. 1919-44. *Opere di Evangelista Torricelli*, 4 vol., Faenza, 1919-44.

TORRINI M. 1979. *Dopo Galileo. Una polemica scientifica (1684-1711)*, Firenze, 1979.

TROIANO C. (a cura di) 1565. *Archimedis De insidentibus aquae*, Venetiis, 1565.

VALERIO L. 1604. *De centro gravitatis solidorum libri tres*, Romae, 1604.

VANNI G. F. 1693. *Investigatio momentorum quibus gravia tendunt deorsum*, Romae, 1693.

VAN ROOMEN A. 1597. *In Archimedis circuli dimensionem expositio, et analysis*, Wurceburgi, 1597.

VASOLI C. 1969. *Fondamento e metodo logico della geometria nell'Euclides Restitutus del Borelli*, «Physis», XI, 1969, pp. 571-598.

VENATORIUS T. 1544. *Archimedis Syracusani Philosophi ac geometrae excellentissimi Opera, quae quidem extant, omnia ... Adiecta quoque sunt Eustocii Ascalonitae in eosdem Archimedis Libros Commentaria ...*, Basileae, 1544.

VILLALPANDO J. B. 1604. *Tomi III apparatus urbis ac templi Hierosolymitani pars I et II*, Romae, 1604.

WALLIS J. 1676. *Archimedis Syracusani Arenarius et dimensio circuli. Eutocii Ascalonitae in hunc commentarius. Cum versione et notis Joh. Wallisii*, Oxonii, 1676.

Massimo Galuzzi

LA LETTURA DI ARCHIMEDE NELL'OPERA DI NEWTON

§ 1. La salda connessione tra lo studio delle opere di Archimede, il tentativo di estendere i suoi risultati, la ricerca appassionata del suo 'metodo' e lo sviluppo di quel complesso di ricerche, variamente collegate al concetto di 'infinito' matematico, che alla fine culminerà nel moderno calcolo differenziale è da sempre cosa così ovvia che neppure può definirsi una 'tesi' storiografica. Lo storico che giornalmente si confronta con testi di autori del Seicento, si trova ora, come nel passato, a constatare innumerevoli volte questa connessione come un 'dato di fatto'.

Tuttavia, le acquisizioni progressive della storiografia, sia nel campo della matematica antica sia in quella della matematica del Seicento, hanno lentamente, ma continuamente modificato i termini del giudicare, arricchendolo di nuovi punti di vista e hanno spinto in primo piano la necessità di opportune suddivisioni.

Chasles, nel suo celebre *Aperçu,*[1] distingueva due grandi questioni della geometria classica, capaci di creare in essa due grandi partizioni e di determinare gli sviluppi successivi: la *quadratura delle figure curvilinee* e la *teoria delle sezioni coniche.*

La «*Geometria delle misure*» *e la* «*Geometria delle forme e delle situazioni*» erano i nomi scelti da Chasles per indicare le due distinte aree: ed alla prima, a suo giudizio, doveva connettersi il nome di Archimede, mentre alla seconda quello di Apollonio.

Descrivendo brevemente gli sviluppi inerenti alla prima, Chasles osservava come

> La première de ces deux grandes questions [...] a donné naissance au

[1] Cfr. [16], p. 22.

calcul de l'infini, imaginé et perfectionné successivament par Kepler, Cavalieri, Fermat, Leibniz et Newton.[2]

Pur essendo preziosa la distinzione tra la 'geometria d'Archimede' e la 'geometria d'Apollonio', tuttavia nell'unica espressione 'calcul de l'infini' veniva racchiuso molto materiale eterogeneo. Sia sviluppi propiamente geometrici sia profondi rinnovamenti algoritmici, legati allo sviluppo dell'algebra a partire dal Cinquecento, erano trattati in modo simile.

In tempi più recenti, Boyer, in un saggio tuttora notevole pur se molto datato, riprendeva le parole di Chasles,[3] aggiungendo anzi che Archimede, nel creare questo calcolo, «*made the concepts of the derivative and the integral possible*».[4]

Boyer non si spinge sino ad affermare una dipendenza *diretta* degli algoritmi fondamentali del calcolo differenziale da Archimede; tuttavia neppure si rileva dalle sue parole un'attenzione troppo marcata a questi ultimi aspetti che pure agli occhi dello storico moderno sembrano così rilevanti.

Un'attenzione più rigorosa alla distinzione tra 'metodi infinitesimi' e 'calcolo differenziale ed integrale' si rileva invece dalla lettura di un più recente saggio della Bachmakova.

Il saggio dell'illustre autrice[5] ha, per la verità, un differente obbiettivo: mostrare come vi sia nell'opera di Archimede, in particolare nelle *Spirali*, una trattazione metodica del 'problema delle tangenti' e come vi siano notevoli spunti, ripresi dai matematici del Seicento, soprattutto della Scuola Galileiana, per trattare correlativamente problemi di massimo o minimo.

Ma anche letto dal punto di vista che a me interessa, il saggio è notevole per indicare l'arricchirsi dell'approccio storiografico.

L'estrema cura con la quale l'autrice distingue tra metodi geometrici e l'apporto di tecniche di tipo analitico è infatti indicativa di una sensibilità più matura.

---

[2] *Ibid.*

[3] Il senso è lievemente modificato. Ecco come Boyer traduce il testo di Chasles: «*He* [Archimedes] *gave birth to the calculus of the infinite conceived and brought to perfection successively by Kepler, Cavalieri, Fermat, Leibniz and Newton*». Cfr. [14], p. 48.

[4] *Ibid.*

[5] Cfr. [4].

Tuttavia, a mio giudizio, ovviamente, non è ancora valutato adeguatamente un aspetto che la più recente storiografia ha messo in evidanza: la rilevanza, per il sorgere del moderno calcolo differenziale dell'opera matematica di Descartes,[6] e così il confluire, a formare il 'calcolo differenziale', di entrambe le 'geometrie' di Chasles, la seconda fecondata tuttavia dall'apporto dell'algebra.

Nella lista composta da Chasles il suo nome è assente, né Boyer ha sentito il bisogno di aggiungerlo. Pur come vedremo esaminando l'opera di Newton, proprio uno studio dettagliato ed approfondito della *Geometria* di Descartes gli porrà gran parte di quei problemi che lo condurrannno infine all'elaborazione del calcolo.

Nel caso di Newton, quindi, è più la «*geometria delle forme e delle situazioni*», ossia la geometria di Apollonio, che segna la via del calcolo. Ad Archimede giungerà successivamente, in forma più mediata, quando salderà i propri risultati relativi al calcolo delle tangenti con le rielaborazioni archimedee del calcolo di aree di Wallis.

Non sto, naturalmente, proponendo alcuna rivoluzione. Semplice mente, ancora una volta, a fronte di distinzioni pienamente legittime dal punto di vista «teoretico», quali quelle poste da Chasles, si osserva come lo sviluppo «reale» della matematica abbia un carattere unitario. E ciò che è importante distinguere per «capire» va poi riunito per giungere ad una comprensione ancora più profonda.

§ 2. L'opera di studiosi quali Whiteside, Westfall, Cohen, ed altri, ha reso noto negli aspetti essenziali lo sviluppo intellettuale del giovane Newton. In particolare, con la pubblicazione dei *Mathematical Papers*, editi da Whiteside, sappiamo quasi esattamente il succedersi delle letture newtoniane, fino agli sviluppi originali del suo 'calcolo delle flussioni'.[7]

---

[6] Naturalmente, con 'Descartes' intendo più un'area tematica ove la sua presenza è cospicua che la sua opera in senso stretto.

La grande quantità di materiale presentata da Whiteside nelle note e nelle Introduzioni alle varie Sezioni in [68], potrebbe illustrare in modo più che adeguato quanto qui espongo, ma non mi sembra abbia ancora ricevuto l'attenzione dovuta.

[7] La formazione matematica di Newton ha, ovviamente, spiccati elementi di originalità, ma è stato (implicitamente) oggetto di discussione, in tempi recenti, quanto egli possa avere ricevuto dall'ambiente circostante. Feingold (in [36]) ha decisamente contrastata l'opinione tradizionale (si veda [2], o il più recente [5]) che voleva le università inglesi poco 'ricettive' per questioni matematiche. Il suo libro, pur decisamente criticato (si veda [80], per esempio) è certo stimolante e suggerisce notevoli spunti di riflessione.

In queste letture, l'autore classico che è principalmente presente, o per lo meno l'unico autore del quale si ha traccia esplicita, è Euclide, letto tuttavia da Newton quasi con impazienza. Le note a margine dell'edizione di Barrow,[8] testimoniano sia una precisa volontà di sintetizzare, con l'aiuto dell'algebra, le proposizioni principali, sia una precisa insofferenza di fronte a 'lungaggini geometriche'.

Il manoscritto, Add. 3995, alla University Library di Cambridge costituisce un tentativo di riformare una parte del testo euclideo, in particolare la teoria delle proporzioni. Whiteside, giustamente, ha considerato privo di grande interesse matematico questo manoscritto (così come le note a margine a Barrow, del resto) e di conseguenza non lo ha pubblicato.[9] Mi pare tuttavia assai utile considerarlo, sia pure in una breve parte, per chiarire l'atteggiamento iniziale di Newton di fronte ad un autore classico. Per puntualizzare quanto intendo una pagina è sufficiente.

Nella tavola 1, è riprodotta la pagina 12 del manoscritto. Le proposizioni 5, 6, 7, in essa, mostrano quale assoluta 'libertà interpretativa' Newton assuma rispetto a proposizioni che in tempi successivi vorrà assolutamente formulate nel contesto della teoria delle proporzioni classica.[10]

Il tipo di linguaggio usato, come si vede, è l'algebra cartesiana, con l'aggiunta di alcuni simboli ideati da Barrow, Ma colpisce, a fronte di quello che sarà il desiderio dell'età matura di 'imitare' lo stile degli antichi, l'assoluta indifferenza rispetto alle reali intenzioni di Euclide, sostanzialmente travisate. Equimolteplici è sbrigativamente reso con il prodotto algebrico. Le proporzioni sono composte di uguaglianze di rapporti, anziché considerate globalmente. Senza esitazione viene introdotta l'unità.

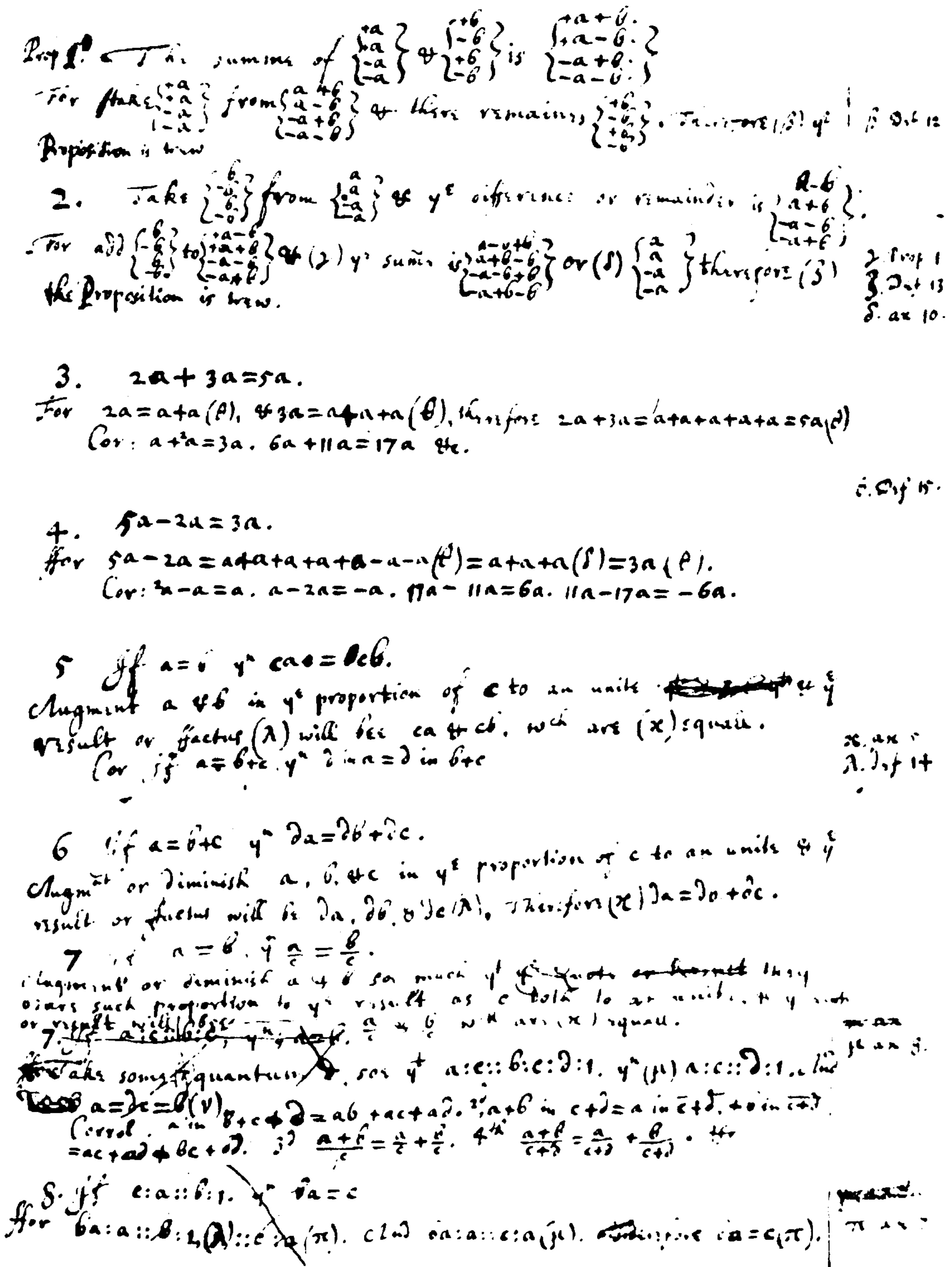
Realmente l'atteggiamento di Newton è molto sbrigativo.

---

[8] È certamente il testo euclideo che Newton ha considerato con più attenzione. L'edizione di Barrow già, per altro, è una 'mediazione' tra rigore filologico e necessità di una più svelta e moderna esposizione dei contenuti di Euclide.

[9] Osserva Whiteside: «*the notes made by him in his copy of Barrow's 'Euclid'* [Trinity College, NQ.16.201] *and the crude algebraic passages in a small quarto book [...] are both omitted*».

[10] Newton interpreterà in modo molto 'personale', e assai poco 'filologico' la teoria delle proporzioni classica, pur pensando, al contrario, d'essere un fedele seguace degli antichi. Ringrazio i Syndics della Cambridge University Library per il permesso concessomi di riprodurre la p. 12 del manoscritto Add. 3995.


3. 2a+3a=5a.
Cor: a+2a=3a. 6a+11a=17a &c.
4. 5a−2a=3a.
Cor: 2a−a=a. a−2a=−a. 17a−11a=6a. 11a−17a=−6a.

§ 3. Una lettura che invece Newton compie poco dopo con estrema analiticità e che segnerà ben più profondamente tutta la sua vita, è quella della *Geometria* di Descartes, nella seconda edizione latina.

Questa edizione, opera di Van Schooten così come la prima edizione latina, è ben lungi dall'essere la semplice riproposizione, in lingua latina, del testo cartesiano. Con l'aiuto di 'allievi' eccezionali (quali Hudde, Van Heuraet, De Witt, Huyghens) Van Schooten ha compiuto una rielaborazione profonda delle tematiche di Descartes, arricchendo il testo originale[11] con notevoli commenti e soprattutto spostando in maniera non indifferente ciò che può definirsi come 'l'asse interpretativo'.[12]

Nella *Géométrie*, Descartes ha certamente una intuizione profonda e felice, quando scrive, per introdurre il problema del calcolo della tangente ad una curva algebrica in un suo punto come:

> ... i'ose dire que c'est cecy le problesme le plus utile & le plus general, non seulement que ie sçache, mais mesme que i'aye iamais desiré de sçavoir en Geometrie.[13]

Ma anche un lettore disattento non può non notare come, nell'economia generale dell'opera, il problema citato riceva una attenzione relativamente marginale.[14] Ed è invece proprio l'edizione di Van Schooten che dà ad esso una posizione di ben maggiore rilievo.[15] Poiché la rielaborazione di esso da parte di Newton è uno degli aspetti più rilevanti sulla via che procede in direzione del calcolo, è utile fermarsi per una rapida descrizione.

Ecco come il metodo proposto da Descartes può brevemente sintetizzarsi, in termini un po' moderni.

Sia CE una linea curva (algebrica), riferita ad una retta fondamentale AM. E sia più esattamente, con riferimento alla figura, AM $= x$, MC $= y$.

[11] Un dato 'crudo', ma pure indicativo: il testo cartesiano occupa solo 106 pagine della monumentale edizione di Van Schooten.

[12] Rinvio per questi aspetti all'interessantissima tesi di Van Maanen, [78]. Una sintesi brillante dei suoi risultati (elaborata indipendentemente) si può trovare anche in [7].

[13] Cfr. [29], p. 94.

[14] Sul senso generale dell'opera si veda il bel saggio [10]. Mi permetto di citare anche [40].

[15] Rinvio ancora una volta ai testi citati nella nota 12.

Sia poi $f(x,y) = 0$ l'equazione algebrica che descrive la curva.[16]

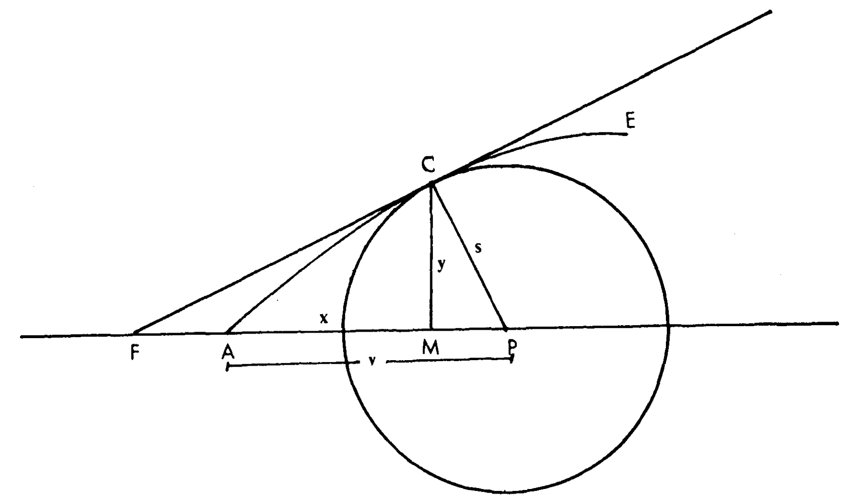


Fig. 1

La tangente CF, osserva dapprima Descartes, è perfettamente individuabile dalla normale CP. Se ora consideriamo una circonferenza di raggio PC e centro P essa ha evidentemente la stessa tangente CF della curva data, ed il suo raggio CP giace sulla normale richiesta. Ora, a giudizio di Descartes, è facile individuare una tale circonferenza. Si suppongano dapprima ignote la posizione del centro ed il raggio.

Si ponga cioè AP $= v$ e CP $= s$. La circonferenza avrà allora equazione:

$$(v-x)^2 + y^2 = s^2$$

Ma, ed ecco l'essenza del metodo cartesiano, v ed s corrispondono alla condizione di tangenza se, e solo se, eliminata una delle due variabili tra l'equazione precedente e la $f(x,y) = 0$, si ottiene un'equazione che ha una *radice doppia* in corrispondenza dell'ascissa o dell'ordinata (a seconda di quale variabile si è eliminata) del punto di tangenza ricercato.

[16] Sul rapporto tra *curva* geometrica ed *equazione* nella Géométrie si vedano i testi citati nella precedente nota 14.

Se supponiamo di avere eliminata la variabile y ed indichiamo con e, come Descartes, questa radice doppia, si dovrà richiedere che l'equazione risultante sia della forma $(x-e)^2 \cdot p(x) = 0$, ove $p(x)$ è un *arbitrario* polinomio di grado uguale a quello dell'equazione risultante meno due.

L'uso del metodo dei *coefficienti indeterminati*, altra geniale invenzione di Descartes, condurrà poi ad un sistema di equazioni dal quale si ricavano v ed s. Ecco un esempio.

Consideriamo il ramo superiore della curva rappresentata dall'equazione $y^2 - x^3 = 0$.

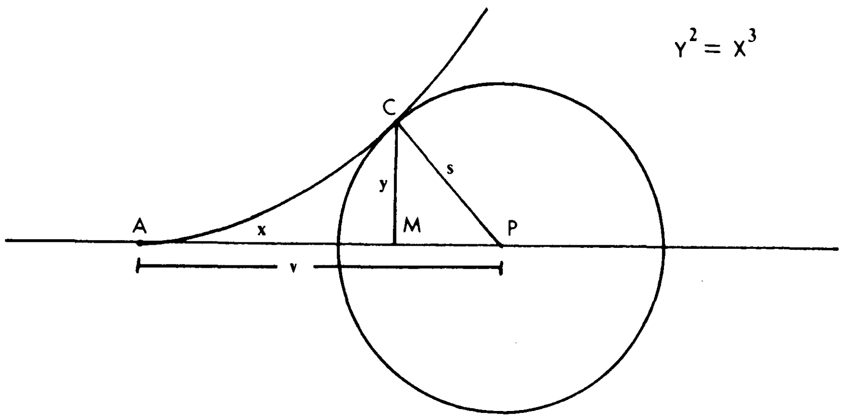


Fig. 2

A questa equazione dobbiamo affiancare l'altra: $(v-x)^2 + y^2 = s^2$.

L'eliminazione della variabile y tra le due conduce immediatamente all'equazione

$$x^3 + x^2 - 2vx + v^2 - s^2 = 0 .$$

E questa equazione va posta a confronto, in questo caso, con un'equazione della forma

$$(x-e)^2 (x-a) = 0 .$$

Dal confronto dei coefficienti si traggono le equazioni

$$\begin{aligned} -(2e + a) &= 1 \\ 2ae + e^2 &= -2v \\ v^2 - s^2 &= -ae^2 \end{aligned}$$

dalle quali si ottiene, eliminando la quantità indeterminata fra le prime due equazioni,

$$v = e + \frac{3}{2} e^2 .$$

Il caratterre *metodico* del procedimento suggerito da Descartes è evidente.[17] Ma altrettanto è evidente che una situazione appena un poco più complicata presenta difficoltà non facilmente superabili dal punto di vista *pratico*.

In effetti, Fermat, come ebbe la possibilità di venire a conoscenza del testo della *Géométrie*, immediatamente si fece premura di inviare a Mersenne un suo scritto, il *Methodus ad disquirendam maximam et minimam*,[18] perché questi ne facesse partecipe Descartes.

Non importa che io segua nei dettagli la furiosa polemica[19] che ne seguì. Basta che accenni in breve alla nuova idea che viene introdotta. Ed anzi, per giungere più rapidamente al punto centrale della mia esposizione, descriverò il metodo per tracciare la tangente ad curva algebrica come fu proposta da Van Schooten nella sua sintesi '*eclettica*' formata dal metodo cartesiano, da quello di Fermat e dai contributi dei suoi 'collaboratori', in particolare Hudde.[20]

Con riferimento ancora alla fig. 1, l'osservazione di Van Schooten-Fermat-Descartes si può così riassumere: fissato che sia P, il segmento CP corrispondente alla normale è *minimo* tra quelli possibili. Sicché possiamo utilizzare la «*stazionarietà*», che si ha in una situazione di minimo, per incrementi *infinitesimi* delle variabili in gioco.

Se ricaviamo la quantità s^2 (che sarà massima e minima con s), nella situazione proposta originariamente da Descartes, come 'funzione'[21] di x e di v (eliminando y) e poniamo

$$s^2 = \Phi (x,v) ,$$

---

17 Si noti, per esempio, come l'equazione della circonferenza sia sempre la stessa per ogni curva. Il tipo di sostituzioni da effettuarsi è standard. il risultato ha forma prevedibile, ecc. È comunque un punto sul quale mi soffermerò tra breve.

18 In [37],pp. 133-136.

19 È un argomento molto studiato nella storia della matematica. Riferimenti bibliografici, aggiornati sino al 1980, si trovano in [39], al quale saggio mi permetto di rinviare.

20 Si veda in particolare il *Commentarius* di Van Schooten alle pagine 253-255, in [30]. È sempre in [30] che è pubblicata l'*Epistula secunda de maximis et minimis* di Hudde.

21 Uso il termine senza naturalmente presupporre presente alcun concetto di funzione nei testi considerati.

dovrà essere, per il valore di v soluzione del problema

$$\Phi\,(x + o,v) = \Phi(x,v).$$ [22]

Trattando poi la 'equazione' precedente come se in essa fosse $o^2 = o^3 = \ldots o^n = 0$, eseguendo le possibili semplificazioni, e dividendo infine per o, si giunge al calcolo di v.

Nel volume di Van Schooten, la «*capacità operativa*» del metodo è ulteriormente accresciuta dall'uso della già ricordata «*regola di Hudde*», la quale fornisce sostanzialmente un semplice algoritmo per trovare le radici multiple di un polinomio. Ma credo si possa prescindere da ulteriori dettagli tecnici per spiegare il carattere dell'intervento newtoniano e del succedersi di quei drammatici mutamenti che trasformano i «*metodi per le tangenti*» nel calcolo differenziale vero e proprio.

§ 4. L'aspetto radicalmente innovativo che progressivamente emerge dalla grande quantità di calcoli algebrici che accompagna la prima lettura newtoniana della *Geometria*[23] di Descartes è dato, per quanto attiene al problema di tracciare la tangente ad una curva algebrica, dalla ricerca di qualcosa che, sbrigativamente, si potrebbe descrivere come una 'formula risolutiva'.

Newton giunge rapidamente a comprendere che la *migliore* quantità geometrica da cercare è data (con riferimento alla figura 1) *non* dal segmento originariamente indicato da Descartes, ossia AP, ma dalla *sottonormale* MP. In termini moderni, la cosa è di immediata comprensibilità. Mentre MP è uguale a yy', AP vale $x + yy'$. Nelle situazioni 'pratiche' ove y e y' sono composte con frazioni, radicali, ecc., districare la natura delle operazioni coinvolte è più complesso nel secondo caso ove, specie a 'somma eseguita', può offuscarsi la traccia delle operazioni stesse. È così impresa ermeneutica tuttaltro che trascurabile quanto Newton fa nell'osservare che *sempre* la quantità v originariamente introdotta da Descartes si presenta alla fine nella forma.

$$v = x + \Phi(x,y),$$

[22] In realtà Fermat usa la notazione di Viète, e indica dunque le variabili con le vocali maiuscole e l'incremento con *E*. Van Scohoten trasforma la E di Fermat in una *e*.

[23] La 'seconda' lettura della *Geometria* è studiata in [41], ove in Appendice sono anche pubblicati i *marginalia* di Newton alla copia da lui posseduta del testo cartesiano, redatti appunto in occasione di questa nuova lettura. Ovviamente il mio saggio copre un esiguo spazio all'interno della vasta opera esegetica compiuta da Whiteside in [68].

sicché il calcolo *reale* è quello della quantità v-x (che Newton in dicherà, infine, di nuovo con v).

Ma individuare la migliore quantità da calcolare è ancora la parte più semplice del problema. La difficoltà maggiore (assai difficile per noi da cogliere 'post factum') stava proprio nel 'divinare' come la sottonormale potesse esprimersi attraverso una formula *immediatamente deducibile* dal polinomio f(x,y).

È ovvio che dal sistema

$$f(x,y) = 0$$
$$(v-x)^2 + y^2 = s^2$$

si ottiene per v una quantità che *dipende solo da f*, poiché la seconda equazione è identica per tutte le curve delle quali vogliono tracciare la tangente. Ma ciò che è del tutto *non* ovvio è la *semplicità* di questo calcolo. E giungere alla comprensione di essa è forse la tappa più importante del percorso che conduce al calcolo nella forma newtoniana. Un momento che mi sembra fondamentale è dato dagli scritti che Newton elabora in due giorni sucessivi, il 20 ed il 21 maggio 1665.

Mi soffermerò brevemente sul primo di essi.

È intanto importante osservare come esso sia accuratamente datato ed abbia un ben preciso titolo: *A Method for finding theorems concerning Questions de Maximis et Minimis*. Questo titolo, come osserva Whiteside,[24] è certo ispirato da Hudde, ma evidenzia, a mio giudizio, anche caratteristiche peculiari. L'uso di un termine impegnativo come *metodo* (che non compare né nel titolo né nel testo di Hudde in [30], non è certo casuale).

Newton sceglie un esempio molto semplice (fornito dalla iperbole di equazione $ax = y^2 - x^2$) per analizzare dettagliatamente, su di esso, il funzionamento del metodo di Van Schooten-Fermat- Descartes. Anche qui vi è un lieve ma importante cambiamento, dato dalla sostituzione della lettera e, utilizzata da Van Schooten (si veda la nota 22) per indicare l'incremento, con la lettera ben più espressiva o. Ovviamente, in tal modo si allude ad una quantità molto piccola (zero).

Dopo aver riprodotto in forma più sistematica le osservazioni 'pra-

[24] Nella nota 2 a p. 272 del Vol. I di [68].

tiche' che fornisce Van Schooten per 'sveltire' il calcolo di v,[25] Newton giunge a ciò che, a mio giudizio, è un momento fondamentale.

Egli, intanto, organizza le cose in modo che «*divers equations may bee represented by y^e same caracters*,[26] il che viene ottenuto scrivendo il polinomio rappresentativo di una curva qualsiasi nella forma

$$a + cy + ey^2 = 0,$$ [27]

ove a, c ed e sono a loro volta polinomi in x, ed è chiaro che può aggiungersi, all'occorrenza, $+ fy^3$, o ancora $+ hy^4$, ecc. Ed ora segue il calcolo di v, in questa *situazione generale*, per ottenere una espressione valida in generale. Ma ancora, egli giunge a comprendere come i singoli coefficienti a, c, e debbano sottoporsi ad un'operazione della *stessa natura*. Egli indica perciò con $\ddot{a}$, $\ddot{c}$, $\ddot{e}$ ciò che si ottiene '*applicando la regola di Hudde*'.

Formalmente si ha, per $\ddot{a}$, ad esempio $\ddot{a} = x \cdot \dfrac{\partial}{\partial x} a$.
Ovviamente gli altri termini si ottengono con le stesse operazioni.

Ma una pari operazione va compiuta anche sull'intero polinomio pensato nella variabile y, ed ecco dunque la formula finale nella forma.

$$v = \frac{-\ddot{a}\cdot y - \ddot{c}\cdot y^2 - \ddot{e}\cdot y^3}{cx + 2exy}.$$

Al lettore moderno essa può sembrare un rudimentale approssimazione di $v = -y\,(f_x/f_y)$. Ma basta una breve riflessione per rendersi conto dell'enorme progresso compiuto rispetto ai metodi precedenti.[28]

Qualunque sia la curva data da un polinomio $f(x,y)$, basterà ordinare il polinomio stesso rispetto alla variabile y ed è poi pressoché immediato scrivere v. Il problema ha ora la sua forma moderna: «*Data la curva di equazione f(x,y) la sua sottotangente è data da ...*».

Basterà molto poco a Newton per accorgersi di avere trattato le variabili in modo dissimmetrico e per ristabilire l'equilibrio giungendo ad una formula che, almeno formalmente, coincide con quella moderna.[29] E ben presto verranno altre fondamentali novità. Ma spero sia non inutile una piccola pausa di riflessione.

Il carattere di questa prima e fondamentale tappa del percorso che condurrà Newton all'elaborazione completa del suo calcolo è dunque segnato in modo profondo dall'algebra. Ma ancora, più determinatamente, si osserverà che elemento fondamentale dell'invenzione newtoniana è una sorta di tentativo di '*divinare*' da sistemi di formule ottenute da situazione molto simili (dal punto di vista *algebrico*)[30] quale sia la *struttura generale* che regola l'apparente differenza. Ogni discussione su «*quantità infinitesime*» è chiaramente subordinata a questo meccanismo di invenzione, e nell'uso di queste stesse quantità Newton segue, con ben lievi differenze, la via tracciata dall'eclettismo di Van Schooten. Realmente fondamentale è invece la convinzione che *vi sia* una formula da cercare, una convinzione che precede ogni valenza dimostrativa e che rinvia al contesto epistemologico nel quale egli si è trovato ad operare.

In breve, Newton procede ben oltre, ed il processo inizia proprio il giorno successivo, con il secondo dei due saggi citati.

Mi limiterò ad indicare schematicamente le molteplici direzioni, ponendo invece un'attenzione più determinata su una prima formulazione del 'teorema fondamentale', ove Newton si avvicina, implicitamente tuttavia, ad Archimede.

Ecco dunque per punti schematici.

a) Individuata una formula per la sottonormale, Newton procede

---

[25] Ma ora, per Newton v è la *sottonormale*. Le osservazioni che Newton ripropone consistono in questo. Poiché alla fine del calcolo si utilizzerà solo ciò che è a coefficiente di o, tanto vale calcolare *solamente questa quantità*', trascurando di esplicitare i termini in o^2, o^3 ... ecc. Anche qui si può notare una chiara differenza tra ciò che è suggerimento pratico nel testo di Van Schooten e ciò che ha andamento *metodico* nel testo newtoniano.

[26] [68], vol. I, p. 274.

[27] Per comodità scrivo y^2 invece di yy.

[28] È ben noto che Sluse giungerà a sua volta ad una formula di questo tipo. Ma la priorità di Newton è fuori discussione. Sull'interessante opera di Sluse si può vedere il recente [8].

[29] La reale natura delle operazioni coinvolte, se esse siano o meno '*derivate parziali*' è oggetto di attenta disamina nella Appendix 3 del bel libro di Engelsman, [35], pp. 223-226. Debbo confessare che, nonostante l'ammirazione ispiratami dal suo splendido saggio, le critiche che egli muove, in particolare a Whiteside, mi sembrano non condividibili. A me sembra che la natura delle operazioni introdotte da Newton esaurisca quasi completamente il concetto di derivazione parziale moderno. Lontano è invece il concetto di differenziale, ma questa è '*un'altra storia*'.

[30] Calcolare la sottotangente per la curva rappresentata dalla equazione $x^2 + y^2 = s^2$ o per quella data da $x^4 - y^2 = s^2$ sostalzialmente la stessa cosa *con la regola di Newton-Sluse*, ma non lo è in termini geometrici *diretti*. Mi pare che questo esempio sia adatto per chiarire la differenza che il «*punto di vista algebrico*» introduce.

a saggiare la possibilità di *altre* formule per altre situazioni geometriche di curve algebriche, quali la *curvatura* in un punto. Di qui seguono due importanti conseguenze: 1) non avendo una preliminare elaborazione algebrica, come per il calcolo della sottonormale, Newton è costretto a costruire *geometricamente* il meccanismo esplicativo; 2) un dato per nulla scontato *a priori* emerge: la curvatura alla fine si calcola con applicazioni più complesse dello *stesso algoritmo*.

b) Il tentativo di estendere quanto trovato al di là delle situazioni dominabili in termini algebrici dà luogo a due distinte direzioni di sviluppo: 1) la generalizzazione dei polinomi alle *serie infinite*, per le quali il calcolo si estenderà «*in modo naturale*»; 2) il tentativo di indagare *in termini geometrici diretti* ciò che inizialmente si presenta in termini geometrici, cercando di «*eliminare*» il passaggio per metodologie analitiche.

Tutto ciò si svilupperà in anni successivi[31] e condurrà Newton ad una scelta sempre più decisa, per '*la geometria*', una scelta che lo condurrà a vedere (ma a torto) se stesso come un restauratore della '*vera*' matematica, la matematica classica a fronte dei travisamenti dei moderni. Ma lascio per ora questo argomento per dedicare il prossimo paragrafo ad una delle prime formulazioni newtoniane del 'teorema fondamentale'.

§ 5. Il breve testo che mi propongo di analizzare fa parte di un complesso di scritti, variamente connessi al 'teorema fondamentale' che Whiteside ha giudicato di poco posteriore ai due scritti esaminati in precedenza.[32] In questo scritto, certamente ispirato dalla

[31] A giudizio di illustri autori anche con aspetti involutivi. Rinvio a [32], [33] e [41] per l'opinione mia (e della mia coautrice in [32], [33]) e per ampi riferimenti bibliografici.

[32] L'uso in essi della regola di Hudde, piuttosto che del nuovo potente algoritmo trovato il 20 maggio del 1665, m'ha spinto ad esporre a Whitesede l'opinione che, forse, essi potrebbero *precedere* anziché seguire tale algoritmo. Whiteside ha avuto la cortesia di illustrarmi per lettera il suo punto di vista secondo il quale: 1) essi rivelano un più alto grado di maturità matematica degli scritti del maggio del 1665; 2) non è infrequente che Newton utilizzi anche in tempi successivi procedimenti che pure ha ampiamenta generalizzato in precedenza: In effetti, accade spesso che ripercorrendo, su un esempio concreto, dei passaggi matematici che pure potrebbero eliminarsi applicando una «*regola generale*» si ottengano semplificazioni notevoli.

Debbo confessare tuttavia che, pur a fronte dell'autorevole risposta del grande studioso, conservo un piccolo margine di dubbio.

In ogni caso, la breve distanza temporale, consente di considerare le questioni del maggio 1665 e queste come contemporaneamente presenti alla mente di Newton.

Lo scritto in questione è in [68], pp. 302-305.

Epistula de Transmutatione Curvarum Linearum di Van Heuraet,[33] altro testo fondamentale pubblicato da Van Schooten in [30], Newton affronta il problema di «*to square those crooked lines* w^{ch} *may bee squared*».

Egli è evidentemente colpito dalla '*parentela*' che rivelano il calcolo della sottonormale ed il calcolo dell'area sottostante ad una parabola generalizzata del tipo $y = p \cdot x^{\alpha}$ Newton conosce certamente almeno le varie generalizzazioni del risultato di Archimede, per $y = x^2$, date da Wallis, nella sua *Arithmetica Infinitorum*, ma è probabile che questi risultati siano, in qualche modo, presenti nella sua coscienza senza una specifica paternità. Si tratta, in effetti, negli anni Sessanta di una sorta di patrimonio comune.

L'area sottostante alla curva $y = p \cdot x^{\alpha}$ nel tratto da 0 ad a, conduce al risultato $\frac{p}{\alpha + 1} \cdot a^{\alpha+1}$, mentre il calcolo della sottonormale, nel punto di ascissa a si articola nel prodotto $p \cdot a^{\alpha} \cdot \alpha \cdot p \cdot a^{\alpha-1}$. Per esplorare la connessione dei due risultati, Newton ricorre al seguente meccanismo, che illustro con riferimento alla figura sottostante.[34]

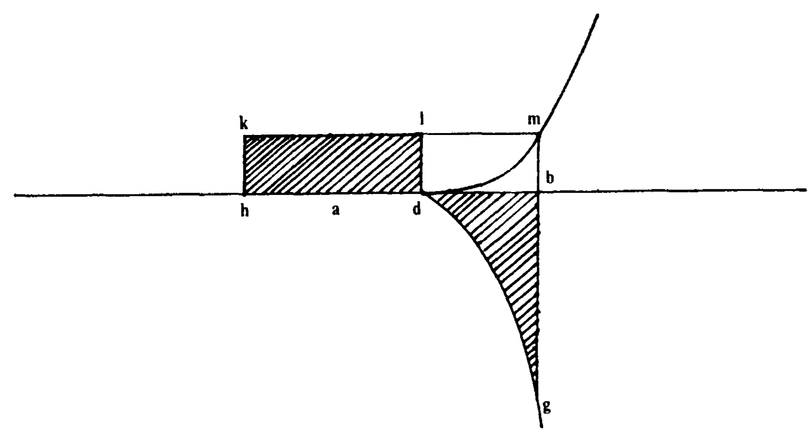


Fig. 3

[33] Questo giudizio è espresso da Whiteside in [68], vol.I, nota 51, p. 304. Per una interessante analisi di questa *Epistula* si veda [46]. Ho riprodotto nella Tavola 2 la figura di Van Heuraet.

[34] Che si ritrova anche nel famosissimo luogo delle *Lectiones Geometricae* ove, a giudizio di molti storici (ma non mio), Barrow esprime il teorema fondamentale del calcolo.

Per comodità del lettore moderno, altero lievemente la figura originale di Newton, orientando 'gli assi' in modo più vicino alla sensibilità moderna.

Rispetto ad una stessa retta fondamentale si dispongono due curve. Orientando l'ordinata verso il basso, 'sotto' la retta fondamentale si dispone una curva che determini tra se stessa e la retta un'area del tipo detto in precedenza. Esattamente Newton sceglie il valore dell'area come $\frac{x^3}{a}$.[35] Il triangolo mistilineo *dgb* valga dunque $\frac{x^3}{a}$.

La curva 'sopra' la retta fondamentale esprime invece la stessa area come una *lunghezza*.[36] Questo si può compiere considerando per ogni valore dell'ascissa, un rettangolo equivalente con *un lato fissato.*

Accanto all'area *dgb* si considera dunque, per ogni valore x del l'ascissa il rettangolo *hdkl*, come in figura, il cui lato *hd* è di lunghezza fissata a. Il secondo lato, *dl*, determina l'ordinata della seconda curva. Esattamente, con riferimento alla figura, si ha $bm = dl$.

Sarà allora evidentemente $bm = \frac{x^3}{a^2}$.

Se indichiamo con z la ordinata del generico punto di ascissa x, abbiamo così per la curva superiore l'equazione

$$z = \frac{x^3}{a^2}.$$

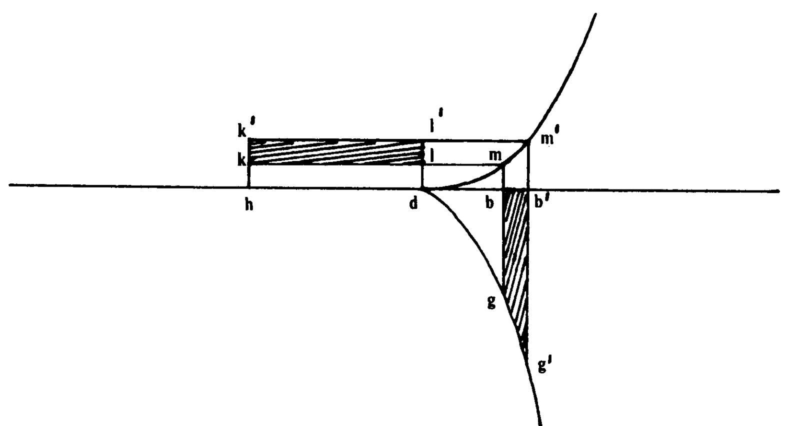


Fig.4

[35] Ovviamente, pur essendo l'argomentazione condotta su un esempio, essa ha valore paradigmatico.

[36] È impossibile non pensare ad una precisa influenza delle pagine iniziali della *Geometria* di Descartes.

Ora, per il significato stesso delle curve in questione, è ovvio che un incremento dell'area *dgb*, corrispondente ad un incremento dell'ascissa da x ad $x + o$, ad esempio, può essere 'letto' come un incremento dell'ordinata della curva superiore moltiplicata per la quantità fissata a. Sicché è, in definitiva l'incremento che 'misura' l'area. Il trapezio mistilineo *bgb'g'* dà luogo al rettangolo *klk'l'*, e poiché in questo rettangolo, come ho osservato, un lato è fissato, l'aumento dell'area si può 'leggere' come un incremento dell'ordinata $mm' = b'm' - bm$.

Ed ecco ora la nuova idea, che Newton riprende da Van Heuraet, ma che risale, sostanzialmente, ad un recupero di tematiche archimedee. Possiamo immaginare di decomporre la figura sottostante, approssimandola con un gran numero di rettangoli. Nella situazione in esame, gli incrementi delle ordinate della figura soprastante si possano leggere 'sulla tangente'.

Se ora consideriamo uno di questi rettangoli (sia ad esempio *bgb'g'* nella fig. seguente) potremo approssimare la sua area, indicata che sia la ordinata *bg* con y, con $y \cdot o$.

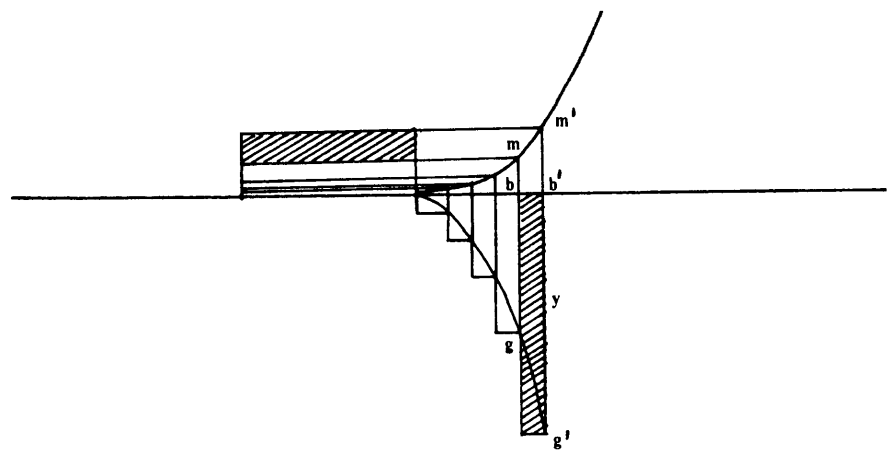


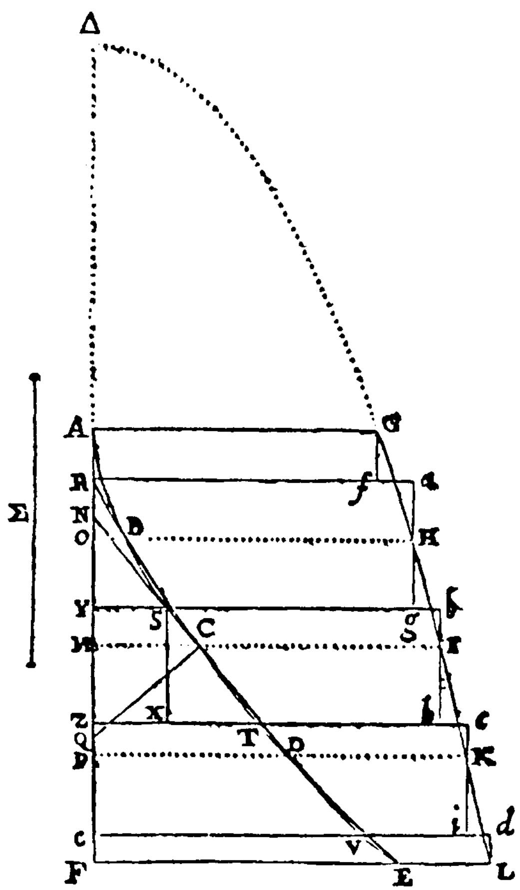
Fig. 5

Ma attraverso la 'identificazione' del 'trattino' corrispondente di curva superiore *mm'* con la tangente, abbiamo

$$y \cdot o = \frac{v}{z} \cdot o \cdot a .$$

518 HENRICI van HEURAET EPISTOLA

Si dentur duæ lineæ curvæ, exempli gratiâ, A B C D E, G H I K L, & recta A F, ejus naturæ, ut, (ductâ ex puncto M, in linea A F pro libitu aſſumpto, perpendiculari M I, ſecante datas curvas in C & I, uti & C Q perpendiculari ad curvam A B C D E,) M C ſit ad C Q, ſicut linea aliqua data Σ ad M I: erit ſuperficies A G H I K L F æqualis rectangulo comprehenſo ſub data linea Σ & alia recta æquali curvæ A B C D E.



Dividatur linea A F in partes quotcunque, verbi gratiâ, in punctis O, M, & P, ducanturque perpendiculares O H, M I, P K, ſecantes curvam A B C D E in punctis B, C, & D, ac curvam G H I K L in punctis H, I, & K; & per puncta A, B, C, D, & E agantur tangentes, quæ ſibi mutuò occurrant in R, S, T, & V; & per hæc puncta ducantur lineæ R a, Y b, Z c, ed perpendiculares ipſi A F; & per puncta G, H, I, K, & L agantur lineæ ipſi A F parallelæ; ſecantes R a in f & a, Y b in g & b, Z c in

Poiché in questo caso si ha $v = \frac{x^3}{a^2} \cdot 3\,\frac{x^2}{a^2}$, è immediato giungiungere al valore della ordinata y della curva sottostante come

$$y = \frac{3x^2}{a}.$$

Newton ha dunque compreso, su un esempio di grande importanza, l'interazione fondamentale tra le operazioni del calcolo. Un vorticoso procedere di risultati segna poi la via che condurrà, poco meno di un anno dopo, al *Trattato dell'ottobre del 1666*. Ma l'obbiettivo del mio argomentare non è seguire questo processo, bensì saggiare la qualità '*archimedea*' di questo primo risultato newtoniano.

Ora è ovvio che i risultati sulle quadrature dalle quali egli parte muovono da una generazione del celeberrimo risultato di Archimede sulla parabola. E vicina allo 'spirito' archimedeo sembra essere anche la decomposizione della figura in una molteplicità di rettangoli.

A ben vedere però si tratta di una impressione ingannevole. L'obbiettivo della decomposizione *non* è quello di dare una prima valutazione della misura della figura che, progressivamente raffinata, dia una successsione di grandezze il cui limite sia poi controllabile con il metodo di esaustione, come è tipicamente nella *Quadratura della parabola*, ad esempio. Obbiettivo newtoniano (come del suo modello Van Heuraet) è giungere ad un tal grado di approssimazione '*infinitesima*' che *localmente* un arco di curva possa sostituirsi con il trattino di tangente, o un rettangolino compreso fra due ordinate possa immaginarsi prodotto della 'base' per una, a scelta, delle due ordinate. Si noterà che, in realtà, nella dimostrazione newtoniana gioca un ruolo essenziale *un solo* rettangolo. È questa una diversità profonda con la matematica classica: la considerazione 'globale' della figura determinata da una curva è data, all'inizio ed una volta per tutte, dalla *equazione*.[37]

[37] Come è ben noto, la parte finale del *Trattato dell'Ottobre del 66* è interamente dedicata ad una esplorazione 'dinamica' delle possibilità del calcolo di baricentri mediante la legge delle leva. Ma l'idea di aree che, istante per istante, si facciano equilibrio attraverso le rispettive velocità di crescita ha una parentela molto lata con Archimede. Altrettanto si può dire dell'amplia e continua discussione che Newton fa delle possibilità offerte dall'*inserzione*. L'origine è da cercarsi in Viète, piuttosto che nelle discussioni sulle *Spirali*.

§ 6. Come già accennavo alla fine del § 4, l'approccio 'analitico' iniziale di Newton è accompagnato da precise esigenze *matematiche* che, complessivamente, concorreranno nel richiamare la sua attenzione sulla necessità di un più equilibrato rapporto con la geometria e, in particolare, con la geometria classica. Queste esigenze si accompagnano, nel correre degli anni con una nuova e attenta riconsiderazione della geometria classica stessa, frettolosamente studiata negli anni giovanili, ed anche con una sempre più precisa presa di distanza dalle tematiche dell'analisi cartesiana.[38]

Si può dire più esattamente che, accanto alle ricordate esigenze matematiche, si fa strada anche una ostilità sempre più profonda verso questa nuova analisi. Essa assume progressivamente, nel giudizio di Newton, le caratteristiche di un modello negativo al quale deve essere opposto lo stile severo degli 'antichi'.

Questo processo si articola in molti momenti, alcuni dei quali carichi di significati anche positivi.[39] In appendice al *De methodis fluxionum et serierum*[40] viene posto un *Addendum geometricum* con l'obbiettivo di ristrutturare il nuovo calcolo nel contesto della teoria delle proporzioni, o piuttosto come estensione di questa teoria.[41] Il tentativo troverà un compimento organico nella *Geometria curvilinea* dell'inverno del 1680 e culminerà nello 'stile' dei *Principia* e del *De quadratura*.[42]

Molto importanti sono anche le *Lectures of Algebra* che danno luogo all'*Arithmetica Universalis*. Per elaborare queste lezioni Newton si trovò infatti costretto a meditare su questioni elementari, ed ebbe così di nuovo a confrontarsi con Euclide e più in generale con la trattazione di queste questioni nella matematica classica. Per 'trarre ispirazione' per le proprie lezioni, compì un attenta rilettura della *Geometria* di Descartes, questa volta con ben più decisi atteggiamenti critici.[43]

Senza entrare in troppi dettagli, che mi porterebbero lontano dal tema della mia trattazione, mi limito a puntualizzare quelle che sono, a mio giudizio, le caratteristiche essenziali del 'nuovo' atteggiamento newtoniano che viene emergendo.

Mi pare si possa dire questo: la visione della matematica classica che Newton acquisisce è profondamente influenzata dal contrasto con Descartes, al punto tale che, anche ciò che è semplicemente diverso dall'analisi cartesiana viene sbrigativamente qualificato come 'opposto' ad essa e ritenuto come 'classico' tout court.

'Contro' la analisi cartesiana Newton pensa si debba porre quella considerazione della generazione delle figure geometriche che sorregge il suo calcolo delle flussoni, mentre è, evidentemente, cosa affatto nuova ed interamente newtoniana.

'Contro' di essa sono considerate le tematiche proiettive della V sezione del Primo libro dei *Principia*,[44] che in effetti rappresenta una trattazione proiettiva delle sezioni coniche semplicemente 'diversa' da quella analitica implicitamente presente nella *Géométrie* di Descartes. E si potrebbe procedere con un lungo elenco.

Ora, se utilizziamo la schematica, ma utile partizione di Chasles che ho ricordata all'inizio, la matematica cartesiana può essenzialmente definirsi come 'apolloniana'.

Newton nella sua critica sempre più puntigliosa, meticolosa, a volte fin ossessiva, a Descartes, di fatto fa spesso coincidere la *parte* della matematica classica alla quale, più o meno implicitamente Descartes fa riferimento[45] con la matematica classica nella sua totalità. Le tematiche apolloniane, la dualità analisi/sintesi ed il modello espositivo secondo il quale *solo* la sintesi deve apparire in una trattazione (contrariamente a Descartes, che pensava si dovesse esporre la analisi), divengono così, nel passare degli anni, pensieri dominanti che modellano il giudizio newtoniano (ben inadeguato come si intuisce) sulla matematica classica. Tutto ciò che, opera di Newton stesso o di altri,

[38] Al di là dell'ovvio riferimento dato da [68], mi permette anche di segnalare [32], [33] [41] ed anche [42], ove nella parte iniziale tratto di questo complesso di problemi. Il termine 'analisi cartesiana' è utilizzato in senso lato, per indicare il complesso di elaborazione scaturite soprattutto da Van Schooten e dai suoi collaboratori.

[39] Rinvio in particolare a [33] e [42].

[40] In [68], vol. 3.

[41] L'immagine che Newton elabora della teoria delle proporzioni classica non è certo un modello di rigore filologico. Tuttavia l'estrema attenzione per questa teoria è un dato molto significativo.

[42] Gli aspetti biografici legati a questo processo si possono seguire, oltre che nei volumi di [68], nella ormai classica biografia di Westfall, [81], recentemente tradotta in italiano, o nel più divulgativo ma agile volume [17]. Anche gli articoli di [44] sono un'utile lettura.

[43] Si veda, in particolare [41].

[44] Mi permetto di segnalare ancora [33].

[45] Più esattamente forse si dovrebbe dire l'*immagine* che Descartes si è 'costruita' della matematica classica. Si veda in proposito il bel saggio [61].

venga giudicato positivamente e pure non vi rientri, vi viene ricondotto a forza, talvolta forzando l'immaginazione al di là del credibile.

Ma l'inadaguata considerazione della matematica classica che Newton così acquisisce nella sua complessa vicenda intellettuale, è ben lungi dall'avere solo valore negativo. La considerazione delle figure generate dal *movimento* come perfettamente classica consente l'introduzione di quei concetti che gravitano intorno alla coppia fluente/flussione e che un atteggiamento rigorosamente 'filologico' non consentirebbe.

Del pari, molte parti essenziali dei *Principia* debbono molto ad una visione geometrica *diretta* dei problemi trattati.

§ 7. Siamo ora al punto nel quale è lecito chiedersi quale ruolo abbia Archimede nella visione newtoniana della matematica classica e quale influenza l'opera di Archimede abbia avuto sulla matematica newtoniana. Mi pare che le risposte a queste due questioni siano ormai chiare.

È ovvio che Newton. come ogni matematico, avesse rispetto profondo ed alta considerazione per Archimede.

Si può giungere fino a dire, e non è certo poco data la scarsa inclinazione alla modestia di Newton, che egli giudicasse Archimede un suo pari. Ma anche è chiaro come egli di Archimede avesse, di fatto, una considerazione molto personale.

Lo cita talvolta, quando il contesto lo consente, ed anche a volte in modo un po' arbitrario. Con il passare degli anni i riferimenti sono più frequenti e sempre accompagnati da alti elogi. Ma Newton cita anche sempre il 'risultato' seccamente, senza mai sentire il bisogno di confrontare il suo personale apparato dimostrativo con quello archimedeo.[46]

Viene dunque da sè, per rispondere alla seconda questione, che l'influenza di Archimede sulla matematica newtoniana è molto mediata. Certo, senza le generalizzazioni delle quadrature archimedee, senza il grado di elaborazione raggiunto dalla matematica nel Seicento dovuta al 'recupero' di temi archimedei, l'opera di Newton sarebbe inimmaginabile. Ma anche l'esperienza dell'algebra, io spero d'aver chiarito, era del pari necessaria.

[46] Naturalmente il dato puro e semplice della citazione non è, di per sè molto significativo. Newton non cita Descartes, che pure è il suo obiettivo polemico, nell'intera Sezione V del Primo libro dei *Principia*, tanto per fare un ovvio esempio (cfr. [33]). Con tutte le necessarie precauzioni, si può però osservare quanto segue: Archimede non è mai citato nel complesso di tutti gli scritti newtoniani che giungono fino ai primi trattati sul calcolo ([68], vol. I). Qualche citazione sporadica si ha invece nella *Geometria Curvilinea* ([68], vol. 4). Nei *Principia* il suo nome compare due volte.

§ 8. Nella sua lunga e laboriosa carriera Benedetto Croce più volte si è beffato di quei 'critici' che si pongono all'opera per 'demolire' i grandi della storia. E la sua critica è stata particolarmente tagliente verso chi, per dar compimento a quelle imprese, si sia servito della valutazione dell'*influenza* avuta sui posteri. Quasi che esistessero metodi di misura di quest'influenza precisi ed oggettivi...

Rileggendo quanto ho scritto m'ha assalito il dubbio di poter essere anch'io scambiato per uno di quei critici, per aver tentato di circoscrivere l'influsso di Archimede su Newton. Ma nulla è più lontano dalle mie intenzioni.

Io credo semplicemente che, a contrasto di molte visioni semplificate della storia, che riducono il calcolo alla semplice riconsiderazione, con l'aiuto dei simboli algebrici, del metodo di esaustione o degli indivisibili, si debba stabilire la ricca concretezza di una storia 'reale' della quale i protagonisti sono spesso più numerosi di quanto non appaia al primo sguardo.

L'influenza cartesiana sulla formazione scientifica di Newton, in bene ma anche in male, per i pregiudizi che per contrasto ha generati, non è certo una mia 'scoperta'. Io spero però che una sempre più attenta valutazione di questa influenza ci consenta di comprendere in modo adeguato come essa abbia delineato i caratteri fondamentali della 'ricettività', in questo caso dell'opera di Archimede, di Newton.

BIBLIOGRAFIA

[1] AA.VV, *Actes du Colloque international «René-François de Sluse»*, Amay-Liege-Visé, 20-22 Mars 1985, Liege, 1986.

[2] P. ALLEN, *Scientific studies in the English Universities of the Sevententh Century*, «Journal for the history of ideas», vol. 10, 1949, pp. 219-253.

[3] M. BARON, *The originis of the Infinitesimal Calculus*, Oxford, 1969.

[4] I. G. BASHMAKOVA, *Les méthodes différentielles d'Archimède*, «Archive for History of exact Sciences», vol. 2, 1964-65, pp. 87-107.

[5] Z. BECHLER, (ed.), *Contemporary Newtonian Research*, Dordrecht & c., 1982.

[6] J. L. BERGGREN, *History of Greek Mathematics: a survey of recent research*, «Historia Mathematica», vol. 11, 1984, pp. 394-410.

[7] C. C. BISSEL, *Cartesian Geometry: the Dutch Contribution*, «The Mathematical Intelligencer», vol. 9, n. 4, 1987; pp. 38-44.

[8] P. BOCKSTAELE, *La théorie des tangents aux courbes algebriques dans l'oeuvre de René-François De Sluse*, in *«Actes du Colloque International "René- François de Sluse"»*, Amay-Liege-Visé, 20-22 Mars 1985, Liege, 1988, pp. 135-144.

[9] H. J. M. BOS, *Huyghens and mathematics*, in *Studies on Christian Huygens*, Amsterdam, 1979.

[10] H. J. M. BOS, *On the representation of curves in Descartes' «Géométrie»*, «Archive for History of Exact Sciences», vol. 24, 1981, pp. 295-338.

[11] H. J. M. BOS, *Arguments on motivation in the rise and decline of a mathematical theory: the «Construction of Equations», 1637 - ca. 1750*, «Archive for History of Exact Sciences», vol. 30, 1984, pp. 331-380.

[12] H. J. M. BOS, *The significance of Sluse's Mesolabum within Seventeenth-Century Geometry and Algebra*, in *Actes du Colloque international «René- François de Sluse»*, Amay-Liege-Visé, 20-22 Mars 1985, Liege, 1986, pp. 145-163.

[13] C. B. BOYER, *The history of the calculus and its conceptual development*, New York, Ed. Dover, 1959.

[14] A. BRIGAGLIA, *Observations about mathematical problems in the period between Descartes and Newton*, «*Actes du Colloque International "René-François de Sluse"*», Amay-Liege- Visé, 20-22 Mars 1985, Liege, 1988, pp. 205-206.

[15] P. CASINI, *Newton e la coscienza europea*, Bologna, 1983.

[16] M. CHASLES, *Aperçu historique [...]*, 2nd ed., Paris, 1875.

[17] G. E. CHRISTIANSON, *In the presence of the Creator. Isaac Newton & his times*, New York and London, 1984.

[18] M. CLAGETT, *The impact of Archimedes on medieval science*, «Isis», vol. 50, 1959, pp. 419-429.

[19] M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages. I: The arabo-latin tradition*, Madison, Wis., 1964.

[20] M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages. II: The translations from the Greek*, 2 vols., Philadelphia, 1976.

[21] M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages. III: The fate of the medieval Archimedes 1300-1563*, 3 vols., Philadelphia, 1978.

[22] M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages. IV: A supplement on the medieval Latin tradition of conic sections*, 2 vols., Philadelphia, 1980.

[23] M. CLAGETT, *Archimedes in the Middle Ages. V: Quasi-Archimedean geometry in therteenth century*, 2 vols., Philadelphia, 1984.

[24] I. B. COHEN, *Introduction to Newton's «Principia»*, Cambridge, 1971.

[25] P. COSTABEL, *Descartes et la Mathématique de l'Infini*, «Historia Scientiarum», vol. 29, 1985, pp. 37-49.

[26] P. COSTABEL, *Les «Essais de la Méthode» et la reforme mathématique*, in N. GRIMALDI, J. L. MARION (eds.), *Le «Discours» et sa méthode*, Paris, 1987, pp. 213-226.

[27] P. COSTABEL, *La réception del la «Géométrie» et les disciples d'Utrecht*, in AA.VV, *Problematique et Reception du «Discours de la Méthode» et des «Essays»*, Paris, 1988, pp. 59-63.

[28] R. DESCARTES, *Discours de la méthode [...]*, Leida, 1637. Ripr. anastatica, Lecce, 1987.

[29] R. DESCARTES, *The Geometry of R. Descartes*, An. repr. with English traslation (D. E. Smith, M. L. Latham), ed. Dover, New York, 1954.

[30] R. DESCARTES, *Geometria [...]*, seconda edizione latina, a cura di F. Van Schooten, Amsterdam, 1659-61.

[31] R. DESCARTES, *Oeuvres*, Edited by C. Adam, P. Tannery, N. ed., Paris, 1974.

[32] S. DI SIENO - M. GALUZZI, *Calculus and geometry in Newton's mathematical work: some remarks*, in S. ROSSI (ed.), *«Science and imagination in the XVIIIth century British culture»*, Milano, 1987.

[33] S. DI SIENO - M. GALUZZI, *La quinta sezione del primo libro dei «Principia». Newton e il problema di Pappo*, «Archives Internationales d'Histoire des Sciences», vol. 39, N. 122, 1989, pp. 51-68.

[34] E. J. DIJKSTERHUIS, *Archimedes* (new edition with a new bibliografical essay by Wilbur R. Knorr), Princeton, 1987.

[35] S. B. ENGELSMAN, *Families of curves and the Origins of Partial Differentiation*, Amsterdam ecc., 1984.

[36] M. FEINGOLD, *The mathematicians' apprenticeship*, Cambridge, 1984.

[37] P. de FERMAT, *Oeuvres*, 4 volumi e supplementi edite da P. Tannery e C. Henry, Paris, 1891-1922.

[38] A. FRAIESE, *Archimede: Opere*, Torino, 1974.

[39] M. GALUZZI, *Il problema delle tangenti nella «Géométrie» di Descartes*, «Archive for History of Exact Sciences», vol. 22, 1980, pp. 37-51.

[40] M. GALUZZI, *Recenti interpretazioni della «Géométrie» di Descartes*, in C. MAGIONE (ed.), *«Scienza e filosofia»*, Milano, 1985, pp. 643-663.

[41] M. GALUZZI, *I «marginalia» di Newton alla seconda edizione latina della «Geometria» di Descartes ed i problemi ad essi collegati*, in Atti del Convegno «Descartes: il metodo e i saggi», Roma; Istituto della Enciclopedia Italiana, 1990, pp.387-417.

[42] M. GALUZZI, *Some considerations about motion in a resisting medium in Newton's Principia*, Quad. 51/1988 del Dip. di Mat. di Milano, in corso di stampa negli Atti del Conv. «Giornate di Storia della Matematica», Cetraro, 1988.

[43] E. Giusti, *Il calcolo infinitesimale tra Leibniz e Newton*, «Rendiconti del Sem. Mat. Univ. e Polit. di Torino», vol. 46, 1988, pp. 1-29.

[44] D. Gjerstsen, *The Newton Handbook*, London and New Jork, 1986.

[45] N. Grimaldi – J. L. Marion (eds.), *Le «Discourse» et sa methode*, Paris, 1987.

[46] A. W. Grootendorst - J. A. Maanen, *Van Heuraet's letter (1659) on the rectification of curves [...]*, «Nieuw Archief voor wiskunde», 3, vol. 30, 1982, pp. 95-113.

[47] J. Harrison, *The Library of Isaac Newton*, Cambridge, 1978.

[48] Sir T. Heath, *A History of Greek mathematics* (n. ed. Dover), New York, 1981.

[49] J. L. Heiberg, *Archimedis Opera*, 2d ed., 3 vols., Leipzig, 1910-1915. Repr. Stuttgart. 1972.

[50] C. Hill, *The intellectual Origins of the English Revolution*, Oxford, 1965.

[51] J. E. Hofmann, *Leibniz in Paris (1672-1676)*, Cambridge, 1974.

[52] G. Howson, *A History of Mathematics education in England*, Cambridge, 1982.

[53] M. Kline, (rewiew of) A. G. Howson, «*A History of Mathematics education in England*», «Mathematical Rewiew», 84b:01057.

[54] W. R. Knorr, *Archimedes' «neusis»-constructions in «Spiral Lines»*, «Centaurus», vol. 22, 1978, pp. 77-98.

[55] W. R. Knorr, *Archimedes and the spirals: the heuristic background*, «Historia Mathematica», vol. 5, 1978, pp. 43-75.

[56] W. R. Knorr, *The ancient tradition of geometric problems*, Boston, Basel, Stuttgart, 1986.

[57] W. R. Knorr, *Before and after Cavalieri: the method of indivisibles in ancient geometry* (in progress).

[58] G. Loria, *Curve piane speciali algebriche e trascendenti*, 2 volumi, Milano, 1930.

[59] M. S. Mahoney, *Another look at Greek geometrical analysis*, «Archive for History of Exact Sciences», vol. 5, 1968, pp. 318-348.

[60] R. K. Merton, *Science, Tecnology & Society in Seventeenth-Century England*, 2nd edition, New York, 1970.

[61] A. G. Molland, *Shifting the foundations: Descartes's transformation of ancient geometry*, «Historia Mathematica», vol. 3, 1976, pp. 21-49.

[62] J. E. Montucla, *Historie des mathématiques*, 4 vols., Paris, 1799-1802.

[63] C. Mugler, *Les oeuvres d'Archimède*s, 4 vols., Paris, 1970-72.

[64] I. Newton, *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, Londini,1687. (riprod. an. «Culture e Civilisation», Bruxelles, 1965).

[65] I. Newton, *The Correspondance of Isaac Newton*, 7 vols, edited by H. W. Turnbull, J. F. Scott, A. R. Hall, Cambridge, 1959-77.

[66] I. Newton, *The Unpublished Scientific Papers of Isaac Newton*. A Selection from the Portsmouth Collection in the Univ. Library, Cambridge, edited by A. R. Hall and M. B. Hall, Cambridge, 1962.

[67] I. Newton, *Sir Isaac Newton's Principles of Natural Philosophy and His System of the World*, 2 vol, edited by F. Cajori, n. ed., Berkeley, 1962.

[68] I. Newton, *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, 8 vols, edited by D. T. Whiteside, Cambridge, 1967-81.

[69] I. Newton, *Isaac Newton's «Philosophiae naturalis Principia Mathematica»*, the 3rd Edition with variants readings, edited by A. Koyre' and I. B. Cohen, Cambridge, 1972.

[70] A. Pacchi, *Cartesio in Inghilterra*, Bari, 1973.

[71] R. Palter, (ed.) *The «Annus Mirabilis» of Sir Isaac Newton, 1666-1696*, Cambridge Mass., 1967.

[72] B. Pascal, *Oeuvres Complètes*, Paris, 1963.

[73] G. Rodis-Lewis, *Descartes et les mathématiques au college*, in N. Grimaldi, J. L. Marion (eds.), *Le «Discourse» et sa methode*, Paris, 1987, pp. 187-211.

[74] C. S. Roero, *Jakob Bernoulli attento studioso delle opere di Archimede*, «Bollettino di Storia delle Scienze Matematiche», vol. 3, 1983, pp. 77-125.

[75] S. Rossi (ed.), *Science and imagination in the XVIIIth-Century British Culture*, Milano, 1987 [1985].

[76] E. Rufini, *Il «Metodo» di Archimede e le origini del calcolo infinitesimale nell'antichità*, Roma, 1926, 2d ed., Milano, 1961.

[77] S. Unguru, *History of ancient mathematics. Some reflections on the state of the art*, «Isis», vol. 70, 1979, pp. 555-565.

[78] J. A. Van Maanen, *Facets of Seventeenth Century Mathematics in the Netherlands*, *Doctoral Thesis*, Mathematical Institute, State University of Utrecht (1987).

[79] P. Ver Eecke, *Archimedes: Les oeuvres complètes*, 2d ed., 2 vols., Liege, 1960.

[80] P. J. Wallis, (rewiew of) M. Feingold, «*The Mathematicians' apprenticeship*», Cambridge, 1984, «Mathematical Rewiew», 85i:01036.

[81] R. Westfall, *Never at rest. A biography of Isaac Newton*, Cambridge, 1980.

[82] D. T. Whiteside, *Patterns of mathematical thought in the later Seventeenth Century*, «Archive for History of Exact Sciences», vol. I, 1961, pp. 179-388.

[83] D. T. Whiteside, *The mathematical principles underlyng Newton's «Principia Mathematica»*, «Journal for the History of Astronomy», vol. I, 1970, pp. 116-138.

[84] D. T. Whiteside, *Newton the mathematician*, in Z. Bechler (ed.), *«Contemporary Newtonian research»*, Dordrecht & c., 1982, pp. 109-127.

[85] F. A. Yates, *Giordano Bruno e la tradizione ermetica*, trad. it., Bari, 1969.

Paolo Casini

ARCHIMEDE E GLI STORICI DEL SETTECENTO

Sommario: 1. Archimede come 'precursore'. – 2. Declino di una influenza. – 3. Mazzuchelli. – 4. Montucla. – 5. Dutens. – 6. Antichi e moderni. – 7. L'infinito e i greci: Scinà. – 8. Manuali di fine '700.

1. Secondo i critici romantici, la mentalità dei Lumi era 'antistorica'. Di questo tenace pregiudizio si è ormai fatta giustizia. Ma che dire delle scienze esatte e della loro storiografia? Nel Settecento, Fontenelle e Montucla, Bailly e Laplace tentarono di scrivere le prime storie delle scienze matematiche, per così dire, in corso d'opera: e furono cronisti piuttosto che storici. Non disponevano di una documentazione sufficiente, né del necessario distacco, né di una prospettiva davvero matura. Che abbiano dunque ragione, almeno in questo caso, i detrattori della storiografia dei Lumi?

Certo, quei pionieri riflettevano sulla scienza del passato una visione agonistica, ispirata alla ricerca militante, intessuta di dispute di priorità, primati, precorrimenti e scoperte. Ricostruivano la storia delle idee scientifiche come una corsa a ostacoli, strettamente interna alle «discipline», delle quali deformavano i profili, anticipando nel tempo concezioni maturate molto più tardi. Per esempio, erano ὕστερα πρῶτερα antistorici le nette distinzioni tra l'astronomia e l'astrologia, la statica e la dinamica, la chimica e l'alchimia, ottenute retrodatando, sotto il segno del progresso, «scoperte» e mentalità moderne.

Il caso di Archimede, quale appariva ai suoi numerosi ammiratori settecenteschi, si prestava particolarmente bene al gioco. Qui, più che in altri casi, l'ὕστερον πρῶτερον sembrava imporsi da se. Non certo a torto, Archimede era considerato il precursore per eccellenza: il «divinum ingenium» di Cicerone e di Plutarco, il leggendario artefice di macchine di Ateneo, colui che aveva inventato la statica e l'idrostatica, gettato le prime basi del calcolo dell'infinito, quadrato la parabola, misurato l'area del cerchio. Il Condorcet ne fa il creatore della meccanica razionale e dell'idrodinamica.[1] Le macchine, gli specchi ustori, «queste grandi scoperte, queste scienze nuove pongono Archimede tra quei geni felici la cui vita fa epoca nella storia dell'uomo, e la cui esistenza sembra essere uno dei doni della natura».

L'*Esquisse d'un tableau historique des progrès de l'esprit humain* (1795) del marquis de Condorcet, tutta orchestrata sulla fede nel progresso delle scienze esatte, dà un posto di privilegio ad Archimede, ma rende stereotipi i suoi meriti, fissando un'immagine un po' astratta e convenzionale del matematico siracusano: un'immagine da manuale, che aveva tuttavia – come cercherò di mostrare – un passato e un avvenire.

2. Nella storia della fortuna di Archimede, una frattura si interpone tra la lunga fase di riscoperta e di assimilazione coincidente con la rivoluzione scientifica, e quella che chiamerò la fase di canonizzazione. È una frattura articolata; si può farla cadere, cronologicamente, tra due generazioni: alla prima appartengono i cultori non italiani del calcolo degli indivisibili, ultimi esegeti di Archimede, come John Wallis, e Isaac Barrow, la cui edizione degli *Archimedis opera* apparve nel 1675; all'altra appartengono i creatori del calcolo infinitesimale, Newton e Leibniz. Come ha osservato Whiteside, nei manoscritti autografi giovanili di Newton il nome di Archimede non compare.[2] Leibniz lo cita spesso, ma in senso generico, come grande 'precursore' dei metodi infinitesimali.[3]

---

[1] E inoltre, ricalcando il canone tradizionale, come si vedrà, gli attribuisce molti altri meriti di precursore: «Archimede scoprì la Quadratura della parabola, misurò la sfera: e furono questi i primi passi di quella teoria dei limiti, che determina l'ultimo valore di una quantità ... di quel calcolo, insomma al quale i moderni hanno dato il nome di calcolo dell'infinito. Archimede è colui che per primo determinò il rapporto approssimato tra il diametro del circolo e la sua circonferenza ... Si può, in qualche misura, ritenerlo il creatore della meccanica razionale. Gli si deve la teoria della leva e la scoperta del principio dell'idrostatica». M. J. A. DE CONDORCET, *Abbozzo di un quadro storico dei progressi dello spirito umano*, trad. it. di M. Minerbi, Torino, 1989, pp. 55-56.

[2] D. T. WHITESIDE, *Sources and strenghts of Newton's early mathematical thought*, in *The annus mirabilis of Sir Isaac Newton, 1666-1966*, ed. by Palter, Cambridge, Mass.-London, 1967, p. 75.

[3] Ossia con riferimenti generici al 'precursore' dei metodi infinitesimali: si vedano, ad es., le lettere di Leibniz a Jean Gallois e ad altri corrispondenti, in LEIBNIZ, *Sämlichen Schriften und Briefe*, Akademie Verlag, Berlin (ed. in corso); t. 2, I, pp. 223, 300, 308; t. 3, I, pp. 150, 202, 203, 252, 307, 332-338, e passim.

È come dire che l'avvento del calcolo delle flussioni e degli integrali segnò l'obsolescenza di quel *revival* di Archimede – per parafrasare il titolo dell'*Archimedes redivivus* (1644) di G. B. Hodierna – che aveva dominato per oltre un secolo il lavoro dei fisici e dei matematici, particolarmente in Italia. Non meraviglia che la fase più creativa dell'influenza di Archimede in matematica e fisica si esaurisse, proprio quando la geometria analitica sostituì la geometria sintetica, e l'analisi infinitesimale soppiantò la geometria degli indivisibili; quando il concetto di forza fu posto alla base della dinamica, e la legge gravitazionale generalizzò le leggi della statica.

Una cesura da saturazione, simbolicamente segnata dagli omaggi alla memoria di Archimede che si incontrano in vari scritti di Barrow, Wallis, Leibniz, e dello stesso Newton. È come una medaglia a due facce: sul *recto*, c'è la canonizzazione di Archimede e dell'opera sua: sul *verso*, il quasi totale oblìo dell'archimedismo umanistico e rinascimentale, che uscì di scena, in attesa dei suoi futuri storici. E bisogna aggiungere due circostanze rilevanti: 1) l'anello mancante – il *Metodo*, riesumato da un palinsesto soltanto nel 1906 – costituì una lacuna che non aiutò certo a porre correttamente il problema della affinità tra la tecnica archimedea di esaustione e il calcolo differenziale; 2) il venir meno delle edizioni di testi, fino alla pubblicazione, a fine Settecento, degli *Archimedis quae supersunt omnia*, a cura del veronese Giuseppe Torelli (1792). Nel corso del secolo XVIII, quanto importava sapere su Archimede, gli addetti ai lavori potevano apprenderlo dai libri correnti, come la parafrasi semplificata di Barrow, che figura tra i libri appartenenti a Newton, o i numerosi manuali sui quali si studiavano le varie discipline della sintesi newtoniana. Quanto ai precedenti traduttori ed editori – non diciamo i maestri arabi e medievali, come Guglielmo di Moerbeke – ma Federico Commandino, Niccolò Tartaglia, Guidubaldo dal Monte, Francesco Maurolico, Marino Ghetaldi, Luca Valerio, e perfino Torricelli e Cavalieri, emuli d'Archimede, se ne rammentavano appena i nomi.

3. Questa situazione un po' paradossale salta agli occhi non appena si metta a confronto la grande fioritura rinascimentale della fisica matematica archimedea – così come l'hanno ricostruita gli storici del nostro secolo – con la traccia che di essa restava nel Settecento. Né si può dire che Archimede avesse beneficiato della ricerca erudita seicentesca, escluso com'era da sempre dalla letteratura filosofica e

dalla *historia critica philosophiae*. Da Stanley a Brucker e oltre – ma in molti casi la situazione si ripete tuttora – gli storici della filosofia menzionano appena Archimede;[4] forse perché il suo approccio matematico alla natura, alternativo alla fisica aristotelica, è ritenuto, a torto o a ragione, agnostico o neutro dal punto di vista filosofico.

Comunque si voglia giudicare questa ecclisse parziale, l'erudito G. M. Mazzucchelli, dopo aver studiato minutamente tutte le testimonianze su Archimede, notava nel 1737: «Mi sembrò che i suoi scrittori siciliani troppo gli attribuissero, gli estranei troppo poco ... Ciò che maggiormente mi colpì fu la brevità con cui vidi di lui trattato».[5] *Le Notizie storiche e critiche intorno ad Archimede* del Mazzucchelli riempivano infatti una lacuna. Sono opera di un eccellente conoscitore delle fonti classiche e moderne; un repertorio esaustivo e non ordinato, che a Plutarco e Livio e Diodoro accosta i più oscuri commentatori e dossografi bizantini. È fondato in gran parte sui repertori eruditi, come la *Bibliotheca Graeca* del Fabricius; ma utilizza anche la *Bibliotheca Sicula* del Mongitore e gli autori del *Thesaurus Antiquitatum Siciliae*. I trentasei capitoli del libro raccolgono tutte le notizie biografiche, gli aneddoti, ricapitolano le scoperte, danno grande spazio alla questione degli specchi e alle favolose macchine; ma l'acribia del grande erudito si trova come disarmata di fronte ai problemi teorici e tecnici del calcolo, della geometria, della statica. Bresciano come Tartaglia, e suo emulo nella passione per Archimede, il Mazzucchelli sfiora appena le frontiere avanzate della fisica matematica. Il suo libro, nella sostanza, sembra datato a metà Seicento. Ha migliore memoria storica di molti altri autori settecenteschi, perché tiene ancora conto dei seguaci italiani di Archimede, ormai quasi dimenticati. Ma questa non è che una riprova del suo carattere anacronistico.

4. Tutt'altro quadro presentano le pagine dedicate a Archimede vent'anni dopo da Etienne Montucla. Nella sua *Histoire des mathématiques* (Ia ed. 1758) non difetta il ricorso alle fonti classiche. Manca

[4] Per un significativo riscontro si vedano i volumi I e II della *Storia delle storie generali della filosofia*, diretta da G. Santinello, Brescia, 1981 e 1988, che coprono l'intero periodo dal Rinascimento a Brucker. Archimede, *sub indice*, figura soltanto due volte.

[5] G. M. MAZZUCHELLI, *Notizie istoriche e critiche intorno alla vita, alle invenzioni ed agli scritti di Archimede siracusano*, Brescia, 1737, premessa. L'opera contiene una accurata dossografia archimedea e una complessa rassegna delle fonti, degli editori e degli studiosi di Archimede tra '500 e '600 (copia presso la Bibl. Naz. di Roma).

invece ogni consistente accenno all'importanza che Archimede ebbe per Galileo e Stevino. Appena menzionati Guidubaldo, Commandino, Maurolico, Borelli e gli altri editori. In Montucla è dunque più chiara la frattura di cui si è detto; questo non gli impedisce di 'attualizzare' in senso ravvicinato le scoperte di Archimede, e sottolinearne la funzione di precursore dei moderni. Riguardo alla sfera e al cilindro, all'area del cerchio, ai solidi di rivoluzione, le sue scoperte «sont reconnues pour les premiers germes, et des germes assez développés de celles qui ont porté si haut la géométrie dans ces derniers temps». Di più, le sue tecniche sono tanto difficili «que je suis assuré que dans ce siècle où la methode ancienne est fort négligée, plus d'un géomètre renonceroit à les suivre».[6] La priorità del siracusano è assoluta in scoperte come la quadratura delle parabole, le proprietà delle spirali, e perfino il calcolo integrale, come dirò più oltre.

L'autore illuminista scava a fondo nelle questioni su cui il Mazzucchelli – che cita, senza averlo potuto vedere – sorvolava. Così le leggendarie quaranta macchine di cui parlano le fonti antiche, ma che alla luce della critica si debbono ricondurre a non più di una diecina. Per esempio, il varo della grande nave di Gerone è in parte verosimile, in base alla teoria della leva; in parte finzione, a causa degli attriti e dell'eccesso di tempo necessario all'operazione. Quanto alla *vexata quaestio* degli specchi ustori usati nell'assedio di Siracusa, alle testimonianze contraddittorie, alle lacune delle fonti, Montucla le registra con cura, soppesando il pro e il contro alla luce della verosimiglianza e tenendo conto della replica dell'esperimento da parte di Buffon. È verosimile che Archimede abbia usato una batteria di specchi piani variamente orientabili. Ma la conclusione di Montucla è un sillogismo scettico. Archimede aveva scritto sugli specchi ustori: si diceva che avesse bruciato le navi romane. Donde l'associazione tra i due fatti:

> En joignant ces deux traits ensemble quelqu'un aura dit qu'il produisit cet embrasement par ces miroirs, et tout ce qui est merveilleux est tellement assuré de l'accueil du vulgaire, qu'il ne fallait pas davantage pour donner credit à cette histoire et à la faire voler de bouche en bouche.[7]

[6] E. MONTUCLA, *Histoire des mathématiques*, 2ª ed., Paris, an VII (1796); t. I, p. 223.

[7] *Ibid.*, p. 233.

Questa notazione ricalca il pirronismo storico di Pierre Bayle e la critica dei miracoli dei deisti. Infatti i «miroir ardents», gli aneddoti come quelli dell'Eureka e della corona di Gerone, la leva per sollevare il mondo, le macchine erano 'prodigi' da sottoporre al vaglio della ragione: «Les critiques les plus judicieux n'admettent ni les évènements les plus merveilleux, ni les traits trop ridicules». Eppure Archimede conserva giustamente la sua fama di *créateur* in molti campi: l'idrostatica, la leva e le altre macchine semplici, l'astronomia geocentrica.[8]

Montucla era amico e seguace degli enciclopedisti, e nei volumi dell'*Encyclopédie* il genio d'Archimede è lodato, con lo stesso stile ma con un certo distacco. Non c'è una voce specifica su di lui, che si possa paragonare a quelle sui filosofi ricavate da Brucker. I dati biografici ci sono, ma un po' nascosti nella voce *Syracuse*. I primati in matemastica e meccanica gli sono riconosciuti con una certa parsimonia da d'Alembert nelle voci *Exhaustion, Quadrature, Géométrie, Indivisibles, Machines, Mécanique*. Neppure il nome figura in articoli come *Statique, Hydrostatique, Levier, Equilibre, Dynamique*, dove il *corpus* disciplinare definito da Varignon, d'Alembert e dagli altri autori recenti non lascia spazio alla storia. Archimede campeggia invece da protagonista in articoli come *Ardents, miroirs*, e *Alliage* (per la corona di Gerone), mentre è menzionato con lode in *Astronomie* e in *Globe céleste*, come seguace di Aristarco e precursore dell'astronomia eliocentrica.

5. Il criterio che guida l'estensore delle voci più tecniche dell'*Encyclopedie* – Chambers, rivisto da d'Alembert – è dunque sommario, da manuale. Se si estendesse la ricerca ai libri di testo newtoniani, lo si ritroverebbe replicato. È un criterio che accentua l'oblìo della fisica archimedea della rinascenza, ma sottolinea con forza un altro elemento già presente in Montucla: voglio dire il latente, onnipresente confronto tra antichi e moderni. Il più grande degli antichi usciva benissimo dal paragone.

Plutarco parla di «Briareo geometra», grande protagonista dell'assedio di Siracusa; e Voltaire adattò a Newton l'immagine del gigante

[8] *Ibid.*, p. 228 sgg.

antico quando tentava di «mettre Briarée en miniature», scrivendo i suoi *Élémens de la philosophie de Newton*. Ciò che per Voltaire è solo un'arguzia dà materia per un intero trattato a Louis Dutens, l'editore delle *Oeuvres* di Leibniz; a lui si deve *De l'origine des découvertes attribuées aux modernes* (1756). Questo epigono della *querelle des anciens et des modernes* si ricollega a Perrault, Fontenelle, William Temple e agli altri, compilando un raffronto sistematico e un po' pedante, che dà largo spazio ai problemi della filosofia e della scienza. Come i suoi predecessori, Dutens non pretende di risolvere il dilemma della superiorità degli antichi sui moderni. Si limita a difendere gli antichi dai loro detrattori, ponendo sotto gli occhi del lettore un regesto di fonti ben scelte, che documentano in ogni campo, a suo avviso, il primato cronologico degli antichi. Sui metodi matematici di Archimede, segue le esposizioni di Montucla e di Wallis.[9] Il suo cavallo di battaglia prediletto è ancora una volta la leggenda dagli specchi ustori, sui quali dà un'amplissima dossografia; e conclude, con maggior candore di Montucla, a favore della storicità dei fatti. Il suo asso nella manica è il trattatello *Sui paradossi della meccanica* attribuito ad Anthemius Trallianus (l'architetto di Santa Sofia), dal cui manoscritto inedito cita una serie di passi nell'originale greco. Dutens è altrettanto positivo riguardo agli altri luoghi comuni dell'aneddotica e della leggenda archimedee: le macchine, la corona di Gerone, le navi, il planisfero celeste. Sono le «prove» dell'eccellenza di Archimede: scoperte, primati, priorità, elencati senza troppi scrupoli.

6. Dutens è un erudito pedante, ma il suo libro ha il pregio di centrare il discorso su quello spirito di rivalsa, su quel complesso di amore-odio verso gli antichi, che circola, non sempre esplicitamente, in molti altri autori dell'epoca. Prendere posizione nella *querelle* tra antichi e moderni implicava infatti altre scelte: accettare o no i Lumi, il principio d'autorità, l'idea di progresso. La disputa non è accademica, ma ricca di ambivalenze e sfumature ideologiche. Perciò bisogna intendersi quando si parla – dal punto di vista nostro – di mentalità antistorica settecentesca; giacché anche quella era una *forma men-*

[9] L. DUTENS, *Origines* ...; cito dalla trad. it., *Origine delle scoperte attribuite ai moderni*, Venezia, 1789, 3 tomi in uno; t. II, cap. VIII, §§ 252-253, pp. 90-93; cap. X, §§ 266-268, pp. 114-117.

tis, un modo di pensare il passato, sia pure semplifcandolo e prendendo scorciatoie.

In talune questioni di storia «interna» del pensiero scientifico c'è tutta una tradizione di ambivalenze, che riecheggiano miti e motivi extrascientifici. Basti ricordare che Newton, dopo aver dato una forma definitiva alla legge matematica della gravitazione universale, attribuì la propria scoperta ai presocratici. Il mito di una sapienza riposta, rivelata e custodita sotto forma di favole e simboli dagli antichissimi saggi, poi dimenticata, e infine riscoperta dai moderni, non è soltanto un motivo pitagorico o vichiano. È una vetusta suggestione, persistente nelle riletture dei fisiologi e dei matematici greci. E tale suggestione è operante anche in questioni che appaiono strettamente tecniche, come l'attribuzione ad Archimede dei concetti di infinito e di limite.

7. Ritorniamo a Montucla, che scrive a proposito dell'infinito matematico:

> Bien moins hardis que nous, les géomètres de l'antiquité evitèrent toujours ce terme capable de susciter des querelles à la géometrie comme l'on a vu arriver depuis qu'on a franchi ce pas. A la vérité je ne doute point qu'ils ne pénsassent à peu près comme nous a cet égard; qu'ils ne vissent qu'un cercle, par exemple, pouvoit être regardé comme un polygone d'une infinité de côtés, ou comme une infinité de cylindres décroissans, d'une hauteur infiniment petite, ou une pyramide régulière d'un nombre infini de côtés, etc. Mais ils crurent toujours devoir user des circonlocutions ... et c'est pour cela qu'ils recoururent à une démonstration indirecte qui ne laisse lieu à aucune difficulté.[11]

Questa spiegazione assimila con eccessiva disinvoltura l'antica tecnica di esaustione a quella moderna di integrazione; ossia la misura geometrica di aree finite al calcolo algebrico di grandezze evanescenti. Ma quest'ultimo implica concetti moderni: la funzione, la conti-

[10] *Ibid.*, cap. VIII, §§ 254-257, pp. 93-104.

[11] MONTUCLA, *op. cit.*, t. I, p. 282. Anche Girolamo TIRABOSCHI dedica un nutrito capitolo ad Archimede nella sua *Storia della letteratura italiana*; ed. Napoli, 1777; t. I, p. 40 sgg. Basti qui notare che lo storico gesuita utilizza soprattutto, di seconda mano, le notizie e i giudizi che trova negli studi recenti di Mazzuchelli, Montucla e Dutens. Oscilla a volte tra i diversi punti di vista; ma quanto alla «leggenda» archimedea (le macchine, la difesa di Siracusa), propende per la sua piena autenticità, come Mazzuchelli; e tende a rifiutare il pirronismo storico di Montucla.

nuità dello spazio e la sua divisibilità all'infinito. L'ὕστερον πρῶτερον è evidente. Anche gli articoli dell'*Encyclopedie* seguono questa falsariga, assimilando senz'altro il metodo di esaustione agli indivisibili, e gli indivisibili al calcolo differenziale: «Le calcul différentiel n'est autre chose que la methode d'exhaustion des anciens». Mediante gli indivisibili di Cavalieri «on abrège merveilleusement les démostrations mathématiques; on en peut voir un exemple dans le fameux problème d'Archimède, qu'une sphere est les deux tiers d'un cylindre qui lui est circonscrit».[12] Ma è anche vero, come ho già notato, che gli articoli tecnici che gli enciclopedisti dedicano al calcolo non menzionano Archimede.

Da parte sua, il modesto Dutens si limita a citare passi di Wallis e di Leibniz che descrivono la quadratura archimedea del cerchio e della parabola in termini di approssimazioni, ossia di successivi confronti tra le aree di figure inscritte e circoscritte.

> Non vi ha dubbio – aggiunge Dutens, ricalcando luoghi comuni – che Archimede avrebbe potuto portar più avanti l'approssimazione del suo calcolo; ma egli si contentò di riempire il suo oggetto, qual era il bisogno ordinario delle arti. L'esatta quadratura della parabola unita all'approssimazione della quadratura del circolo ... debbono bastare per assicurare agli antichi una gloria uguale per lo meno a quella de' moderni nelle più difficili questioni delle scienze sublimi.[13]

La soluzione salomonica di Dutens lascia aperta la grave questione del concetto greco d'infinito. Domenico Scinà, il ben noto studioso siciliano di fisica sperimentale e grande erudito, ricapitola più acutamente le illustrazioni tradizionali dei procedimenti archimedei, e le verifica sui testi rielaborati da Barrow. La prima parte del suo *Discorso intorno ad Archimede* (Palermo, 1823) dibatte la questione del calcolo da un angolo visuale decisamente continuista, pur con gli opportuni 'distinguo'. Scinà giustifica da un punto di vista storico il rifiuto da parte dei Greci del concetto d'infinito. Così anche Archimede «fu sollecito di evitare le idee inesatte e nebbiose d'infinito e d'infinitesimo», e impostò la geometria sublime secondo il modello euclideo. La

[12] *Encyclopédie du Dictionnaire raisonné* ..., Paris, 1751-1766, t. VIII, *sub voce* «indivisibles».

[13] DUTENS, *op. cit.*, t. II, cap. VII, §§ 252-253, pp. 92-93.

sua geniale scoperta consiste nell'«aggiungere all'iscrivere il circoscrivere» e nel procedere al calcolo delle aree di figure geometriche rette inscritte e circoscritte a linee curve, per via di successive approssimazioni.[14] Prosegue Scinà:

> Queste grandezze eran tutte finite, tutte rettilinee. [A.] si fermava così sul confine che le grandezze rettilinee divide dalle curvilinee, e le quantità finite da quelle separa, che nell'infinito si perdono; e quivi stando lanciava ad un'ora da' due punti opposti ch'erano i due assurdi, una luce vivissima, che quasi baleno diradava le nebbie, in cui involta si sta ogni grandezza curvilinea.[15]

Scinà, ignaro ovviamente del *Metodo*, segue Torricelli e Wallis nel congetturare che Archimede, sotto le proprie dimostrazioni sintetiche, avesse deliberatamente occultato procedure analitiche. A proposito delle progressioni aritmetiche in serie, osserva:

> Furono i moderni che si occuparono di serie, e fu così che Archimede, lasciati gli antichi, si venne a collocare tra i nostri algebristi, i quali pieni di venerazione cessero a lui il primo posto e lieti seguirono le sue onorate vestigia.[16]

Qui l'ὕστερον πρῶτερον è condotto all'estremo: un vero transfert fisico dell'eroe siracusano, dagli antichi ai moderni; un capovolgimento cronologico di sapore direi quasi pirandelliano. Ma pur essendo un moderno, Archimede non poteva dimenticare di essere greco. Non oltrepassò il valico del finito – dice Scinà – non «per difetto di mezzi o povertà d'ingegno, ma perché la geometria di quei tempi lo sdegnava, perché il suo metodo non lo pativa». Fu insomma una limitazione consapevole, volontaria: ed ecco che un ostacolo epistemologico si trasforma in un titolo di merito:

> Occultò il più meraviglioso artifizio, l'idea di infinito. Sia, egli diceva, il numero de' termini quale che vi piaccia, se a questo numero aggiungete il terzo dell'ultimo, la somma di tutti i termini sarà sempre quattro terzi del primo. Scorreva Archimede tra linee e figure geometriche, in mezzo a progressioni, ne coglieva la somma, e si aggirava ad ogni passo intorno all'infinito e sempre l'evitava, come avveduto auriga ne' tempi antichi solea scansare la meta.[17]

[14] D. Scinà, *Discorso intorno ad Archimede*, Palermo, 1823, p. 20.

[15] *Ibid.*, p. 26.

[16] *Ibid.*, p. 35.

Sono metafore che ricordano le pagine plutarchiane sull'assedio di Siracusa. Nella visione di Scinà la vittoria di Archimede sul concetto di infinito sta allo stesso livello della sua vittoria sulle navi romane. Il miracolo eroico del «Briareo geometra» consiste soprattutto nel fatto che egli precorse *in nuce* l'intera rivoluzione scientifica. Keplero e Cavalieri videro l'infinito «che nascosto giacea sotto opportuni velami ne' libri del nostro Archimede. Sursero poi le flessioni e gli infinitamente piccoli, che al par degli indivisibili altro non sono che i piccoli solidi di Archimede ... Altro non si fece che tradurre Archimede».[18]

Possono sembrare asffermazioni ingenue e troppo entusiaste. Ma Scinà non fu certo il solo a collocare Archimede in una prospettiva «novo-antiqua», come si diceva nel Settecento. Poiché si tendeva – tuttora si tende – a ritradurre il metodo archimedeo nel simbolismo delle funzioni: e questo rende il problema dell'invenzione del calcolo infinitesimale un tipico caso di figura gestaltica. È come il bicchiere: mezzo pieno e mezzo vuoto? È già tutto nelle tecniche di esaustione e negli indivisibili, oppure è una creazione ex-novo? Entrambe le tesi sono state sostenute nel nostro secolo, dopo il rilancio della questione dovuto alla scoperta del *Metodo*. I pareri divergono: continuisti a oltranza, come Heath, Rufini, Castelnuovo, hanno affermato che il *Metodo* è già calcolo integrale. C. B. Boyer ha obiettato: «È scorretto attribuire ad Archimede le idee espresse nell'integrale e nella derivata, nozioni estranee alla geometria greca. Nondimeno, i problemi e i metodi di Archimede fornirono probabilmente il più forte incentivo al più tardo sviluppo di queste idee, che conducevano precisamente in questa direzione».[19] Nel caso specifico, la ambivalenza della dia-

[17] *Ibid.*, p. 37.

[18] *Ibid.*, p. 40.

[19] Per tutta la discussione si veda C. B. Boyer, *The history of the calculus* (1ª ed. 1949); citazione dall'ed. Dover Books, New York, 1959, p. 59.

Può avere qualche interesse ricordare qui un giudizio ben calibrato circa i 'precursori' del calcolo, dovuto allo stesso Newton; il quale, a proposito della conoscenza del calcolo differenziale vantata da Leibniz attorno al 1676, annota nel maggio 1716: «... To infer from this, that M. Leibniz had entrance into the differential method; is as one should say, that Archimedes had entrance to it, because he grew tangents to the spirals, squared the parabola, and found triba settecentesca antichi-moderni non era dunque banale. La risposta corretta è venuta dallo studio del contesto culturale, dalla ricostruzione del *revival* archimedeo tra Cinquecento e Seicento, dall'anello mancante del *Metodo*: ossia da cose che agli storici di due secoli fa non potevano non sfuggire. Con tutti i loro difetti, essi avevano posto i problemi giusti, sui quali ancora si discute. Anch'essi furono, a loro modo, dei precursori.

8. Ho già accennato al fatto che la manualistica newtoniana di metà Settecento dà notizie scheletriche di Archimede, e più in generale dell'intera storia del pensiero scientifico antico e recente. Questa tendenza domina, anzi si accentua, anche nella trattatistica fisica, matematica, meccanica dell'età napoleonica. Per quanto fossero interessati alla storia delle loro discipline, Laplace, Coulomb, Lavoisier, Berthollet, Fourier avevano troppo da fare sul fronte della ricerca avanzata – e della politica – per approfondire il passato. La specializzazione disciplinare e la crescita di nuove discipline rende sempre più stereotipi i cenni che si danno, nel corso delle esposizioni sistematiche, dei grandi 'precursori'. Si potrebbe esemplificare, ricorrendo alle *Lezioni di matematica* professate da Laplace all'Ecole Normale Supérieure del 1795, o al suo *Compendio di storia dell'astronomia*: il nome di Archimede è presente *cum laude*; ma si ha l'impressione che Laplace abbia letto piuttosto Montucla che direttamente Archimede.[20] Varrebbe la pena di verificare il ripetersi di questi *clichés* negli altri scritti di Laplace, e nei manuali dei suoi contemporanei, come quelli dedicati alla meccanica razionale e alle macchine da Siméon-Denis Poisson, Louis Poinsot, Riche de Prony, Francoeur, Coulomb, fino al *Cours de philosophie positive* di Auguste Comte.

Ciò che manca, nei fisici e matematici di fine Settecento e del primo Ottocento, è la memoria storica del ruolo svolto da Archimede nella nascita della fisica matematica moderna. Quasi nessuno ebbe allora l'idea che – a parte la questione del calcolo – i princìpi della statica, la legge dei galleggianti, la leva e le macchine avessero potuto

the proportion between the sphere and the cylinder; or that Cavallerius, Fermat and Wallis had entrance into, because they did many more things of this kind». *The Correspondence of Isaac Newton*, Cambridge, 1959-1977, 7 vol.; VI, p. 348.

[20] Cfr. LAPLACE, *Opere*, trad. it. di G. Pesenti Cambursano, Torino, 1977, pp. 119, 129 sgg.

costituire nel loro insieme un «modello archimedeo», essenziale per l'approccio galileiano alla natura; in sostanza, per la formulazione del principio di inerzia, per la fondazione della fisica inerziale, per la scelta dei suoi metodi e per la sua assiomatizzazione. La centralità di questo modello archimedeo, all'epoca della prima rivoluzione scientifica, è riemersa soltanto dai lavori recenti di Duhem, Dijksterhuis, Koyré, Clagett, Rose e altri storici.[21]

Tanto più penetrante e acuta, ancora una volta – a confronto con i suoi contemporanei – appare oggi la lettura di Archimede dovuta a Domenico Scinà. Egli si era formato sui trattatisti e sui manuali dell'età napoleonica (Laplace, Poisson, Poinsot, Prony, Francoeur), che cita continuamente nei suoi *Elementi di fisica sperimentale* (Palermo, 1803 in poi). Ovviamente, la sua trattazione della disciplina è profondamente influenzata da Laplace e dal connesso «programma di Arcueil». Tutta l'impostazione epistemologica di Scinà, come trattatista di statica, dinamica, idraulica, meccanica celeste, elettrologia, macchine, e via dicendo, dipende dai contemporanei modelli francesi.[22] Ma fin dalla *Introduzione alla fisica sperimentale* e dai connessi *Elementi*, Scinà si distacca dai suoi maestri riguardo ai profili storici delle singole discipline, che traccia al termine della propria esposizione sistematica. Non usa stereotipi, e aggiunge un po' di muscoli e carne agli scheletri dei grandi 'precursori'. Per questo motivo, a mio avviso, il *Discorso intorno ad Archimede*, considerando l'epoca in cui fu scritto, dà prova di una penetrazione eccezionale non solo dal punto di vista fisico-matematico, ma anche sul piano epistemologico, della psicologia dell'invenzione. Innegabilmente, un robusto stimolo patriottico guidava Scinà nella sua chiaroveggenza. Uno stimolo che esplode qua e là in vibranti appelli all'orgoglio isolano: come quando, a proposito dell'*Arenario*, vanta l'antico primato dei filosofi greco- siculi riguardo al moto terrestre. Non solo Archimede, ma prima ancora Pitagora, Pertone d'Imera, Empedocle, Iceta di Siracusa «avean da gran tempo pubblicato in Sicilia il vero sistema del mondo ... una dottrina quasi popolare in Sicilia».[23]

[21] Cfr. le indicazioni di Jens Høyrup nel suo contributo al presente convegno.

[22] P. NASTASI, *D. Scinà e il dibattito scientifico. Appunti di una ricerca*, in *Atti del convegno sui naturalisti e la cultura scientifica siciliana dell'800*, Palermo, 1987, pp. 93-111; e il mio art. *L'empirismo e la vera filosofia: il caso Scinà*, «Rivista di filosofia», vol. LXXX, n. 3 (dic. 1989); pp. 351-365.

[23] D. SCINÀ, *Discorso intorno ad Archimede* cit., p. 81.

L'enfasi è comprensibile: l'elogio di Archimede rientrava in un disegno più vasto, la ricerca delle radici della cultura siciliana attraverso due millenni. Scinà ne fissò alcuni aspetti centrali, con i suoi lavori su Empedocle e Maurolico, con il più noto *Prospetto della storia letteraria di Sicilia nel secolo decimottavo*. Intendeva ampliare e riprendere *ab ovo* questo disegno, con le tre memorie sulla cultura greco-sicula, che l'occuparono poco prima dell'epidemia di colera del 1837, di cui fu vittima.

È stato detto dal Gentile, e ripetuto in coro da altri, che la prospettiva teorica di Scinà era anacronistica, angustamente provinciale, materialistica e segnata da un rinunciatario 'sicilianismo'. Ma il giudizio va energicamente contestato, alla luce della miglior conoscenza, che oggi abbiamo, della cultura scientifica europea dell'età napoleonica, cultura nella quale Scinà era saldamente inserito.[24]

Il primato di Archimede nella statica e nell'idrostatica – argomenta Scinà – è un dato storico, ma riguarda piuttosto la teoria, la dimostrazione «speculativa» dei princìpi, che non l'osservazione sperimentale. Furono dunque «scoperte», ma di ordine eminentemente teorico; e rimasero prive di sviluppi fino al secolo XV. Uno dei meriti di Scinà, negli *Elementi di fisica sperimentale*, è di indicare in sintesi la crescita della statica da Cardano a Galileo a Torricelli, e gli sviluppi postcartesiani fino a Eulero e Lagrange.[25] Uno scorcio analogo è dedicato all'idrostatica, dal paradosso di Stevino ai lavori di Galileo e della sua scuola, da Huygens a d'Alembert e Clairaut.

Ristette l'idrostatica per più secoli nello stesso stato in cui nacque sotto Archimede, né alcuno si trova tra i Latini o tra gli Arabi che profittando delle verità già discoperte abbia condotto più volte questa scienza. Stevin fu il solo che sul finire del XV secolo valse a comprendere le speculazioni di Archimede, ad estenderle e a ricavarne nuove verità ed altri conseguenti. Imperciocché fu egli il primo che insegnò a stimare la pressione cui soggiace ogni molecola in una massa fluida che si riposa in equilibrio, e seppe valutare non solo la pressione dei fluidi sopra il fondo orizzontale dei vasi che li contengono, ma quella ancora siopra le pareti verticali o inclinate de' vasi, che ricerca più forza di spirito trattandosi di raccogliere e misurare la somma

[24] Mi sia consentito rinviare per maggiori dettagli al mio articolo cit., ed alla presentazione della *Introduzione alla fisica sperimentale* di Scinà, nuova ed., Palermo, 1990.

[25] D. Scinà, *Elementi di fisica sperimentale*; rinvio alla edizione apparsa a Milano, 1832, 2 vol. in uno; «Della Statica», t. I, p. 137 sg.

di tante pressioni, che sono ineguali e diverse per li punti delle pareti che sono situati a diverse altezze. Oltre di che Stevin annunziò la prima volta che la pressione dei fluidi può essere maggiore del peso dei fluidi stessi racchiusi nei vasi, ed egli manifestò e dichiarò il tanto famoso paradosso idrostatico. Ma sebbene a giusta ragione si ricordino insieme i nomi di Archimede e di Stevin nell'idrostatica, perché questi dopo l'intervallo di più secoli seppe per virtù del suo intendimento incatenare le proprie alle scoperte di quello; pure è da confessarsi che Galileo diede nuova forma a questa scienza, e da Galileo comincia una nuova epoca delle cose idrostatiche.[26]

C'è qui un embrione di storia della fisica archimedea. A venti anni di distanza lo si ritrova sviluppato nel *Discorso intorno ad Archimede*, che ho già citato, dove il nesso tra le macchine, la fisica e la geometria si pone al centro del quadro. In contrasto con un'antica tradizione, che attribuiva ad Archimede un atteggiamento di disprezzo 'platonico' per la pratica e per le sue stesse invenzioni meccaniche, Scinà fa precise osservazioni sulla fisica archimedea. Ad esempio, gli studi sul baricentro dei solidi e delle figure geometriche: «Per via del centro di gravità comune agli oggetti fisici e matematici possono le pure discipline riuscir nelle miste, e per mezzo di questo centro passò la mente di Archimede dalla geometria alle meccaniche».[27]

Nel linguaggio scientifico del primo Ottocento, erano dette «matematiche miste» tutte le discipline fisico-matematiche, che si potevano in un certo senso far risalire all'impostazione archimedea. Non si trattava dunque di attribuire ad Archimede singoli primati o scoperte isolate, ma un fecondo stile di pensiero: «Era uffizio della sua immaginazione di presentare i corpi sotto forma nuova e astratta all'intelletto, e questo poi rimescolandoli e riferendoli agli oggetti matematici ne scopriva i rapporti, e ne determinava le leggi».[28] Scinà individua assai bene il momento archimedeo della fisica classica e della sua genesi seicentesca, anche se non conosce certi testi-chiave allora inediti, come il *De motu* di Galileo, o il saggio giovanile di Newton, *De gravitatione et aequipondio fluidorum*; lavoro, quest'ultimo, di evidente aspirazione archimedea.

In altri termini, il *Discorso intorno ad Archimede* recupera in gran

[26] *Ibid.*, «Della idrostatica», p. 193 sgg.

[27] *Discorso* ... cit., p. 65.

[28] *Ibid.*, p. 91.

parte quel contesto della scoperta – ossia la prospettiva della rivoluzione scientifica – che sfuggiva a Laplace e agli altri fisici dell'età napoleonica, agli autori di manuali ed agli epistemologi come Auguste Comte. Per questi scrittori, che rivivevano e operavano nell'epicentro della scienza europea, la figura di Archimede aveva ormai perso spessore. Era poco più di un'ombra. Agli occhi di Scinà, che viveva e operava in Sicilia – cioè in una posizione periferica rispetto a quell'epicentro – lo spirito di Archimede sembrava rinascere e rivivere nei suoi continuatori moderni: non soltanto Galileo e i suoi discepoli, ma Newton e Huygens, Eulero e Lagrange. Un senso storico più avvertito e più raffinato consentiva a Scinà di considerare con maggior distacco la continuità tra antichi e moderni, al di fuori di quello spirito di rissa e competizione che si è notato in Dutens. D'altra parte lo storico siciliano si immedesimava nella logica della scoperta archimedea, come forse nessuno prima di lui aveva saputo fare.

Si deve aggiungere che il suo Archimede rientrava idealmente in patria dopo un lungo periplo nel tempo e nello spazio. Non si trattava di una rivendicazione campanilistica, ma di una consapevole presa di coscienza della sua eredità di fisico e matematico, che apparteneva al mondo intero, ed aveva dato i suoi frutti altrove, a Firenze, a Parigi, a Londra, in Olanda. Il mito e la leggenda di Archimede, sotto la penna dello storico siciliano, perdevano quel tanto di stereotipo che avevano assunto nei manuali con il progresso del pensiero scientifico. Ridiventavano problemi vivi; problemi di interpretazione e documentazione storica.

GIANNI MICHELI

IL MITO DI ARCHIMEDE NELL'OTTOCENTO E NEL NOVECENTO IN ITALIA

Per noi, cioè per lo storico, il rapporto che uno scienziato ha con il suo passato, il suo presente e il suo futuro, è certo, determinato, oggettivamente dato. È condizionato da fattori precisi: la situazione culturale, politica e civile in cui lo scienziato vive, che ha un ruolo preminente nella sua formazione, le scelte personali che l'autore fa e che lo portano a sviluppare alcuni problemi piuttosto che altri o a crearne dei nuovi; le modalità peculiari con cui egli rende noti i risultati conseguiti. Per l'autore del passato che noi studiamo questi elementi si compongono in un tutto unitario e sfociano in una attività creativa, ripetitiva o innovativa, che comprende la *soggettiva* assimilazione, diretta o indiretta, del passato, la *soggettiva* visione dei problemi e dei bisogni del presente, la *soggettiva* proiezione di essa nel futuro. Una volta oggettivata nella sua opera, l'attività dell'autore passato diventa ciò che lo storico si prefigge di comprendere nella sua interezza; è il punto di partenza di ogni indagine, quello a cui si deve fare continuamente riferimento. Ma l'attività oggettiva di un autore, come tutti i dati reali, è un'entità globale e interrelata e non può mai essere acquisita nelle sua totalità, tanto più che essa si arricchisce di nuovi elementi nel processo di comprensione storica. Oltre che punto di partenza, costituisce il *telos* della conoscenza storica che si svolge per altro secondo modalità che non sono molto diverse da quelle di ogni atto conoscitivo. La difficoltà nella comprensione dipende solo in parte dalla circostanza, ovvia per un autore antico, che la documentazione è spesso carente e a volte si conserva o si perde in modo casuale. È strutturale e consiste essenzialmente nel fatto che il dato reale, che, come tale, si pone sul piano dell'essere, si manifesta necessariamente su di un piano diverso da quello dell'apparire. Inoltre, la prospettiva in cui appare il dato è in parte predeterminata dalla particolare modalità di comunicazione dei risultati conseguiti voluta dall'autore, coerente con l'immagine di sè che egli vuole presentare ai suoi contemporanei, e di conseguenza ai posteri, che può condizionare, e di fatto condiziona, le successive immagini dell'autore. L'opera reale di uno scienziato appare dunque storicamente riverberata in una serie di immagini che ne pongono in luce aspetti o visioni parziali che possono rispecchiare, almeno in parte, il punto di vista dell'autore, o possono prescindere da esso sottolineando temi o problemi che possono essere considerati impliciti nei singoli risultati conseguiti dall'autore.La rappresentazione storica di uno scienziato è quindi una sequela di immagini deformanti rispetto al modello reale, di miti, che quando assumono i caratteri della continuità formano una peculiare tradizione interpretativa. La costruzione storica dell'immagine avviene sulla base di una rappresentazione dell'opera dell'autore opportunamente integrata da parametri di riferimento che servono a dare ad essa un significato e a situarla entro un determinato contesto. La rappresentazione e l'integrazione formano un nesso inscindibile: l'integrazione guida la rappresentazione (è il parametro che seleziona i dati che appaiono nell'immagine) e la rappresentazione potenzia o prova l'integrazione. Quanto meno estrinseco è il parametro integrativo, tanto più la rappresentazione è meno deformata. Si può dire che la visione più appropriata e storicamente corretta sia quella in cui l'immagine rappresenta il punto di vista dell'autore nella sua interezza e sia integrata solo da un parametro intrinseco che consideri il punto di vista dell'autore come un momento di un nesso evolutivo più generale che comprenda e spieghi anche le varie immagini dell'autore che si sono susseguite, svelandone la deformazione, ma anche conservando quegli aspetti che hanno contribuito ad arricchire le varie visioni storiche che si sono avute dell'autore che si considera.

Come tutti i grandi scienziati, la cui attività è largamente innovatia, il dato reale dell'opera di Archimede è estremamente ricco e complesso, per cui le immagini che di essa si sono avute sono non solo varie, ma anche contrastanti fra di loro. Abbiamo così per esempio, da una parte il mito di Archimede, visto come modello dello scienziato-ingegnere, corroborato da una tradizione continuamente rinnovantesi, e dall'altra il mito contrapposto di Archimede, considerato come esempio tipico dello scienziato puramente teorico, spregiatore delle applicazioni pratiche della scienza, corroborato anch'esso da una altrettanto lunga e continua tradizione.

Esaminerò qui le immagini di Archimede che sono apparse con maggior frequenza e continuità nella cultura e nella storiografia italiana negli ultimi due secoli, cercando di valutare le peculiarità di queste trasfigurazioni dell'opera dell'autore rispetto a quelle presenti in tradizioni culturali diverse.

Comincerò con l'immagine di Archimede che è propria della cultura italiana e non di altre, cioè quella che considera lo scienziato siracusano una gloria nazionale. Essa trova in parte la sua origine nell'attività dello scienziato stesso e in particolare nella difesa della sua città nell'assedio di Siracusa da parte dell'esercito romano del console Marcello, celebrata già dalla storiografia classica come esempio di patriottismo e di ingegno sovrumano. Archimede veniva pertanto considerato, specialmente dagli storici siciliani, come un rappresentante insigne della loro terra «Archimede è un ornamento non solo della patria, ma anche della Sicilia», scrive Mongitore.[1] L'abate Domenico Scinà conclude il suo lungo saggio su Archimede[2] con queste appassionate parole.

> Ma questo uomo, Siciliani, fu nostro, nacque sul nostro suolo, visse sotto questo cielo. La prima volta che mi avvicinai a Siracusa, mi balzava il cuore nel petto ricordando, che questa terra famosa per tante vetuste memorie era stata calcata da *Archimede*, guardando il mare e il porto, in cui erano state atterrite e respinte le navi romane, e sulle sponde dell'Anapo mirando il papiro, pianta che avea le foglie apprestato, sulle quali aveva scritto Archimede. Saranno dunque vane per noi tante gloriose ricordanze? Sarà dunque vana per noi la memoria di un uomo, che è stato ornamento e decoro non che di Sicilia,ma della terra? Imitiamone le virtù, gli studj, occupandoci con assiduità delle severe scienze, onore e delizia dell'umano intelletto, mostriamo, che gl'ingegni siciliani non sono ancora spenti, e che nella bella Trinacria, la quale è stata sempre ferace di valenti uomini, possono ancora nascere degli Archimedi.[3]

Ma Archimede divenne, già nel corso del Settecento, una figura, accanto ad altri esponenti della Magna Grecia, della cultura italiana.

[1] «Archimedes celeberrimus Syracusanus nedum patriae, verum etiam supremum Siciliae ornamentum, mathematicorum facile princeps» ANTONINO MONGITORE, *Bibliotheca Sicula*, Panormi ex typographia Didaci Bua, 1707, t. I, p. 79.

[2] Discorso intorno ad Archimede, Palermo, nella Reale Stamperia, 1823.

[3] *Ibidem*, p. 116.

«Archimede, dice Tiraboschi nella sua monumentale *Storia della letteratura italiana*, di cui possiamo dire con ragione che, quando l'Italia altri antichi matematici non avesse a vantare, di questo solo potrebbe giustamente andar lieta e superba».[4] Più tardi nel corso del secolo XIX, finì per essere considerato l'esponente tipico ed originario del sapere scientifico italico, la cui importanza doveva essere continuamente rivendicata e dichiarata. Un recensore della *Storia delle matematiche in Italia* di Guglielmo Libri, il dotto poligrafo Cesare Cantù,[5] giunse a rimproverare allo storico toscano di non avere sottolineato con sufficente dovizia di particolari il grande rilievo che aveva avuto Archimede, ed egli stesso si preoccupò di dare alcune notizie aggiuntive sullo scienziato siracusano nell'intento di colmare una lacuna dell'opera del Libri.[6] L'incorporamento di Archimede nell'ambito della cultura italiana divenne così un fatto generalmente acquisito, almeno fino a tempi abbastanza recenti. Si pensi che lo stesso Riccardi riporta le opere di Archimede nella sua classica *Biblioteca matematica italiana*.[7] E un fatto intensamente sentito, dato che anche storici abbastanza misurati si esprimono su questo tema con toni veramente eccessivi. Scrive infatti Favaro:

Ma fra questi giganti può ben dirsi giganteggi la figura di un altro sommo italiano che è fra i maggiori luminari dei quali si onori il genere umano,

[4] G. Tiraboschi, *Storia della letteratura italiana*, prima ed. veneta dopo la seconda di Modena, riveduta corretta ed accresciuta dall'autore, Venezia, 1795, t. I, p. 50.

[5] La recensione de *L'histoire des sciences mathématiques en Italie*, di Libri, Parigi, 1838, 2 volumi, fu pubblicata nella «Rivista viennese» 1838, t. III, p. 431-437, firmata con la iniziali C. C.; fu riprodotta nella «Rivista europea», 1839, t. II, anche qui con le iniziali C. C.; infine fu inserita nella *Storia degli Italiani*, di Cesare Cantù, Torino, Utet, 1855, t. I, pp. 261-263.

[6] «Confesseremo ancora che ci saremmo aspettati più larghi sviluppi intorno alla scuola pittagorica, nata, come noi crediamo a dissenso del Libri, fiorita, come egli e tutti confessano, in Italia, fondata tanto sulla dottrina numerica, e dove sono ancora un problema l'algoritmo, la tavola pittagorica, l'uno e trino, come sono grandissimi i nomi d'Archita e d'Archimede. In quest'ultimo noi ci eravamo aspettati uno splendido esame, che ce lo mostrasse in tutta la sua luce come uomo, come cittadino, come scienziato: ma confessiamo non esserne rimasti del tutto paghi. E acciochè il nostro articolo non vada vuoto di utilità pei nostri lettori, nè faccia l'ufficio troppo solito e troppo meschino di dar solo un giudizio su libro che il lettore non vide e non vedrà, crediamo bene fermarci a dir due parole su questo sommo Italiano, pensando con ciò corrispondere al nobilissimo intento che l'insigne autore si propose, quello d'illustrare quasta cara patria nostra, gloriosa di tante memorie», «Rivista viennese» cit., pp. 431-432.

[7] Modena, tipografia dell'erede Soliani, 1870 (ristampa, Bologna, Forni, 1985, t. I e II comprendente le correzioni, le aggiunte e i prospetti, pubblicati nel 1878, 1880, 1893) cfr. la dedica: «Alla studiosa gioventù italiana affinché la rammemorazione delle opere di coloro i quali nei secoli passati avanzarono le scienze fisico-matematiche la ecciti a rivendicarne il primato alla patria di Archimede di Galileo e di Lagrangia».

e che, sebbene in campi meno accessibili alle generalità, ha segnate nuove vie e lasciate tracce profonde ed indelebili del suo passaggio nel mondo. Archimede, la cui grandezza raggiunge i limiti del favoloso, è senza rivali nella scoperta di verità matematiche e nel fondamento di principii fisici; si porta così avanti nelle scienze meccaniche da dover aspettare ben dieciotto secoli chi continui l'opera da lui iniziata; nume tutelare della patria, trova nel suo genio inesauribile sempre nuovi e meravigliosi espedienti per resistere all'insaziabile avidità conquistatrice della gran gente romana.[8]

L'immagine così peculiare di Archimede matematico italico non è riconducibile al carattere generalmente nazionalistico e rivendicativo della storiografia della scienza, così diffuso non solo in Italia ma anche in Europa nell'Ottocento e nei primi decenni del Novecento. Si inserisce in un contesto legato alla nostra tradizione culturale e scientifica, le cui origini sono molto lontane e che è stato motivo di chiusure peculiari e di limiti notevoli. Entro questo ambito, già in una certa misura patriottico, va collocata l'appassionata e orgogliosa difesa di una scienza basata sui metodi degli antichi, perseguita con fervore da Commandino e Guidobaldo Del Monte e continuata da Galileo e dai suoi scolari, i quali contrapponevano la propria classica ricerca geometrica a quella condotta con mezzi algebrici dagli oltramontani.[9] La scuola di Fergola, che nel primo Ottocento, rivendicava il valore paradigmatico, metodico e pedagogico della ricerca geometrica classica e dei suoi sviluppi moderni,[10] rappresenta una

[8] *Archimede*, II edizione, Milano, Bietti, 1940, p. 8.

[9] Cfr. il mio studio, *Le Discours de la méthode et la science cartésienne chez les scientifiques italiens du XVIIème siècle*, in *Problématique et réception du Discours de la méthode et des Essais*, a cura di H. Méchoulan, Paris, Vrin, 1988, pp. 153-169.

[10] Cfr. questo passo di un allievo di Fergola, V. Flauti: «Ed in questo rincontro ho fatto rilevare di passaggio, ciò che forse in altro luogo mi riuscirà di provare più di proposito, cioè, che per retta via non procedono coloro i quali, quasi recandosi a scorno di far servire la Geometria a se stessa, vogliono indagare con la pura Analisi algebrica le affezioni delle teorie di sito, che riguardano principalmente l'ultima specie delle superficie suddette. Essi pervengono così non solamente, per mezzo di lunghissimi giri a risultati che la Geometria facilmente mostra a chi sa farne la sua guida: ma spesse volte questi risultati sono di tal grado di astrazione che diventano inconstruibili, ed anche inconcepibili. Io non so da chi debba ripetersi questo traviamento dal retto sentiero d'inventare e di dimostrare in Geometria; ma sicuramente ch'esso è pernicioso alla Gioventù, alla quale oggigiorno non si fa altro che empir la testa di nomi ampollosi e di formole delle quali non sa usare nelle particolari applicazioni, e che poi dimentica un monento dopo di averle imparate a memoria; giacché essa nessun nesso di ragionamento geometrico si forma su di quelle nella mente, come nessun nesso vi è tra astrattissimi simboli, e costruzioni di Geometria. Noi ne vogliamo troppo veramente da' giovani: è già molto che il loro spirito si assuefaccia a mandarci buone come verità di Geometria quelle che si sono

tendenza rimasta viva nella cultura italiana. Un esponente di questa scuola Ferdinando De Luca svolse in un ampio e documentato saggio,[11] un esercizio abbastanza diffuso nell'Italia del primo Ottocento, quello di correggere e integrare in senso favorevole alla scienza italiana, le grandi opere storiografiche straniere. Come F. Freschi si era proposto di emendare e di integrare la grande storia della medicina di K. Sprengel,[12] De Luca volle correggere con il suo saggio la classica opera di Montucla sulla storia della matematica, Egli esaltava la matematica della Magna Grecia, Pitagora, la sua scuola e soprattutto Archita, cui rivendicava la scoperta dell'analisi geometrica e dei luoghi geometrici. Egli vedeva molti tratti di somiglianza tra la scuola italica e la siracusana;

poiché in ambedue queste Scuole fu coltivata la Meccanica: e la Pittagorica possedeva già l'opera d'Ippocrate sulla sfera, e sapeva iscrivere in questa un dodecaedro. E forse a ciò dee apporsi che taluni ascrissero Archimede alla Scuola Italica. La scuola di Archimede divenne quella di tutt'i Geometri che dopo di lui coltivarono la Geometria e la Meccanica co' metodi da lui inventati.[13]

In un quadro storico così concettualmente motivato, la ricerca matematica nazionale venne sempre più intesa nel corso dell'Ottocento e oltre, come un tutto organico peculiare e ben caratterizzato solidamente ancorato ad una tradizione che si voleva ricca e importante. Questa esigenza fu più sentita dai matematici o dagli storici della matematica che non chiaramente espressa, per cui una tradizione precisa

---

rilevate con pure operazioni algebriche, partendosi però da una verità esposta in figura, cioè dal risultato di una costruzione: e che perciò può loro facilmente anche indicarsi come quel cammino analitico possa passo passo rapportarsi a passaggi di Geometria. Ma pretendere ch'essi si convincano interamente di un risultato analitico, che deve corrispondere ad una verità geometrica incomprensibile in figura, è una stranezza, che mostra come a gran passo noi stiamo travagliando per far decadere le Matematiche per troppo innalzarle. Ritorniamo dunque un po indietro, se vogliamo arrestar questo male, e seguiamo nell'applicar l'Analisi alla Geometria in questo genere di ricerche quel vero metodo, che il Newton l'Eulero, il Cramer ed altri dotti Analisti ci hanno segnato» *Geometria di Sito sul piano e nello spazio.* Napoli, nella stamperia della società tipografica, 1815, pp. XIX-XXI.

[11] *Cenno sui progressi delle scienze matematiche da' tempi remoti fino a' giorni nostri*, «Il progresso», 1832.

[12] *Storia prammatica della medicina di Curzio Sprengel,* tradotta dal tedesco in italiano dal sig. D. R. Arrigoni, seconda edizione italiana accresciuta di note, aggiunte, di un discorso preliminare, e continuata fino a questi ultimi anni per cura del D. Francesco Freschi di Piacenza, Firenze, Tipografia della Speranza, 1839 segg.

[13] *Cenno sui progressi,* cit. art. II, vol. II, p. 12.

non è mai stata individuata in modo soddisfacente e ha assunto connotati diversi e spesso contraddittori.[14] Così Archimede poteva essere considerato il primo gran fisico sperimentale che abbia avuto l'Italia[15] e anche esponente dell'indirizzo applicativo italico della scienza, realizzato come uno sforzo per uscire dall'indirizzo purista di Platone.[16] O poteva finire per essere espulso dal corpo della matematica italica, ma dopo molte incertezze, ripensamenti, discussioni e solo per rendere più chiaro il quadro storico dell'evoluzione della matematica italica, concepita del resto estrinsecamente, come la sequela delle varie glorie nazionali.[17]

---

[14] Cfr. il mio studio: *Gli studi di storia della matematica*, in *La matematica italiana tra le due guerre mondiali*, Bologna, Pitagora editrice, 1987, pp. 265-278.

[15] «Il discropitore del furto dell'oro nella corona del re Gerone, l'incendiatore delle navi di Marco Marcello, il taumaturgo che per mezzo di una semplicissima leva si dà vanto di poter commuovere la terra e il cielo, passa per il primo gran fisico sperimentale che abbia avuto l'Italia, e perciò non sembra che possa essere uscito Archimede dalla scuola matematica di Platone. Considerando però più sottilmente, si troverà che l'abito del Siracusano non differisce in nulla dal pallio del filosofo ateniese. Così l'uno come l'altro tengon dietro alle forme dei corpi e non vogliono avvilir l'ingegno dietro alla loro materia. Questa nota dell'ingegno archimedeo è posta in piena evidenza da ciò che ne scrive Plutarco nella vita di Marco Marcello, dove dice che Archimede non faceva nessun conto delle sue fisiche e meccaniche invenzioni, non essendo esse altro che *giochi di geometria, ne' quali s'era abbattuto trattenendovisi attorno per suo passatempo* ... Ma esistono del gran discepolo di Platone, onore di Siracusa e d'Italia, e son pervenuti infino a noi, attraverso alle vicende dei secoli, due Trattati insigni, quello degli *Equiponderanti* e quello dei *Galleggianti*, dove si pongono così saldi fondamenti scienziali alla Statica e alla Idrostatica, da non passar per la mente a nessuno che possa altri qualificarli per giochi di geometria o per fisici passatempi. Verissimo: ma essi pure, que' due Trattati del matematico siracusano, presentano il carattere proprio e distintivo delle Filosofia naturale di Platone, che è quello di astrarre dalle proprietà naturali dei corpi, per trattenersi a contemplare le proprietà matematiche e geometriche delle loro forme» RAFFAELLO CAVERNI, *Storia del metodo sperimentale in Italia,* 6 volumi, 1891-1900, ristampa anastatica, Bologna, Forni, 1970, vol. I, pp. 34-35.

[16] «Fu Gerone che indusse Archimede a rivolgere la potenza del suo genio non alle sole indagini di pura scienza, ma anche alle costruzioni di pratici meccanismi ed alle applicazioni delle matematiche, E quello che Gerone ottenne dal grande amico, costituiva già una svolta rivoluzionaria del pensiero scientifico, in cospetto del dispregio che i greci avevan nutrito per le arti applicative, considerate forme inferiori di attività dello spirito ... La monumentale opera euclidea, che risplende nel mondo da duemila anni, lasciò orme incancellabili anche nello spirito di Archimede e l'orientò piuttosto verso l'indirizzo purista di Platone, che non verso l'indirizzo meccanico ed applicativo di Democrito, Archita ed Eudosso. Tanto maggiore, dunque, lo sforzo che il nostro Grande dovette compiere colle sue ricerche di statica e di idraulica e coll'invenzione di numerosi meccanismi, che meravigliaron l'antichità, Egli dovette invero muoversi in un dominio completamente nuovo ed escogitare metodi generali d'indagine, che mancavano del tutto» FRANCESCO SEVERI, *Archimede*, «Scienza e Tecnica», rivista generale di informazione scientifica, edita dalla Sips, 1938, pp. 738-739.

[17] I vari studi sulla questione sono indicati nel mio studio *Gli studi di storia della matematica*, cit., pp. 269-270.

Un altro mito di Archimede che ha grande rilievo nella tradizione culturale italiana è quello che vede lo scienziato siracusano come un inventore inimitabile. Si tratta di una immagine di Archimede che si riscontra in generale in tutta la storiografia e non solo in quella italiana, ed ha la sua origine in Archimede stesso, il quale presenta nella sua opera quasi esclusivamente contributi originali, addotti, è vero con semplicità, e senza enfasi, ma da cui traspare una orgogliosa sicurezza di sé e dei propri mezzi intellettuali. Del resto l'originalità dei risultati conseguiti da Archimede è un aspetto che ha sempre colpito i lettori della sua opera. «In tutte le facoltà vi sono stati alcuni che, arrivati al colmo dell'eccellenza hanno mostrato quanto in quella possa avanzarsi l'intelletto humano. Tale senza alcun dubbio fu Archimede fra' matematici» dice B. Baldi, uno storico cinquecentesco della matematica, della scuola di F. Commandino, in una biografia rimasta inedita e pubblicata nel 1886 nel «Bollettino Boncompagni».[18] Le variazioni su questo tema sono molteplici. Di particolare interesse è il saggio della Scinà, che si può dire sia tutto ritmato sull'argomento dell'invenzione: in esso si ha sicuramente una eco delle tematiche illuministiche sul genio e sul ritrovamento delle vie che hanno portato al rinnovamento della verità

Chi ha la destrezza di cogliere in mezzo alla multiplicità e varietà de' fenomeni un fatto, che fonda una scienza, non è dotato di quella assidua attenzione necessaria a cavare le illazioni, che ampliano la scienza medesima; chi s'inalza alle sublimi speculazioni non sa scendere a farne delle utili applicazioni, e talora avviene, che colui il quale è distinato a spianare, o pure a volgere a pubblico bene i principj delle scienze, deve ozioso aspettare, che coloro i quali vanno speculando, compiuta la carriera, ritornino da' loro voli. *Archimede* è il primo de' pochi così tra gli antichi come tra i moderni, che solo trascorse lo spazio, che dallo spirito umano suole fornirsi in più secoli da più uomini. Grande ed inventore fu sì nelle pure che nelle miste discipline, e grande ed inventore nel costruir delle macchine a benefizio della società.[19]

Del resto Archimede esaltava la peculiarità del metodo geometrico. Infatti.

[18] P. 388.

[19] *Op. cit.*, pp. 89-90.

l'algebra, che in simboli trasforma i nostri raziocinj, dalle sue formole quasi traducendo va presto a raccogliere ogni verità particolare; ma la geometria sollecita di scorrere da prima ad una ad una le idee, e poi di forte incatenarle, non ostante il metodo, che la guida, è stretta quasi ad ogni passo a durar molto stento e molta fatica. Ogni problema, che dichiara, ed ogni teorema che ritrova, merita gli onori dell'invenzione, perché seco porta i travagli dell'inventare. Non si sa quindi, nè si può determinare, se debba più ammirarsi *Archimede* quando il metodo immagina, nobilita, aggrandisce, o quando il metodo adoprando specola, scopre, dimostra.[20]

In questo lo Scinà era in sintonia con il grande rilievo dato ai metodi inventivi della geometria classica dal Fergola e dalla sua scuola, cui egli allude in altro luogo del saggio.[21] La ricerca delle vie perseguite da Archimede per giungere ai risultasti conseguiti permane una modalità di ricerca tradizionale e costante nella storiografia, che subisce solo variazioni personali nell'applicazione da parte dei singoli storici. La tendenza è stata ovviamente potenziata dalla pubblicazione del *Metodo* ad opera dello Heiberg agli inizi del Novecento, e di cui si hanno ben due traduzioni italiane, quella curata da Enrico Gradara nel 1924[22] e da Enrico Rufini (pubblicata postuma nel 1926),[23] oltre a quella di Attilio Frajese, pubblicata insieme alle altre opere di Archimede nel 1974.[24] In genere l'analisi è svolta senza riferimento a parametri concettuali, ma in modo puramente tecnico, cercando di evidenziare le premesse sottintese o i passaggi non esplicitati (un esempio tra i più rigorosi è quello dato da Giovanni Vailati nel suo breve

[20] *Ibid.*, p. 27.

[21] «E giacché parlando di *Archimede* non si può fare a meno di ammirare le forze della sintesi, sarebbe oramai da desiderare, che i docili ingegni de' giovani fossero prima d'ogni altro esercitati nella geometria degli antichi. Darebbe questa una maravigliosa tempra a' loro teneri intendimenti, affinerebbe il loro intelletto, e facendoli più gagliardi e robusti, atti li renderebbe alla carriera delle severe scienze. Gli atleti non si educano nelle mollezze di Sibari e di Capua, ma nelle fatiche del Circo e dello Stadio. L'esercizio più opportuno alle menti de' giovani è certamente la sintesi, che le guida con ordine mirabile, rinvigorisce le loro forze, e mostra tra lo splendor dell'evidenza l'aspetto giocondissimo delle più utili verità. Per buona fortuna l'Italia, che è ricca di allori per li suoi travagli nell'algebra, non ha mai posto in oblío la geometria degli antichi, e pare, che già si corregga il gusto tornandosi agli antichi geometri anco presso quelle nazioni, che, vestendo la geometria di formole e di equazioni, la spogliarono de' suoi naturali ornamenti, evidenza, e sodezza», *Ibid*, pp. 47-48.

[22] Velletri, tipografia Zampelli.

[23] *Il metodo di Archimede e le origini del calcolo infinitesimale nell'antichità*. Bologna Zanichelli (nuova edizione, Milano, Feltrinelli, 1961).

[24] Torino, Utet.

studio sui centri di gravità) [25] ed è solitamente accompagnata da una traduzione del teorema o dei teoremi che vengono analizzati in simboli e in termini moderni. Tale abitudine assume toni a volte eccessivi come nel saggio di F. Sibirani sul trattamento delle spirali.[26]

Un terzo mito costantemente presente nella storiografia italiana dell'Ottocento e del Novecento (ma anche in generale, in quella di altri paesi) vede Archimede precursore del calcolo infinitesimale. Si tratta di un'immagine ovviamente moderna, che mostra in modo emblematico come il dato reale di un autore possa arricchirsi di nuovi contenuti nel corso del processo storico. I problemi di cui si occupava Archimede, quadrature di figure curve, con mezzi specifici e limitati, introduce naturalmente il confronto con gli stessi problemi affrontati con i mezzi di indagine moderni più generali e instaura altrettanto naturalmente l'esigenza di stabilire un rapporto e un nesso evolutivo fra i due momenti con il risultato di chiarire esplicitamente ciò che era in nuce nel primo momento.

Ciò facendo si realizza effettivamente una continuità effettiva nella ricerca matematica, ma si finisce per prescindere dal punto di vista dell'autore. Ne risultano per esempio conseguenze curiose. In genere gli autori che hanno svolto il mito di Archimede precursore del calcolo infinitesimale più ampliamente, come Rufini, accompagnano la trattazione archimedea con l'esposizione delle concezioni e delle discussioni filosofiche sull'infinito presenti nella cultura greca, ma senza che gli autori riescano ad instaurare una connessione effettiva con le ricerche archimedee, cui sono estranee considerazioni generali sull'infinito, anche per il semplice fatto che nel mondo greco le riflessioni filosofiche sui concetti matematici vengono svolte essenzialmente non dai matematici, ma dai filosofi.

Per quanto riguarda la conoscenza effettiva e storicamente adeguata del dato reale relativo all'opera di Archimede, al di là delle trasfigurazioni mitiche, si deve dire che ricerche di carattere filologico, preliminari per ogni conoscenza e riflessione di questo tipo, sono quasi del tutto assenti nella storiografia italiana del secolo XIX e XX, proprio nel momento in cui, soprattutto in Germania e in Inghilterra,

[25] *Del concetto di centro di gravità nella statica di Archimede*, 1897, in G. VAILATI, *Scritti*, Firenze, 1911, pp. 79-90.

[26] «Bollettino dell'unione matematica italiana», 1939, pp. 160-172, 259-274.

apparivano contributi che hanno in parte rinnovato l'immagine classica di Archimede. Le ragioni sono da ricondursi al fatto che gli studi di storia della matematica in Italia sono stati monopolio quasi escusivo di matematici con una preparazione storica e linguistica spesso sommaria e superficiale, anche se in altri settori di più agevole accesso, come la matematica mediovale e rinascimentale vi sono stati contributi notevoli. E sono da ricondurre anche alla debolezza strutturale della nostra ricerca filologica in generale (l'edizione dei frammenti dei galleggianti di A. Mai non fu certo un risultato felice), aggravata dal fatto che l'oggetto scientifico di indagine non fu mai molto familiare ai nostri filologi. Solo di recente si è avuto interesse per questo settore, ma in settori circoscritti e con esiti limitati. Comunque, la traduzione delle opere complete di Archimede di A. Fraiese, pur nei limiti di una comprensione storica tradizionale, ma attuata con molto buon senso, resta un'impresa notevole e un'utile base per ulteriori studi.

Antonino Maugeri

LA CONOSCENZA IN ARCHIMEDE TRA ASSIOMATICA E INTUIZIONE

1. Introduzione

Ci sembra opportuno affrontare lo studio di Archimede, dei suoi contributi espliciti o impliciti alle moderne teorie matematiche e della sua posizione nei confronti delle basi e dei metodi della matematica alla luce del complesso dibattito che nel XIX e XX secolo ha contribuito ad evidenziare alcuni problemi fondamentali della matematica. Ciò perché l'aver messo a fuoco le svariate problematiche collegate ad ogni teoria matematica permette di valutare con maggiore precisione il contributo di Archimede.

Tale studio non è alle prime battute (cfr. C. Ehresmann, *Archimede e le Scienze Moderne, Celebrazioni Archimedee del sec. XX*, Vol. I, 25-37) e certamente non vale più quel detto di A. Tacquet (1612-1660) «Sed illum plures laudat, quam legant; admirantur plures, quam intelligantur», tuttavia, bisogna ancora ampliare lo studio di Archimede, andando oltre il rapporto con Galileo che, per quanto lusinghiero – ricordiamo la frase «Ho letto e studiato i libri di Archimede con infinito stupore», *Discorsi e Dimostrazioni intorno a due nuove scienze*, Giornata I 86 – è tuttavia riduttivo e parziale.

Tutti i problemi matematici che Archimede affronta e che esporremo in breve hanno come corrispondenti nella Matematica moderna capitoli di Teorie Matematiche per lo più assiomatiche o addirittura un indirizzo di studi ad es. l'Analisi Numerica, o la Teoria dei numeri; inoltre ci rende egli stesso parzialmente noti i processi conoscitivi che seguiva e mediante i quali arrivava ai risultati; tali processi conoscitivi e la tematica che sottointendono costituiscono, per quanto lo consente il cosiddetto Mistero di Archimede, una esperienza da valutare in sede di ricerca dei Fondamentali della Matematica e di Critica dei Principi.

Prima di procedere a tale valutazione premettiamo una breve esposizione delle principali tematiche archimedee; ci è di guida in ciò il lavoro citato di C. Ehresmann.

2. Le principali tematiche archimedee

2.1. *Il problema del numero.*

La nozione di numero e del problema ad esso connesso dell'infinito è all'origine di tutta la riflessione matematica; anzi un matematico moderno, L. Kronecker (1823-1891), ritiene che tutta la matematica sia riconducibile alla teoria dei numeri naturali, che costituiscono l'unica totalità di cui si ammette l'esistenza.

L'importanza del numero intero era stata rilevata fortemente nel mondo greco ed anzi è ben noto che i Pitagorici attribuivano un senso mistico ai numeri interi; per essi tutto era numero e Dio l'unità; però la scoperta dell'esistenza di segmenti incommesurabili, cioè di segmenti il cui rapporto non è espresso da un numero razionale, scosse, da un lato, l'edificio teorico pitagorico secondo il quale, essendo ogni segmento formato da una successione finita di punti, non potevano esistere segmenti incommesurabili, dall'altro spinse i matematici a dare una definizione che permettesse di confrontare i segmenti anche quando essi sono incommesurabili; questa definizione, una delle più feconde dall'antichità, fu data da Eudosso ed è la seguente: «*le quattro grandezze* A, B *e* C, D, *dove* A, B *sono grandezze della stessa specie e così pure* C *e* D, *sono in proporzione cioè* $A:B = C:D$ *se qualunque siano gli interi* p *e* q, *la disuguaglianza* $pA<qB$ *comporta* $pC<qD$; *analogamente* $pA>qB$ *comporta* $pC>qD$; *infine* $pA=qB$ *comporta* $pC = qC$»; tale definizione si applica al caso di segmenti commesurabili ed incommesurabili ed inoltre ad ogni coppia di grandezze (A, B) viene associato l'insieme delle coppie di numeri interi (p, q) tali che $pA \leq qB$.

Ebbene é assodato che i matematici greci non passarono a definire il rapporto $\frac{A}{B}$ come l'insieme delle coppie (p, q) o meglio delle frazioni $\frac{p}{q}$ tali che $pA \leq qB$; in tal modo essi certamente non introdussero il concetto di rapporto e quindi di numero reale nel modo in cui sarà introdotto rigorosamente da I. Dedekind (1831-1916) tanti secoli dopo.

Come affrontò Archimede il problema? È certo che egli usò le frazioni e operò sulle grandezze e sui rapporti di grandezze $\frac{A}{B}$ come se fossero numeri, moltiplicandoli e considerandone per la prima volta potenze frazionarie; tuttavia la questione merita un ulteriore approfondimento.

Sempre nel campo della teoria dei numeri, Archimede sentì la debolezza del sistema di numerazione dei greci, che ignoravano il valore posizionale dei numeri e lo zero di posizione; infatti egli nell'opera «*L'Arenario*» si propone di contare il numero dei grani di sabbia che riempirebbero una sfera tanto grande quanto la sfera che ha per centro il Sole e per superficie la sfera delle stelle fisse. Rilevando incidentalmente il sistema eliocentrico cui Archimede si riferisce, osserviamo che egli introdusse come unità di ordine superiore la quantità 10^8 e le potenze di 10^8, $A = (10^8)^{10^8}$; poi prende come unità A e considera potenze di A, A^{10^8}; nel fare ciò egli utilizza la regola del prodotto delle potenze; tuttavia egli non inventa in questo modo il nostro sistema decimale.

I grandi numeri intervengono in un altro problema che gioca un ruolo importante nella storia della Teoria dei numeri; esso è il famoso problema, conservatoci da un epigramma greco in versi, in cui si domanda di determinare per mezzo di otto condizioni il numero dei buoi di vario colore che formano le mandrie custodite dal Dio Apollo; tale problema conduce a risolvere in numeri interi l'equazione

$$\mu^2 - \lambda\nu^2 = 1$$

dove λ é un intero senza essere un quadrato perfetto; l'originalità del problema sta in questo, che la determinazione di tale numero conduce alla considerazione di numeri enormi.

2.2. *Il problema della valutazione numerica.*

Non solo di Teoria dei Numeri si occupò Archimede, ma anche di argomenti che oggi chiameremo di Analisi Numerica.

Ciò, forse, ha indotto erroneamente a vedere in Archimede un matematico lontano dallo spirito che aveva portato Euclide alla costruzione del sistema assiomatico deduttivo degli Elementi, provvisto di un carattere di teoricità assoluta; ciò è senz'altro falso, perché, come vedremo, in Archimede vi è uno stadio in cui è fortemente interessato alla costruzione assiomatica delle teorie; però in lui è ben presente l'esigenza di una conoscenza completa; non è sufficiente, per lui, l'essere stato dimostrato che vi è un rapporto costante tra le circonferenze e i diametri; egli si pone il problema di valutare tale rapporto costante; ciò che fa nello scritto *Misura del circolo* in cui prova, calcolando i perimetri di un poligono regolare inscritto e di uno circoscritto di 36 lati, che

$$3 + \frac{10}{71} < \Pi < 3 + \frac{1}{7};$$

sembra, tuttavia, da uno scritto di Erone (Metric. I, 26) che egli abbia dato la limitazione più esatta

$$\frac{211875}{67444} < \Pi < \frac{195888}{623510}.$$

Il valore di tale risultato e del metodo seguito e le implicazioni che ne derivano meritano uno studio particolare.

2.3. *Il problema dell'infinito.*

Passiamo adesso all'altro problema che sta alla base di tutta la matematica moderna: quello dell'infinito e del modo di operare su esso; già esso appare in una forma che resterà inalterata nei secoli nella definizione di proporzionalità data da Eudosso; ma esso si presenta in tutta la sua complessità e importanza allorché si accorge che, mentre nel caso di figure piane poligonali è possibile garantirne la equivalenza mediante la loro scomposizione in un numero finito di parti a due a due uguali, ciò è impossibile nel caso di un poligono e di un cerchio; una certa dose di intuizione potrebbe portare a pensare che in tal caso sarebbe necessario scomporre le due figure in un numero infinitamente grande di parti infinitamente piccole a due a due uguali.

Fu ancora Eudosso che dette il metodo per operare in maniera corretta con l'infinito, introducendo il cosiddetto Metodo di Esaustione, che costituirà il *metodo rigoroso* di dimostrazione per eccellenza. Esso si può sintetizzare così:

Siano date due grandezze A *e* B *e sia possibile costruire una successione di grandezze* $T_1, T_2, \ldots, T_n$ *omogenee con* A *e* B *tali che*
1) *i termini della successione siano minori tanto di* A *quanto di* B;
2) *i termini della successione approssimino bene quanto si voglia le grandezze* A *e* B
Allora A = B.

Eudosso utilizzò tale metodo per determinare il rapporto tra volume della piramide e quello del prisma avente la stessa base e la stessa altezza e il rapporto tra il volume del cono e quello del cilindro avente stessa base e stessa altezza, ma Archimede con tale metodo, che utilizza in modo straordinariamente flessibile e sottile, calcola la superficie laterale di un cilindro, di un cono di rivoluzione e quella della sfera, il rapporto tra il volume della sfera e quello del cilindro circoscritto con le basi tantengi alla sfera, l'area del segmento di parabola, l'aerea del settore di spirale, il volume dell'ellissoide, del segmento di paraboloide e di iperboloide; questi risultati sono ben più complessi di quelli di Eudosso e presuppongono nozioni molto spinte di Teoria della misura.

Ebbene Archimede ebbe esplicita coscienza di alcuni postulati di tale teoria; altri usa implicitamente talché è un problema da affrontare, come faremo brevemente, quello di esaminare il contributo di Archimede alla Teoria assiomatica della misura.

2.4. *La teoria della misura in Archimede.*

Esaminando il contributo di Archimede alla teoria della misura abbiamo già detto che egli opera sulle grandezze come fossero numeri reali ed implicitamente usa il seguente assioma:

a tutti i numeri reali corrisponde una grandezza;

questo assioma permette di giustificare numerose costruzioni che stanno alla base di svariate dimostrazioni di Archimede; inoltre della necessità di porre effettivamente l'assioma che porta il suo nome, Archimede ebbe precisa coscienza e chiaramente afferma che tale assioma, adoperato implicitamente da altri matematici prima di lui va formulato esplicitamente.

Quando traduciamo i ragionamenti usati da Archimede per il calcolo delle aree piane o dei volumi in termini di misure ci accorgiamo che egli suppone sempre verificate le proprietà seguenti

1) *se la superficie* $A = A_1 \cup A_2$ *e* $A_1 \cap A_2 = \Phi$ *allora* $m(A) = m(A_1) + m(A_2)$
2) *se* $A \subseteq B \Rightarrow m(A) \leq m(B)$
3) *se* A e A' *sono sovrapponibili* $\Rightarrow m(A) = m(A')$

Ebbene queste tre proprietà sono una parte degli assiomi che caratterizzano la misura di Lebesgue nel cui ambito, allora, le ricerche di Archimede sulle aree e i volumi trovano la loro piena giustificazione.

Un legame ancora più diretto si può trovare tra Archimede e i precursori del calcolo integrale moderno; infatti uno dei tre metodi usati da Archimede per quadrare il segmento di parabola anticipa, come vedremo, il metodo d'integrazione proposto da Cavalieri, Cauchy, Riemann venti secoli più tardi.

Ben più difficile è il problema affrontato da Archimede per la prima volta di determinare l'area di una superficie curva, come la superficie laterale del cilindro o del cono di rivoluzione o della sfera ; in questo caso infatti i tre assiomi enunciati non sono sufficienti; occorre un assioma che esprima una proprietà di continuità delle misure; tale assioma permette di estendere la misura di Lebesgue delle superfici piane alle superfici curve differenziabili; naturalmente, come osserva C. Ehresmann, egli non poteva pervenire a tale delicata soluzione di natura topologica; egli sentì la difficoltà e la superò considerando superfici limitanti domini convessi,[1] formulando opportuni assiomi e utilizzando ancora un metodo di esaustione. Vide quindi l'interesse della nozione di convessità la cui importanza è stata ritrovata solo negli ultimi decenni.

[1] Tutte le superfici limitanti un dominio convesso ammettono effettivamente un'area.

2.5. *Il passaggio al limite.*

Nell'opera sulla spirale Archimede oltre a determinare l'area, determina anche la tangente alla spirale. Per scoprire tale tangente egli ha probabilmente fatto un ragionamento che equivale ad un passaggio al limite; ciò è suffragato dal fatto che egli possiede la nozione di limite di successione, che abbiamo incontrato nel metodo di esaustione, e di somma di una serie che ricorre nel secondo metodo usato da Archimede per calcolare l'area del settore di parabola; è quindi evidente il legame tra questi risultati di Archimede e il calcolo differenziale moderno.

Questa rapida panoramica ha permesso di presentare la problematica archimedea in chiave moderna e ci introduce al problema del conoscere matematico in Archimede, in cui consiste il cosiddetto «Mistero di Archimede».

3. Il problema dei fondamenti della Matematica

Nel 1906 il filologo danese I. L. Heiberg ritrovò in un palinsesto a Costantinopoli il manoscritto di un'opera di Archimede che era andata perduta attraverso i secoli, il «Metodo», in cui Archimede illustra il modo in cui raggiunge certi risultati che poi dimostrerà rigorosamente con il metodo di esaustione. Esempio tipico di tale approccio archimedeo è quello della parabola per la quale Archimede dà tre differenti dimostrazioni; la differenza delle dimostrazioni non sta tanto nella tecnica ma nel diverso grado con cui si usa l'intuizione, assente si può dire nella terza dimostrazione, nella diversa concezione della natura delle entità numeriche e geometriche; nell'uso o meno di assiomi. Siamo qui di fronte al problema della conoscenza e al problema dei fondamenti della matematica; per tentare di comprendere qual'è la posizione, anche implicita, di Archimede conviene premettere brevemente i moderni contributi su tale problema.

3.1. *Il logicismo di F. G. Frege.*

Prescindendo da altri matematici e filosofi che occasionalmente studiarono tali problemi, fu Friedrich G. Frege (1848-1925) il primo a indagare criticamente la basi e i metodi della matematica; egli propose una concezione «platonica» della matematica la quale considera i numeri come enti ben determinati, forniti di un loro tipo di realtà, astratta o ideale finché si vuole, ma non per questo «meno oggettiva degli enti fisici»; il metodo assiomatico poi, col ricondurre il complesso delle proposizioni matematiche a poche espressioni base (appunto gli assiomi) da cui tutte le altre possono essere ottenute per via deduttiva, costituisce un passo fondamentale per il rigore dell'indagine, tanto più che le proposizioni fondamentali della matematica vanno ricondotte a termini e proposizioni della logica pura. L'indagine di Frege fu messa in crisi dalla breve lettera di B. Russell del 16 giugno 1902 in cui veniva comunicato a Frege l'antinomia derivante proprio dal sistema logico dei suoi «Principi».

3.2. *Il formalismo di Hilbert.*

Diversa è la posizione di D. Hilbert (1862-1943) col quale Frege polemizzò frequentemente. Egli è sostenitore del «Formalismo Matematico» secondo cui oggetto dello studio della Matematica sono «Costruzioni» del nostro pensiero, enti definiti implicitamente dagli assiomi e non presupposti «noti» all'infuori di questi; egli pone dei requisiti cui deve soddisfare il sistema degli assiomi e precisamente quelli di

1) Non contraddittorietà o coerenza,
2) Completezza,
3) Indipendenza.

La ricerca della non contradditorietà, condotta con metodi «finitisti» ben controllabili in ogni passaggio e nel complesso, fu la risposta di Hibert alle antinomie della logica; però Kurt Gödel nel 1931 ha dimostrato che tale programma è destinato a fallire. Infatti il 1° teorema di Gödel afferma che:

1) *Esistono problemi della teoria dei numeri che non possono essere decisi sulla base degli assiomi (si ha la cosiddetta «Incompletezza sintattica»)*

2) Il secondo teorema, secondo il quale «*non è realizzabile la dimostrazione finitista della coerenza nell'aritmetica*», sanziona il fallimento del programma ristretto di Hilbert.

3.3. *L'intuizionismo di Brouwer.*

Del tutto opposta è la posizione dell'olandese Luitzen Egbertus Ian Brouwer (1881-1966) secondo cui la matematica ha un contenuto suo proprio che le proviene direttamente e senza mediazione dall'intuizione ed è, come tale, indipendente tanto dall'esperienza sensoriale quanto dalla strutturazione logica: la logica non è che una veste che per scopi di comunicazione viene imposta a contenuti che ne sono del tutto indipendenti e le antinomie sono la eloquente illustrazione di come, una volta affidatisi al puro gioco formale della logica e dell'apparato linguistico, ci si possa imbrogliare.

La matematica intuizionistica ha per argomento le costruzioni mentali in quanto tali e considera le ipotesi di esistenza superflue: dal punto di vista intuizionistico affermare una proposizione significa che essa è costruibile, negarla significa che essa non è eseguibile cioè è possibile costruire una contraddizione.

Ora non è affatto detto che o si è in grado di realizzare una costruzione o si è in grado di ottenere una contraddizione a partire dall'ipotesi che la costruzione sia stata effettuata; quindi Brouwer rigetta il principio distintivo della logica classica, il terzo escluso, appunto come una illecita estrapolazione non valida in generale: la logica classica viene rifiutata perché contenutisticamente non giustificata.

3.4. *Tendenze attuali.*

A conclusione di questa breve esposizione di alcuni indirizzi relativi ai fondamenti della matematica, è necessario rilevare che l'indirizzo assiomatico formalistico di D. Hilbert, con la clausola di respingere eventuali conseguenze ricavabili dagli assiomi qualora contradditorie, è attualmente il più seguito. Sono state infatti rielaborate in forma assiomatica

1) L'aritmetica e la geometria elementare
2) La teoria degli insiemi
3) L'algebra astratta
4) La topologia
5) L'analisi funzionale
6) La geometria algebrica
7) La teoria della misura
8) Il calcolo delle probabilità.

Tale sviluppo ha fatto sorgere la convinzione che fosse possibile tentare una presentazione assiomatica di tutte le branche fondamentali della matematica, gerarchicamente disposte l'una rispetto alle altre.

Tale tentativo iniziò nel 1939 per opera di un gruppo di matematici francesi riunitisi sotto l'unico nome di N. Baurbaki; tale programma è soggetto a diverse accuse:

1) Non favorisce l'inventiva,
2) Priva la matematica di ogni contatto con la realtà empirica.

Inoltre attendono risposta le seguenti questioni:

a) Le teorie matematiche sono delle pure convenzioni?
b) Che valore oggettivo hanno?
c) Possiede la matematica valore conoscitivo?

4. Il problema della conoscenza di Archimede

La posizione di Archimede nei confronti del conoscere matematico può essere investigata partendo da alcune sue affermazioni, dall'esame dei metodi con cui calcola l'area del settore di parabola e da ciò che tramandano di lui (per quanto affidabile).

Riportiamo quello che egli stesso dice, nella lettera a Dositeo, premessa all'opera *Quadratura della Parabola* a proposito del postulato che porta il suo nome:

«Dimostriamo infatti che il segmento parabolico deve essere uguale a 4/3 del triangolo inscritto avente la stessa base e la stessa altezza del segmento: ciò avendo assunto il seguente lemma per la sua dimostrazione: *date due aree disuguali è possibile, aggiungendo alla minore l'eccessa di cui la maggiore supera la minore, superare ogni area (maggiore) limitata data.* Anche i geometri anteriori a noi si sono serviti di lemma: e i loro teoremi sono considerati non meno degni di fiducia di quelli dimostrati senza questo lemma. A noi basta che venga concessa simile fiducia ai teoremi da noi dati qui».

Racconta poi Plutarco (Marcello, 14,20) che

Archimede era dotato di tale profondità di pensiero e di tale sovrumana sagacia che nulla volle scrivere sulle arti meccaniche (che pure magistralmente usava), le quali servono a soddisfare ai bisogni materiali della vita ma dedicò tutti i suoi sforzi a quegli studi, la sottigliezza e l'armonia dei quali non dipendono dalla necessità.

Questi studi, egli pensava, non possono essere paragonati ad alcun altra: in essi la materia è compenetrata nella dimostrazione; questa le dà grandezza e bellezza, quella precisione a potenza.

Infine riportiamo brevemente il primo e il terzo metodo con cui Archimede calcola l'area del settore di parabola. Ci avvaliamo, per tali quadrature, della traduzione e del commento di A. Frajese delle opere di Archimede (A. Frajese, *Opere di Archimede*, Torino, UTET, 1974).

I) *Metodo «meccanico»*.

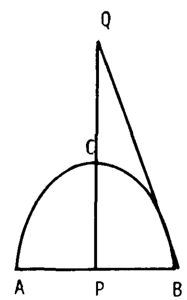


Fig. 1

Sono note le seguenti proposizioni riportate da Archimede.

Proposizione 2 (vedi Fig. 1). Sia Q il punto in cui l'asse della parabola incontra la tangente in B alla parabola stessa. Allora.

$$PC = CQ$$

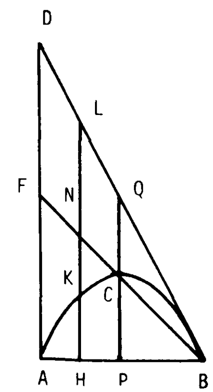


Fig. 2

Proporzione V (vedi Fig. 2). Siano K ed L i punti in cui una parallella all'asse della parabola, passante per H, incontra la parabola e la tangente in B rispettivamente; detto N il punto in cui la parallella all'asse incontra la retta congiungente B con C risulta:

$$HK{:}HL = FN{:}FB$$

Se si prolunga il segmento FB dalla parte di F sino a riportare un altro segmento FM pari a FB (vedi Fig. 3) la proposizione si può scrivere:

$$HK{:}KL = FN{:}FM$$

Dal punto di vista meccanico tale proposizione si interpreta così: il segmento HL in N fa equilibrio al segmento HK trasportato parallellamente a se stesso fino ad avere il

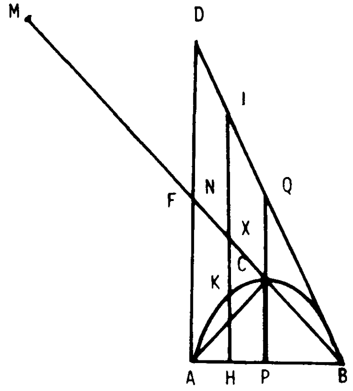


Fig. 3

punto medio in M (si suppone che il peso dei segmenti sia proporzionale alla loro lunghezza).

Ripetendo lo stesso ragionamento per tutte le rette sezionanti parallele all'asse, si può dire che tutti i segmenti del segmento parabolico ABC trasportati in M fanno equilibrio a tutti i corrispondenti segmenti del triangolo ABD. Allora il segmento parabolico ABC trasportato in M fa equilibrio al triangolo parabolico ABD che si può pensare applicato alla leva di fulcro F nel centro di gravità (baricentro) X del triangolo ABD (X sta sulla mediana BF quindi

$FX = \frac{1}{3}\ FB = \frac{1}{3}\ FM$). Allora $\frac{\text{Area ABC}}{\text{Area ABD}} = \frac{FX}{FM} = \frac{1}{3}$ e così Area

$ABC = \frac{1}{3}$ area $ABD = \frac{1}{3}\ 4$ area $ABQ = \frac{4}{3}$ area ABC.

II) *Metodo di esaustione*

Diciamo Σ_n la reticolazione che si ottiene (vedi Fig. 4) suddividendo il segmento BD (D punto di incontro tra la perpendicolare a BC in D e la tangente in C alla parabola) in parti uguali mediante i punti $R_0 = B$, R_1, R_2, ..., R_i, ..., $R_n = D$, unendo tali punti con il punto C e tirando le parallele all'asse della parabola per i punti di intersezione Q_1, Q_2, ..., Q_i, ... Q_{n-1} di tali rette con la parabola. Diciamo H_n il poligono costituito dall'unione dei poligoni T_1, T_2, T_{n-1}, dove T_1 è il trapezio che ha il lato superiore appartenente alla retta passante per C e Q_1 e per base il segmento P_1P_2, ..., T_{n-2} è il trapezio che ha il lato superiore appartenente alla retta C P_{n-2} e per base il segmento $P_{n-2}\ P_{n-1}$ mentre T_{n-1} è il triangolo di base P_{n-1} C e lato sulla retta passante per C e Q_{n-1}.

Denotiamo con H_n' il poligono costituito dall'unione dei poligoni che hanno intersezione non vuota con la parabola.

Denotiamo con H_n'' il poligono costituito dalla unione dei poligoni T_1^*, T_2^*, ..., T_{n-1}^*, T_n^* dove T_1^* è il trapezio che ha il lato superiore appartenente alla retta passante per C e Q_1 e per base il segmento $P_0\ P_1$, T_2^* è il trapezio che ha il lato superiore appartenente alla retta passante per C e Q_2

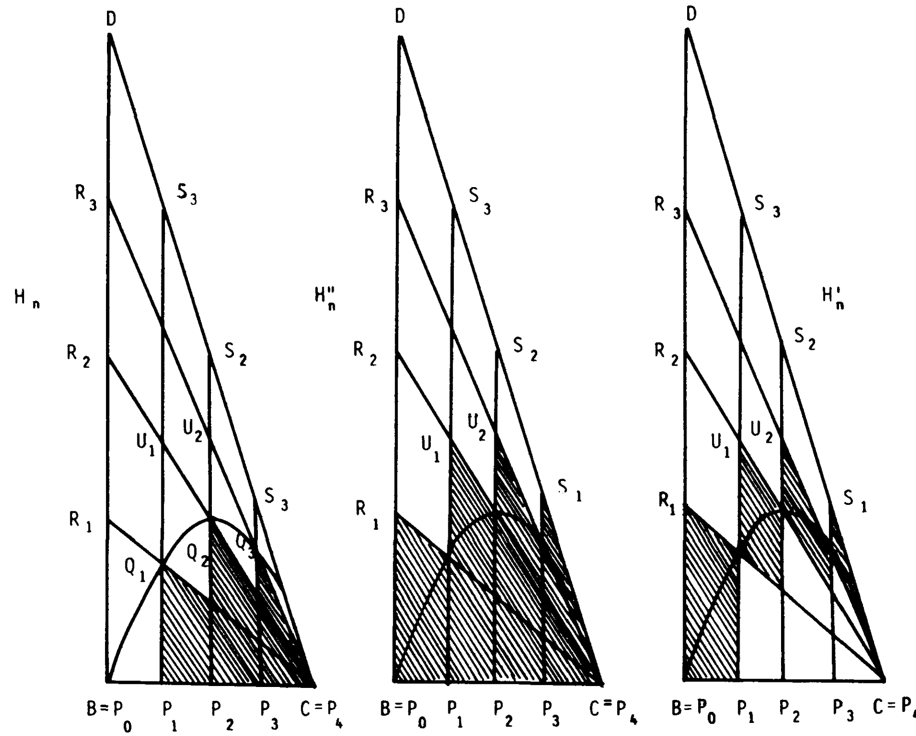


Fig. 4

e avente per base il segmento $P_1\ P_2$, ..., T_{n-1}^* è il trapezio avente il lato superiore appartenente alla retta passante per C e Q_{n-1} e avente per base il segmento $P_{n-2}\ P_{n-1}$, T_n^* è il triangolo di base P_nC e avente lato sulla retta passante per C e D.

Si ha

$$H_n'' - H_n = H_n'$$

e Archimede dimostra che

Prop. 14 e 15

$$BCD > 3\ H_n$$

e

$$BCD < 3\ H_n''$$

mentre si vede immediatamente che

$$\frac{BCD}{n} = H_n'$$

Supponiamo adesso per assurdo che, detto II il settore parabolico, risulti

$$II > \frac{1}{3} BCD;$$

scegliamo n∈N tale che (qui interviene il postulato di Archimede)

$$\frac{BCD}{n} < II - \frac{BCD}{3}.$$

Si ha

$$H_n + H_n' > II > \frac{BCD}{n} + \frac{1}{3}BCD = H_n' + \frac{1}{3}BCD \Rightarrow H_n > \frac{BCD}{3}$$

assurdo.

Analogamente ti fa vedere che se si suppone

$$II < \frac{1}{3} BCD$$

si ottiene un assurdo e, quindi, deve essere

$$II = \frac{1}{3} BCD.$$

Passando ora ad esaminare quali possono essere secondo Archimede i fondamenti della Matematica, osserviamo che nella lettera a Dositeo egli chiede fiducia per i teoremi dedotti da quel lemma (il Postulato di Archimede) che egli ritiene ammissibile, mentre nella stessa lettera accenna ad altri che non ritiene facilmente ammissibili. A quale criterio fa riferimento Archimede per decidere se un assioma è ammissibile o no?

Si potrebbe pensare a prima vista che Archimede si trovi nell'atmosfera di una concezione platonica della matematica: i postulati non devono in alcun caso essere arbitrari, ma devono risultare «veri» descrivere cioè una situazione che ha una propria realtà. Ma, forse, una interpretazione più aderente al pensiero archimedeo è possibile esaminando il passo di Plutarco dove si afferma che: *dedicò tutti i suoi sforzi a quegli studi, la sottigliezza e l'armonia dei quali non dipendono dalla necessità*; cioè Archimede fa riferimento ad un criterio di armonia distinto dalla necessità, indipendente dall'esperienza sensoriale ed intrinseco quindi alla Matematica; in base a tale criterio gli assiomi non vanno scelti arbitrariamente, ma hanno una legge interna alla Matematica (armonia) che debbono rispettare.

Naturalmente è difficile precisare tale concetto, come è difficile precisare cos'è l'arte e quando un'opera ha valore artistico o no, ma indubbiamente esso rende l'idea di una qualità che le teorie matematiche, ma non solo esse, debbono avere per essere accettabili.

Passando ad esaminare le due dimostrazioni sulla quadratura della parabola, c'è da osservare che egli dapprima dimostra tale teorema per via meccanica, cioè usando il principio di equilibrio della leva e considerando le figure piane come costituite dall'unione di tutti i segmenti ottenuti intersecandole con le rette parallele ad una certa direzione, in un modo quindi che si potrebbe definire costruttivo; ma ritiene necessario aggiungere una dimostrazione che risulti rigorosamente ineccepibile nell'ambito di un sistema assiomatico (quella che a buon diritto lo può fare chiamare anticipatore del calcolo integrale); c'è quindi da chiedersi se egli ritiene che un teorema è rigorosamente dimostrato allorchè è stato dedotto nell'ambito di un sistema assiomatico, costituendo le fasi intermedie delle tappe necessarie per chiarire sempre più il risultato finale.

La risposta positiva a tale questione si può dire che emerge con una certa evidenza dall'opera di Archimede: il sistema assiomatico permette di dimostrare rigorosamente i teoremi, utilizzando anche la dimostrazione per assurdo, cioè il principio del terzo escluso non ammesso da Brouwer; ma essa deve costituire la fase finale preceduta da una fase intuitiva che dà sostanza e potenza alla costruzione matematica.

Tale esperienza archimedea, avvalorata dai risultati da lui raggiunti, può provocare un'ulteriore riflessione sul rapporto intuizione-teoria assiomatica, che appare, in ultima analisi, uno dei problemi base della scienza e della conoscenza.

ADDENDUM

Durante lo svolgimento del Convegno su «*Archimede: Mito Tradizione Scienza*» (Siracusa-Catania 9-12 Ottobre 1989), il Prof. R. Rivlin ha fatto presente che Archimede, nel lavoro «Sull'equilibrio dei piani o centro di gravità dei piani», allorché stabilisce la legge della leva, distingue il caso in cui le grandezze sono commensurabili da quello di cui esse sono incommensurabili e, precisamente, nel teorema 6 tratta il caso di grandezze commensurabili provando la relazione $\frac{A}{B} = \frac{PC}{CQ}$, dove A e B sono le grandezze, P e Q i rispettivi punti di gravità e C il punto di equilibrio, mentre nel teorema

7 prova la stessa relazione nel caso in cui A e B sono incommensurabili; inoltre nella dimostrazione del teorema 7 fa uso del fatto che esistono numeri razionali arbitrariamente vicini al rapporto $\frac{A}{B}$.

Il Prof. G. Fichera ha osservato, a tal proposito, che certamente Archimede possedeva la nozione di numero reale irrazionale e precisamente la nozione che, oggi, chiameremo assiomatica in quanto

1) egli utilizza la struttura di campo,
2) egli utilizza la struttura di ordine,
3) egli stesso enunciò il postulato che porta il suo nome relativamente ai campi ordinati,
4) egli nel teorema 7 approssima il rapporto $\frac{A}{B}$ incommensurabile bene quanto si vuole con numeri razionali.

Se si tiene quindi conto che esattamente questi quattro punti costituiscono la struttura assiomatica dei numeri reali, equivalente a quella proposta da Saks per cui l'insieme dei numeri reali è un campo ordinato continuo, c'è da convenire pienamente col Prof. G. Fichera.

Attilio Agodi

ARCHIMEDE: TEORIA ED INGEGNERIA DELLA CONOSCENZA

La personalità scientifica di Archimede, per quanto ci è dato di conoscere, è stata ampiamente analizzata nella prospettiva di diverse aree disciplinari, ed è stato in vari modi evidenziato come la sua opera di matematico si colleghi alla sua intuizione fisica e come entrambe si integrino nelle sue opere d'ingegneria. Vi sono valide ragioni per considerarlo un precursore, con riferimento alla teoria della misura ed alla teoria dei numeri, alla valorizzazione applicativa della conoscenza scientifica, alla riflessione metodologica che collega modalità ed aspetti diversi dell'operazione conoscitiva a quelli generalmente accettati nel suo tempo, ed in particolare a quelli istituiti adottando come modello i canoni descrittivi e procedurali di Euclide.

L'insegnamento di Archimede è certo affidato alle sue opere: quelle da lui scritte che ci sono pervenute, eventualmente in qualche traduzione più o meno fedele, e quelle di cui altri autori, di storia o di discipline scientifiche, ci hanno tramandato qualche notizia [1, 2]. L'elenco dei contributi di Archimede alle scienze matematiche e fisiche e dei dispositivi d'impiego civile o militare da lui inventati è impressionante per quantità e varietà, e per la qualità sorprendente dell'intelligenza che in essi si manifesta. Ma nel complesso delle sue opere è inscritta una lezione sulla quale vorrei orientare l'attenzione: nei vari percorsi della sua esplorazione conoscitiva possono infatti riconoscersi i lineamenti di una sperimentazione metodologica che si confronta, di volta in volta, con la novità dei problemi, mobilitando ogni pensabile interconnessione tra discipline diverse per determinare nei limiti del già conosciuto le vie d'accesso a conoscenze nuove o i primi indizi della loro evidenza.

Pertanto, non di Archimede scienziato dalla poliedrica versatilità né di Archimede precursore di più recenti sviluppi delle scienze e delle tecnologie intendo parlare: ma di questa lezione che la sua storia, le vicende del *cercare* che fu suo proprio, rendono accessibile al nostro *ascolto*, in una prospettiva ed in un contesto certamente non limitati dall'orizzonte culturale del suo tempo.

Il valore di tale lezione, che per più d'un aspetto chiarisce lineamenti essenziali dell'operazione conoscitiva, si rivela nell'evidenza dei rapporti che essa ha con scienze diverse e con problematiche interdisciplinari o metadisciplinari del nostro tempo, quando, per affrontare problemi di tipo e di complessità nuove, le esigenze di coordinamento tra competenze scientifiche e tecniche, con le più svariate qualificazioni, pongono in questione abiti mentali ed operativi consolidati per dare luogo a nuovi modi di pensare e di agire.

Ogni volta che un problema da risolvere viene individuato, dapprima in modo confuso e qualitativo, poi specificandone sempre più chiaramente i dettagli costitutivi, è dall'universo del già conosciuto che proviene la percezione del problema come tale, ma è sulle conoscenze necessarie alla sua soluzione che il chiarimento successivo orienta l'attenzione. Quando tali conoscenze sono tra quelle già acquisite, allora la soluzione del problema ne ripropone la validità ed il significato. Quando non è questo il caso, allora già la precisazione del problema realizza una sorta di definizione implicita delle conoscenze nuove necessarie per risolverlo, la cui esplicitazione sarà contestuale alla soluzione del problema stesso, anche se non banalmente riducibile ad essa.

Da queste considerazioni trae origine la mia proposta di ascolto della lezione archimedea, di cui ho detto, che si orienta sul tema dell'interdipendenza tra *rappresentazione* della conoscenza, in un linguaggio definito, ed *elaborazione* di tale conoscenza, con procedure atte a dispiegarne la consistenza ed a promuoverne gli sviluppi. Il tema è certamente ricco di suggestioni epistemologiche e filosofiche, ed è suscettibile di versioni concretamente riferite alle indagini critiche sui fondamenti e sui metodi, ormai frequenti e rilevanti nella evoluzione di singoli settori della scienza o della tecnologia. Peraltro assume aspetti di speciale interesse riferito all'incidenza dell'impiego generalizzato dei calcolatori elettronici nelle indagini scientifiche e tecnologiche e, in particolare, nel contesto delle ricerche sui cosiddetti *sistemi esperti*, forse il più grande e promettente successo delle indagini sull'intelligenza artificiale, sia sotto il profilo dell'interesse industriale ed economico, sia sotto il profilo dell'interesse scientifico e culturale. Il complesso di competenze da cui dipende la realizzazione di sistemi

esperti, che va dalla logica matematica all'architettura dei computers, ed include i rapporti tra funzioni descrittive e funzioni elaborative dei linguaggi, si può ormai considerare una specifica area professionale, denominata ingegneria della conoscenza.

Un sistema esperto è progettato per funzionare come un «assistente intelligente» in un certo compito, ovvero per risolvere un certo problema con la stessa efficienza di un esperto umano [3]. Le sue prestazioni riflettono la misura in cui le funzioni in esso implementate per la definizione, la codificazione e l'impiego della conoscenza effettivamente riproducono od emulano il comportamento di un esperto. La progettazione di un tale sistema pone i problemi di rappresentazione e di elaborazione della conoscenza in un contesto che coinvolge insieme la comprensione delle scienze e quella dei loro propri linguaggi, consentendo ad una sorta di sperimentazione di controllarne l'adeguatezza, nell'ambito di quel contesto.

Come trasformare un problema, in un particolare dominio dell'esperienza, in una definizione delle conoscenze e delle procedure di elaborazione atte a determinarne una soluzione? A questo interrogativo si cerca di rispondere ogni volta che si affronta una situazione problematica, e, pertanto, anche nella progettazione di un sistema esperto. Le capacità funzionali di un tale sistema sono essenzialmente realizzate collegando una *base di conoscenze* (i cui contenuti possono essere accresciuti e modificati da processi che emulano l'apprendimento) ed un *motore inferenziale* che attiva algoritmi operativi corrispondenti a vari modi d'impiego delle conoscenze, inclusivi dell'elaborazione logica, ma non limitati a questa.

Il riferimento ad Archimede si può collegare direttamente al suo modo di trattare i numeri: da un lato egli inventa (nell'*Arenario*) una loro codificazione, adatta a risolvere un particolare problema che richiede la designazione di numeri grandissimi, da un altro lato la flessibilità delle sue procedure di calcolo numerico consegue da una generalizzazione del confronto tra grandezze geometriche a quello tra grandezze fisiche (omogenee), che di fatto anticipa una teoria della misura, ma anche l'impiego di processi fisici per effettuare calcoli o dimostrazioni.

Pur avendo una chiara idea del rapporto di due grandezze incommensurabili, i Greci non erano pervenuti a generalizzare francamente la nozione di *numero*, passando cioè dai numeri interi a quelli frazionari ed a quelli irrazionali. Anche Archimede non lo ha fatto [4], però ha certamente impiegato più liberamente le frazioni, ha moltiplicato i rapporti come se fossero stati numeri reali, definendo persino, per la prima volta (nel II libro dell'opera *Sulla sfera e sul cilindro*), la potenza frazionaria di un rapporto, pur rimanendo sempre nel quadro di quella specie di «algebra geometrica» adottata dai matematici del suo tempo (il che rende difficile per noi la lettura delle sue opere, data l'assenza di un simbolismo algebrico) [4].

Se esprimiamo, in termini moderni, il rapporto tra grandezze «della stessa specie» (cioè *omogenee*) con un numero reale e scegliamo una grandezza come unità, allora il rapporto tra una generica grandezza e quella scelta come «unità» sarà la *misura* di tale grandezza. Archimede ha ammesso implicitamente, con gli altri geometri greci, un assioma equivalente al seguente: *ad ogni numero reale (positivo) corrisponde effettivamente una grandezza di cui esso è la misura.* Esso è necessario per giustificare numerose costruzioni, in particolare quella detta *neusi*, che in generale non può farsi solo con regolo e compasso [4]. Archimede l'impiegò molto spesso, in particolare mostrandone l'efficacia in un semplice metodo per la trisezione di un angolo (nel *Libro dei lemmi*).

Il collegamento tra problemi di scrittura o di codificazione dei numeri e problemi di calcolo è un esempio in cui si manifesta il rapporto tra rappresentazione ed elaborazione della conoscenza e, se si può riguardare Archimede come un precursore del metodo sperimentale, è lecito intravedere nella fecondità della sua ricerca i tratti caratteristici del moderno confronto tra processi di calcolo (automatico) e di sperimentazione, di cui si dirà più oltre delineandone quegli aspetti che si evidenziano nella *metafora computazionale.*

Tale metafora fornisce una chiave di lettura dell'opera di Archimede atta a rendere accessibile, in una prospettiva contestuale agli sviluppi attuali della scienza e della tecnologia, un'interpretazione sia dei collegamenti tra geometria e fisica, mediati dalla concezione dei numeri come misure di grandezze, sia di quelli tra indagini teoriche e realizzazioni pratiche (come il planetario e le altre macchine attribuite alla sua sagacia d'ingegnere), mediati dal riconoscimento di una sorta d'intersimulabilità tra strutture e processi formali e strutture e processi fisici. Nel quadro di questa interpretazione acquistano singolare rilievo i dettagli specifici di problematiche connesse con le procedure di approssimazione, di definizione ricorsiva e di passaggio al limite,

che Archimede ha utilizzato sia nel calcolo di aree e di volumi, sia in alcune notevoli dimostrazioni.

I lineamenti dell'avventura conoscitiva di Archimede che intendo evidenziare sono visibili nei tratti ben noti del suo distaccarsi dai canoni stabiliti della scienza del suo tempo, dai modi acquisiti di pensare la realtà [5], quando si faccia attenzione a *come* tale distacco si realizzava attraverso un ri-apprendimento del già conosciuto, aperto a nuove possibilità di comprensione ed istitutivo di metodi nuovi per rendere accessibili all'intelligenza aspetti o ambiti non ancora esplorati della realtà.

Questa realtà non si disvela, nell'esperienza conoscitiva, solo attraverso il confronto con *forme pure*, geometriche o numeriche. Ciò che si incontra nell'indagine sperimentale sono forme complicate o confuse, le cui regolarità diventano evidenti attraverso selezioni ed approssimazioni di vario tipo effettuate sugli elementi osservativi. La conoscenza di tali regolarità si costituisce mediante operazioni che coinvolgono insieme gli elementi di realtà che ne manifestano l'esistenza e quelli che la nascondono o la mascherano, entro una dinamica in cui le strutture d'ordine vengono scoperte e precisate come individuazioni di ordinabilità, parzialmente indipendenti dai modi dell'indagine (inerenti alla realtà) e parzialmente da quei modi rese accessibili sotto condizioni differenti (inerenti alla conoscenza della realtà).

In questa prospettiva si colloca la tensione interna dell'indagine archimedea che collega l'analisi di sistemi di forme *in quanto tali* alla ricerca di *quali* forme realizzino o rappresentino una qualche ordinabilità del reale, la scienza matematica *pura* ad una concezione della matematica intesa non solo come rete a priori per catturare e descrivere una comprensione dei fenomeni, ma anche come esplorazione di strutture concettuali che fenomeni nuovi suggeriscono adatte alla loro comprensione. Intendo qui sottolineare che una tale concezione della matematica non è riducibile ad una distinzione tra scienza pura e scienza applicata, né nell'ambito delle scuole filosofiche del tempo di Archimede, né nelle accezioni oggi comuni, troppo spesso derivate da inerzia culturale più che da una riflessione critica sulla realtà attuale delle scienze e sulla loro storia.

La rappresentazione delle conoscenze sulla realtà in strutture d'ordine geometriche risponde ad esigenze di astrazione (la stessa figura geometrica si confronta con diverse sue realizzazioni materiali) e di elaborazione (criteri di confronto e regole d'inferenza o di validazione «universalmente» applicabili): nella misura in cui un dominio fenomenologico ammette una geometrizzazione delle sue strutture d'ordine, le connessioni reali tra i suoi costituenti per un verso sono intelligibili in termini geometrici, ma per altro verso sono integrate in una struttura relazionale che non è riducibile senza residui nella geometrizzazione. E ciò sia in quanto potenzialmente suggestiva di «altre geometrie» sia in quanto potenzialmente descrivibile in forme diverse da quelle della geometria [6]. Nell'opera di Archimede la fisica e la geometria sono poste in relazione tra loro in un'ampia varietà di esempi, nell'elaborazione di misure e nella dimostrazione di teoremi, in modo da utilizzarne le reciproche corrispondenze (l'una immagine o rappresentazione dell'altra, nei confronti tra grandezze omogenee) o in modo da valorizzare l'irriducibilità dell'una all'altra (nella sistemazione ipotetico deduttiva di parti della statica e dell'idrostatica, inclusiva di elementi descrittivi di tipo geometrico ma ricca di implicazioni osservabili non geometrizzate). Questa peculiare versatilità con cui elementi di fisica e di geometria vengono coordinati nella ricerca di nuove conoscenze sarebbe di per sé bastevole ad illustrare quanto d'interesse attuale sia implicito nella lezione dell'esperimento conoscitivo archimedeo.

Se si vuole calcolare la previsione teorica di un esperimento fisico, p. es. attraverso la soluzione numerica di un sistema di equazioni differenziali, lo si fa sempre a meno di una certa approssimazione. Anche i dati sperimentali sono definiti in modo approssimato, dipendente dai limiti di precisione degli strumenti di osservazione e di misura. Pertanto ogni confronto tra teoria ed esperimento ha questa caratteristica, di essere rigorosamente e criticamente *approssimativo*, intendendo con ciò che sia la sua descrizione sia le procedure per attuarlo e per trarne implicazioni esplicitamente rinviano ad una consapevolezza di quelle approssimazioni.

Tra gli aspetti moderni della problematica che di qui consegue, ve ne è uno che si ricollega alla nozione di numero come misura di una grandezza fisica, e che deriva dall'uso di calcolatori elettronici nell'analisi di fenomeni fisici. Come mai, se consideriamo numeri reali, trascrivendo solo un numero finito di cifre significative nei registri di capacità limitata dei nostri *computers*, a conti fatti troviamo che le equazioni differenziali della fisica «discretizzate», cioè trattate riducendo lo spazio ed il tempo ad un reticolo di punti, forniscono ri-

sultati accettabili sperimentalmente? Dobbiamo considerare i sistemi così discretizzati come una sorta di *ombra terrena* delle idee platoniche espresse nei sistemi continui, oppure, viceversa, i sistemi discreti sono le idee platoniche ed il formalismo continuo è solo un modo conveniente per trattare le più accessibili di quelle idee? [7] Il richiamo alla problematicità archimedea del rapporto discreto-continuo, correlativo di quello interi-reali nel campo dei numeri, che si riflette sulle sue procedure di approssimazione nei calcoli e sui confronti tra quelli geometrici e quelli meccanici, sembra suggestivo, e meriterebbe di non essere ridotto nel vago di una generica analogia.

Molte delle ricerche scientifiche e tecnologiche attuali sono realizzabili perché esistono i *computers*, e l'evoluzione della domanda tende a promuovere la messa a punto di dispositivi capaci di prestazioni sempre più sofisticate e potenti (in termini, rispettivamente, di complessità delle funzioni implementate e di rapidità di esecuzione o di estensione degli insiemi di informazioni accessibili all'elaborazione). Scienziati ed ingegneri oggi si valgono già di supercalcolatori per affrontare problemi complessi e difficili e la disponibilità di tali dispositivi, diecimila volte più veloci dei primi *computers*, ha un'incidenza profonda in molti settori della scienza e dell'ingegneria, dall'astrofisica alla fisica delle particelle elementari, dalle ricerche sull'energia da fusione nucleare al progetto di aerei o di automobili, dalle previsioni meteorologiche alle indagini sui crimini. Negli ultimi 40 anni si è vista una crescita esplosiva nelle prestazioni dei calcolatori e nel numero dei loro utenti, ma le difficoltà ed i dominii delle applicazioni sono cresciuti ancora più rapidamente, al punto che le richieste di maggiori prestazioni superano di gran lunga i miglioramenti in corso dell'*hardware*. Per esempio, accrescere di un ordine di grandezza la finezza risolutiva in un problema tridimensionale dipendente dal tempo richiederebbe un aumento della velocità di calcolo di un fattore diecimila, ben oltre i limiti di quanto si prospetta realizzabile nei prossimi anni [8].

Si noti che esistono dei limiti fisici, cui i dispositivi di calcolo sono soggetti, con gli attuali metodi d'implementazione degli algoritmi di elaborazione [7]. Il funzionamento del dispositivo dissipa infatti energia, trasforma cioè energia di alta qualità in energia termica. Il calore così generato va rimosso, per mantenere il sistema entro i limiti di temperatura che ne assicurano il corretto funzionamento. Il tasso di rimozione del calore è in pratica proporzionale alla superficie libera del calcolatore, mentre il tasso di generazione è essenzialmente proporzionale al numero dei componenti attivi, cioè al suo volume. Per realizzare un sistema più potente, con la stessa tecnologia funzionale e strutturale, lo si potrebbe ingrandire solo in due dimensioni. Ma, anche in questo modo, dato che i segnali fisici non possono propagarsi con velocità maggiore di quella della luce, l'aumento dell'estensione comporterebbe una riduzione della velocità di elaborazione, per l'aumento della distanza media tra componenti attivi del sistema. Per superare questo tipo di limitazioni l'indagine è pervenuta, negli ultimi 40 anni, non solo a ridurre di circa un miliardo di volte l'energia dissipata in media per un'operazione logica, ma anche a scoprire nuovi modi di concepire e di realizzare la stessa elaborazione, nel complesso indicati nei termini di *calcolo reversibile* e di *logica non dissipativa* (Bennett, Landauer, Fredkin e Toffoli) [7], [9], correlativi a nuovi modi di progettare un dispositivo fisico che effettua calcoli. Apparentemente, in questo contesto, i numeri sono ancora quelli che già conosciamo: ma è fuor di dubbio che, come in ogni altro linguaggio, anche nel linguaggio matematico i nuovi modi d'impiego cambieranno le effettive funzionalità e le valenze conoscitive dei suoi elementi costitutivi. Di qui consegue la possibilità di vedere in una prospettiva attuale l'esperimento procedurale di Archimede con i numeri, in quanto correlati con misure di grandezze geometriche, e con quella sorta d'*intersimulabilità*, da lui scoperta ed utilizzata, delle relazioni tra misure geometriche e misure fisiche.

Di tale intersimulabilità ci si vale tuttora e, in pratica, da gran tempo: essa è implicita in tutta l'evoluzione della fisica, da Pitagora ai nostri giorni, in ogni circostanza in cui l'ordinabilità dei fenomeni nello spazio e nel tempo venga descritta in termini geometrici [6], ma Archimede se ne vale in modo originale mostrando come estenderne le potenzialità cognitive dal livello meramente descrittivo a quello procedurale (nel *Metodo*). Tale estensione si può valutare oggi in modo nuovo, ancora una volta riferibile alla ricerca di più potenti strumenti di elaborazione, correlativo ad una sorta di ri- apprendimento innovativo della nozione stessa di elaborazione.

Per illustrare questo punto vanno chiariti, in breve, gli elementi essenziali dell'analogia tra processi di calcolo (o di elaborazione) e processi di sperimentazione, su cui si istituisce la «metafora computazionale».

Lo schema di un calcolo, per determinare la soluzione numerica

di un problema matematico, ove una siffatta soluzione esista, può essere descritto in termini di quali «dati» numerici, corrispondenti a quella soluzione, siano prodotti da operazioni logiche ed aritmetiche effettuate, secondo un programma opportunamente stabilito, sui «dati» numerici corrispondenti a specifiche condizioni di definizione del problema.

Lo schema di un esperimento, volto ad evidenziare le caratteristiche di un fenomeno, può essere descritto in termini di quali risultanze osservative derivino da date condizioni di osservazione, atte a selezionare tra gli elementi della realtà quelli che del fenomeno sono distintivi o manifestativi.

Nel primo caso un dispositivo di elaborazione viene attivato, seguendo un programma definito, a produrre i «dati finali» sulla soluzione cercata da quelli «iniziali» sulle condizioni poste dal problema, ed il dispositivo effettua operazioni conosciute e controllate dall'operatore:

(*dati iniziali, programma*) — [*computer*] — (*dati finali*)

Nel secondo caso è proprio il processo di trasformazione che si cerca di individuare, attraverso le correlazioni tra le informazioni sulle risultanze osservative e quelle sulle condizioni di osservazione:

(*condiz. osserv.*) — [*processo*] — (*risult. osserv.*)

In un certo senso calcolo ed esperimento possono essere considerati entrambi come trasformazioni di certi elementi d'informazione in nuovi elementi d'informazione, con questa differenza, che il *cercato* nel primo caso è ciò che risulta dalla trasformazione e nel secondo caso è la trasformazione stessa.

Sia le informazioni che le trasformazioni effettuabili su di esse, il progetto e l'esito di un calcolo o di un esperimento, sono pensati e descritti in un qualche linguaggio ed il linguaggio del calcolo è diverso da quello dell'esperimento, sia sotto il profilo sintattico e del codice dei segni, sia sotto il profilo semantico e delle valenze cognitive. L'esplorazione delle integrazioni possibili tra i due tipi di linguaggio è un ambito naturale per scoprire non solo correlazioni di mutua traducibilità tra tali linguaggi ma anche connessioni significative tra gli elementi di realtà cui essi fanno riferimento in modo specifico [10]. In questa esplorazione si configura ed esplica il suo ruolo euristico la *metafora computazionale*, di cui sono stati delineati alcuni aspetti concettuali ed operazionali.

Essa costituisce un riferimento per reinterpretare il modo di procedere di Archimede nell'integrazione di operazioni geometriche e fisiche in termini di corrispondenti operazioni numeriche, che implicitamente definisce una equivalenza tra calcoli effettuati con *strumenti* concettuali o con *strumenti* materiali diversi e che introduce la possibilità di attribuire ad un processo meccanico o fisico conosciuto le funzioni esecutive del *calcolo* che da date informazioni iniziali deriva quelle finali, codificate in linguaggio alfanumerico o geometrico o fisico.

Le connessioni della metafora computazionale e dell'intersimulabilità tra processi osservabili con la problematica dell'interdipendenza tra rappresentazione ed elaborazione della conoscenza si possono inquadrare, a livello logico, nell'ampio contesto della teoria dei modelli di una struttura formale [11]. In particolare è immediato il riferimento al ben noto significato «relativo» delle dimostrazioni di categoricità, posto in luce dal cosiddetto «paradosso di Skolem». Questo si può illustrare ricordando, per esempio, che la teoria degli insiemi, data nella forma di Zermelo-Frenkel, ha un modello numerabile, ma nel suo ambito è derivabile un enunciato che formalizza l'asserzione «Esistono insiemi più che numerabili». Il paradosso si risolve riconoscendo i due diversi «livelli insiemistici» cui si fa riferimento nei due casi: quello formale, della teoria di Zermelo-Frenkel, e quello informale entro cui si colloca la logica del primo ordine e la nozione di derivazione [12].

I sistemi formali abbastanza generali da includere l'aritmetica non sono categorici, ammettono cioè modelli non isomorfi. Ciò corrisponde, in parte, a fatti ben noti: esistono algoritmi diversi per effettuare uno stesso calcolo, si possono dare significati differenti ad un dato calcolo e la stessa informazione, codificata in linguaggi diversi, è accessibile ad algoritmi diversi di trasformazione.

Nell'analisi dell'opera di Archimede il rapporto tra meccanica e geometria potrebbe essere studiato anche valendosi delle ben note connessioni tra logica e topologia [13]. Si potrebbe meglio chiarire in tal modo il significato dell'estensione dei suoi procedimenti di calcolo delle aree dalle porzioni di superfici piane a quelle di superfici curve. Una giustificazione su base assiomatica di tale estensione, in generale, dovrebbe includere l'attribuzione [14], alla misura da lui adottata, di una certa proprietà (topologica) di continuità. Sembra che, pur non

avendo tale nozione topologica, egli abbia avvertito la difficoltà e l'abbia aggirata, in un certo senso, restringendosi a considerare solo porzioni di superfici convesse. L'esistenza di una giustificazione puramente logica di questa scelta, può essere cercata sulla base delle corrispondenze esistenti tra operazioni logiche e topologiche.

Notoriamente [13] le operazioni topologiche di complemento, intersezione ed unione riflettono proprietà delle operazioni logiche di negazione, congiunzione e disgiunzione, che però non sono più sufficienti se si vuole andare oltre la logica proposizionale. La versione intuizionista e quelle modali della logica delle proposizioni richiedono l'introduzione dell'operazione topologica di chiusura. Per la logica elementare occorre introdurre l'operazione di proiezione, da cui emergono le sue notevoli analogie con la teoria degli insiemi boreliani e proiettivi. I presupposti intuitivi e lo statuto logico della nozione di continuità archimedea, generalmente analizzati sulla base dei suoi calcoli geometrici e meccanici, potrebbero essere ulteriormente chiariti da un'indagine che si valesse di queste indicazioni, con esplicito riferimento all'analogo logico della nozione topologica di continuità.

Si noti che la metafora computazionale è confrontabile solo in parte con quella del meccanismo ad orologeria, propria della concezione meccanicistica dell'Universo. Esse hanno in comune un riconoscimento di intersimulabilità parziale tra fenomeni diversi, ma la prima non è riducibile alla seconda. La metafora computazionale non è istitutiva di un unico modello per capire la realtà, ma suggerisce invece una via d'accesso, senza pretese di unicità, a procedure diverse per costruire e confrontare modelli, per esplorare cioè modi nuovi di pensare la realtà e l'operazione conoscitiva come tale.

Basti qui ricordare, come esempi, le considerazioni introduttive di J. Monod in *Il caso e la necessità*, l'uso delle nozioni di codice e di programma in genetica e le analisi di M. Jacob in *La logica del vivente* per la rilevanza della metafora computazionale in biologia [14]; la nozione di controllo della comprensione di un fenomeno naturale attraverso la sua simulazione su *computer* proposta da Ljapunow [15] e variamente applicata nelle ricerche sui linguaggi e sulla psicologia del comportamento umano, sui sistemi esperti e sulla robotica e, ancora, le idee di Feynman [16] e di Wheeler [17] sull'evoluzione delle scienze fisiche, in vari modi riferibili alle nozioni generali di computabilità e d'intersimulabilità tra fenomeni.

La simulazione su *computer* di un fenomeno naturale o del funzionamento di una macchina è un'alternativa al calcolo delle soluzioni di equazioni algebriche o differenziali alle quali si può ricondurre l'evoluzione di grandezze osservabili associate al fenomeno o alla macchina. Nella simulazione le operazioni eseguite dal calcolatore sono coordinate in modo corrispondente ad una rappresentazione del fenomeno o della macchina. Se si considera un tipico *calcolatore universale*, ciò richiede che qualunque cosa accada in una regione finita dello spazio e del tempo sia analizzabile mediante un numero finito di operazioni logiche. *Le teorie fisiche attuali non soddisfano questo requisito*, perché esse considerano distanze infinitamente piccole, lunghezze d'onda infinitamente grandi, serie di infiniti termini da sommare, e così via. Se si vuole una simulazione del tipo detto, allora, secondo Feynman [16], *bisogna cambiare la fisica.*

Inoltre, pur ammettendo la discretizzazione dello spazio-tempo e di altre osservabili continue, la struttura probabilistica dei fenomeni quantistici non è simulabile su un calcolatore universale del tipo introdotto da Turing o da von Neumann [16]. *È realizzabile un calcolatore universale quantistico per effettuare quella simulazione?*. Quali diversi tipi di sistemi quantistici sono intersimulabili? Quali caratteristiche dovrebbe avere un sistema (costituito da un insieme finito di simulatori quantistici, opportunamente interconnessi) per candidarsi come simulatore universale di fenomeni quantistici? Sono domande che solo di recente sono state poste in modo esplicito [16] e che suggeriscono un distacco dai modi correnti dell'indagine fisica, che esplori in modo sistematico l'efficacia cognitiva dell'intersimulabilità tra fenomeni e processi.

Tale relazione ha una struttura molto più complessa di quella di una relazione di isomorfismo e già si conoscono vari esempi della sua esistenza, riconducibili per lo più al fatto che fenomeni diversi possono essere descritti con lo stesso tipo di equazioni differenziali alle derivate parziali [18]. Si pensi alle oscillazioni dei corpi elastici, alla loro propagazione ed a quella di onde elettromagnetiche, che rinviano all'equazione di D'Alembert-Lorentz, ai processi di conduzione del calore e a quelli di diffusione di gas o di liquidi, che rinviano all'equazione di Fourier, al collegamento tra la teoria del potenziale e quella del moto browniano con l'equazione di Laplace-Poisson e con le speciali proprietà delle «funzioni armoniche» dalle quali deriva una sorta d'intersimulabilità con la teoria dei giochi [19].

Ma ben diversi, come indicato da Feynman [16], sono gli esempi

che s'incontrano nella fisica quantistica, che sembrano evidenziare uno stesso tipo di comportamenti in un'ampia varietà di teorie di campo, simulabili, nello spazio.tempo discretizzato, con semplici «reticoli di spin». Così vari fenomeni della fisica dei campi sono bene imitati da fenomeni della fisica dei cristalli, la dinamica di un sistema di *Bosoni* da quella delle onde di spin in un reticolo. Lo studio di questi esempi viene suggerito da Feynman per accedere ad un nuovo modo di concepire la fisica ed al progetto di *quantum computers.*

La problematica dell'interdipendenza tra rappresentazione ed elaborazione della conoscenza appare dunque in una prospettiva attuale sotto lo stimolo culturale dell'impiego generalizzato dei *computers* con funzioni di elaborazione e di simulazione, ma è presente nell'operazione conoscitiva sotto condizioni ben più generali, che la rendono riconoscibile anche in quello che abbiamo indicato come l'esperimento metodologico di Archimede, solo parzialmente riferibile al suo metodo meccanico per la dimostrazione di teoremi geometrici.

La sua comprensione del funzionamento di una leva era tale che egli ha potuto valersene come se avesse avuto le nozioni, più generali, di composizione di forze parallele e di forze concorrenti. La legge della leva lo ha guidato per «pesare» in un certo senso aree e volumi, forse anche perché le sue idee di area e di volume si riferivano direttamente ad evidenze fisiche. Questa base intuitiva del metodo, ripreso da Pascal sotto il nome di «bilancia di Archimede», trova riscontro anche nelle sue ricerche di statica, che hanno un ruolo importante nelle sue scoperte di teoremi matematici.

Nella dedica del *Metodo* ad Eratostene si può leggere che si tratta di «... un certo metodo ... per scoprire, per mezzo della meccanica, certe verità matematiche». Ma anche che esso «... non è meno utile per la dimostrazione stessa dei teoremi. Spesso infatti ho scoperto mediante la meccanica delle proposizioni che ho in seguito dimostrato vere mediante la geometria, ...».

Come è spiegato nel *Metodo*, allo scopo di calcolare l'area di figure piane a contorno curvilineo e quella di superfici curve, il volume di solidi, il baricentro di figure piane o di solidi, la via seguita può essere geometrica o meccanica, nel secondo caso basata sul principio della leva. Archimede considerava il metodo meccanico di valore essenzialmente euristico, orientativo per la «vera dimostrazione» matematica, ma ne riteneva pienamente affidabile l'efficacia cognitiva. La nozione di baricentro e le operazioni fisiche effettuabili o descrivibili con l'uso della leva gli sono servite effettivamente per superare la potenza del metodo geometrico puro del suo tempo.

Riscontri notevoli per chiarire se e come ciò prefiguri un impiego della metafora computazionale si trovano nell'opera *Sui corpi galleggianti*, ove Archimede dà dei semplici assiomi dai quali deduce il famoso principio che porta il suo nome e vari, fondamentali risultati sulle condizioni di equilibrio, tra i quali sono particolarmente precisi quelli relativi al segmento di paraboloide galleggiante. Qui va notato che la costruzione deduttiva sulla base degli assiomi proposti è chiaramente ispirata alle procedure del ragionamento geometrico, ma le componenti non geometrizzate dell'esperienza fisica sono rigorosamente distinguibili nelle loro interdipendenze reali, confrontabili con l'evidenza osservativa. Questa peculiarità è indicativa di un'approccio alla conoscenza della realtà di sorprendente, attuale validità: il suo rigore procedurale e le sue risultanze sono tali che si può far risalire a quest'opera l'origine di una scienza delle costruzioni navali.

Naturalmente si può concepire un sistema esperto che adotti un particolare metodo per affrontare i problemi, utilizzando l'intersimulabilità tra relazioni geometriche e meccaniche come nel *Metodo* di Archimede, o la metafora computazionale che ne generalizza l'efficacia euristica.

In ogni caso un sistema esperto è una specie di strumento, la cui caratteristica peculiare è di effettuare operazioni di rilevanza conoscitiva, atte alla soluzione di problemi, che in particolare includono quelli di progettazione di sistemi esperti.

Nella ricerca scientifica la consapevolezza critica si persegue ed evolve ponendo questioni, intorno alle idee ed ai metodi che la costituiscono nella sua propria scientificità, che hanno alcuni significativi caratteri in comune con la domanda elementare «che cosa è uno strumento?».

Intendendo le domanda in senso lato, per esempio potrei riferirmi ad un martello o ad una leva, ad un concetto, come quello di numero, o ad un algoritmo, come quello per sommare due numeri interi, ad una macchina da scrivere o ad un *computer*.

In ogni caso una risposta alla domanda «che cosa è?» può essere data descrivendo alcuni possibili usi dello strumento oppure gli elementi costitutivi essenziali che lo caratterizzano. Nel primo caso la risposta, di regola, non può essere esauriente, nel secondo caso, sebbene in modo implicito essa possa rinviare a tutti i possibili usi

dello strumento, non è certo istruttiva sui modi della sua operazione.

L'integrazione dei due tipi di risposte alla domanda «che cosa è?», date in termini descrittivi di «a che può servire» e di «come può esser fatto», si colloca in un ambiente conoscitivo più ampio, in cui si manifesta la realtà delle cose e dei processi cui rinviano le varianti costitutive e le utenze ammissibili di un qualsiasi oggetto o «strumento».

In particolare quando uno strumento viene usato frequentemente e da molti (il libro o l'automobile, il televisore o il *word processor*, la procedura della sperimentazione o quella del calcolo), esiste sempre una vasta rete di attività, socialmente rilevanti, nelle quali quell'uso ha un senso ed un ruolo, che coinvolgono organizzazioni ed attrezzature, consuetudini e convenzioni. Se un nuovo «strumento» ha potenzialità di diffusione di questo tipo, la sua incidenza su quella rete di attività è in larga misura imprevedibile e ciò specialmente quando l'innovazione sia così radicale da non essere comprensibile nell'ambito della rete di attività ad essa pre-esistente.

La diffusione dell'uso di nuovi strumenti o di nuove tecnologie va di pari passo con mutamenti nel linguaggio, non solo quando si parla di essi, ma anche quando l'esperienza che li coinvolge suggerisce nuovi modi di pensare e di capire nel dominio del già conosciuto, diventa metafora attraverso cui accedere ad un ri-apprendimento o ad una ri-scoperta di conoscenze acquisite, svelandone valenze latenti suggestive di nuovi sviluppi. Così l'evoluzione del linguaggio riflette quella della società, del complesso tecnologico e culturale in cui si articola la sua operazione sulla realtà, nel duplice senso che il linguaggio è un costitutivo essenziale delle reti di attività di cui dicevo prima, in quanto strumento di comunicazione, ed è altresì il luogo in cui si manifestano insieme le motivazioni e gli intenti dell'azione sociale.

Riferito alla conoscenza ed ai suoi procedimenti questo discorso ripropone l'interesse e, direi, l'esigenza di un'indagine coordinata sui documenti dell'opera di Archimede, che si valga di analisi storiche, filologiche e filosofiche per chiarire il significato del suo pensiero, in rapporto alla cultura del suo tempo ed ai processi d'interpretazione attraverso i quali i documenti stessi sono a noi pervenuti come tali, ma anche di analisi che ne evidenzino il riferimento sia alle conoscenze scientifiche proprie del suo tempo sia a quelle che con diversi statuti logici e metodologici costituiscono la scienza attuale. L'integrazione dei due tipi di analisi è anche un banco di prova per la nostra capacità di distinguere, nel conoscere, gli elementi di realtà evidenziati e quelli del connettivo linguistico-culturale necessariamente introdotto dalle esigenze di comunicazione e di elaborazione.

Mi sembra che possa essere studiato utilmente in questo modo il collegamento in Archimede della metafora computazionale, che nel *Metodo* viene di fatto esibita mostrando come la conoscenza di relazioni tra grandezze meccaniche possa diventare uno strumento di calcolo o di dimostrazione di relazioni tra grandezze numeriche, con l'intersimulabilità tra fenomeni diversi, che di fatto appare riconosciuta e valorizzata sia nelle applicazioni della nozione di baricentro e del principio della leva allo studio delle condizioni di equilibrio dei galleggianti, sia nella costruzione del planetario che riproducendo su scala e sotto condizioni dinamiche diverse i moti relativi alla Terra, del Sole, della Luna, e di alcuni pianeti, poteva «calcolare» i tempi delle eclissi. E suggerisce alla nostra riflessione critica alcuni caratteri distintivi delle procedure d'indagine, che nella storia delle scienze ed in quella dell'impresa conoscitiva in cui siamo impegnati possono farci scoprire nel già pensato e sperimentato gli indizi dell'esistenza di orizzonti nuovi, aperti alla libertà intelligente del pensare e dello sperimentare.

BIBLIOGRAFIA

[1] J. L. HEIBERG, *Archimedis opera omnia cum commentariis Eutocii*, Leipzig, Teubner, 1910-1915.

[2] A. FRAJESE, *Archimede, Opere*, Torino, Utet, 1974.

[3] A. WALKER, «IBM Journal of Res. and Develop.», 30, 1986, pp. 2-13.

[4] C. EHRESMANN, *Celebrazioni Archimedee del Secolo XX*, Siracusa, 11-16 Apr. 1961, vol. I, Gubbio, Oderisi, 1962, pp. 25-37.

[5] E. I. DIJKSTERHUIS, *Archimedes*, Copenhagen, 1956.

[6] A. AGODI, *Atti dell'Accademia Gioenia di Catania*, 1987, pp. 29-51.

[7] T. TOFFOLI, «Intern. Journ. of Theor. Physics», 21, 1982, pp. 165-175.

[8] B. R. WIENKE and B. I. BUZBEE, «The Physics Teacher», Jan. 1989, pp. 10-21.

[9] C. H. BENNETT, «IBM Journ. of Res. and Developm.», 32, 1988, pp. 16-23.

[10] A. AGODI, *Linguaggi e Formalizzazioni*, Atti Convegno Internazionale di Studi della Soc. Linguistica Italiana, Roma, Bulzoni, 1979, pp. 32-46.

[11] C. C. CHANG and H. J. KEISLER, *Model Theory*, Amsterdam, North-Holland, 1973.

[12] S. ANTONELLI, V. MANCA, A. SALIBRA, *Logica*, Pisa, E.T.S., 1980, pp. 201-202.

[13] E. W. BETH, *Les Fondements Logiques des Mathématiques*, Paris, Gauthier- Villars, 1955.

[14] J. MONOD, *Il caso e la necessità*, Milano, Mondadori, 1970; F. JACOB, *La logica del vivente*, Torino, Einaudi, 1971.

[15] A. A. LJAPUNOW, *Probleme der Kibernetik*, Bd. 1, Berlin, Akademie-Verlag, 1962, pp. 1-22.

[16] R. P. FEYNMAN, «Intern. Journ. of Theor. Physics», 21, 1982, pp. 467-488.

[17] J. A. WHEELER, «IBM Journ. of Res. and Developm.», 32, 1988, pp. 4-15.

[18] E. PERSICO, *Introduzione alla Fisica Matematica*, Bologna, Zanichelli, 1947.

[19] R. HERSCH e R. J. GRIEGO, *Le Scienze*, giugno 1969, pp. 78-85.

Salvatore Notarrigo

ARCHIMEDE E LA FISICA

La critica storico-epistemologica si è sempre soffermata, giustamente, su quelle conquiste scientifiche di Archimede che rompevano con la tradizione dei matematici del suo tempo.

Tale tradizione si adagiava nel paradigma platonico-aristotelico che, con i suoi divieti, aveva impedito, e ha impedito anche per lunghi secoli dopo, ogni progresso scientifico.

Il peso di tale paradigma è, a mio giudizio, ancora oggi notevole.

È noto che moltissima gente professa la teoria delle PULCI (acronimo di Progresso Universale Lineare Continuo Infinito).

Ma sembra strano che anche molti storici della scienza la professino.

Tale teoria è stata sempre usata per proteggere il paradigma dominante in ogni epoca che si volesse considerare.

In base a tale teoria le conquiste archimedee apparirebbero come un miracolo, spiegabile solo con il caso che, di tanto, fa nascere i geni in qualche parte del mondo.

Le conquiste dei geni vengono spiegate con la prodigiosa intuizione che la natura ha loro voluto concedere e, generalmente, non viene attribuito loro alcun rigore scientifico; cosa che, fra l'altro, verrebbe anche a spiegare il perché molti secoli devono passare prima che ne possa venire riconosciuto il merito.

Il coraggio che i geni mostrano nel sovvertire gli schemi tradizionali viene spiegato con il lasciar supporre, in loro, un pizzico di follia. Non a caso i geni sono sempre stati collegati, in qualche modo, ai pazzi.

Ma, per Archimede, sarebbe davvero difficile negare rigore alla sua opera, visto che è tutta concepita secondo lo schema: assiomi, rigorose deduzioni, teoremi.

Allora, spesso, gli vengono attribuite non provate e non provabili concezioni metafisiche, allo scopo di poter mantenere in piedi la teoria delle PULCI, che è molto comoda in quanto permette ai moderni di essere sempre più bravi degli antichi.

Una tale tecnica, p. es., è stata adottata da Mach.

In un articoletto senza pretese (vedi «Mondotre», n. 4-5, Dicemb. 1988), sollecitatomi dal Prof. Boscarino, ho mostrato la insostenibilità delle critiche di Mach ad Archimede.

Ma, la lettura dei testi di Archimede mi ha posto il problema di capire come mai egli appaia come il fondatore della fisica matematica, cosa che gli viene da tutti riconosciuta, ma, anche, il perché tale scienza si presenti, fin dal suo fondatore, con un livello di maturazione concettuale che, per certi aspetti, risulta superiore a quella di certa fisica matematica moderna.

Certo, in base alla teoria dei geni, non ci sarebbe nessun miracolo in questo. Ma per chi credesse a una marcia lenta, faticosa, discontinua e con soventi ritorni indietro verso la conquista dei concetti della scienza il problema si presenterebbe.

Ma per capire un tale miracolo bisognerà, tuttavia, abbandonare la teoria delle PULCI e la conseguente teoria dei geni.

Ma ciò non basta, in quanto bisogna, anche, individuare gli strumenti adatti per tale tipo di indagine, nonché un qualche appiglio da cui partire, fermo restando che il materiale empirico a nostra disposizione è solo quello delle testimonianze storiche che la storia stessa ci ha fatto pervenire con il suo ineliminabile carico di pregiudizi metafisici dovuti al paradigma dei commentatori, peggiorato e ancor più distorto dai commentatori dei commentatori.

Chiaramente, però, lo strumento non può essere costituito da una ricerca filologica, in quanto ho potuto verificare, come credo tutti possono fare, che di ogni pensatore del passato ne emergono tante copie diverse per quanti filologi lo abbiano ricostruito (se si eccettuano le copie sostanzialmente identiche che provengono da un solo paradigma filologico).

Mi sono, quindi, convinto che l'unico strumento adatto è quello della logica matematica così come formulata dal Peano, che mi aveva permesso di apprezzare l'assoluto rigore delle dimostrazioni di Archimede, al di là delle molte e dubbie interpretazioni che ne vengono date sulla base della conoscenza della lingua greca.

Infatti, secondo Peano, la logica matematica ha delle strutture stabili e universali che vengono nascoste e, spesso, sconvolte dalle regole grammaticali delle lingue naturali. Ed è per questo che il Peano ha speso gli ultimi anni della sua vita nel cercare di far accettare, almeno entro il linguaggio scientifico, un linguaggio universale senza regole grammaticali ma con regole semplicemente logiche. Naturalmente, non c'è riuscito (e a nostro giudizio non poteva riuscirci, in quanto, ottimisticamente, sottovalutava il peso del paradigma dominante); anzi, la logica grammaticale di Aristotele si è insinuata prepotentemente anche nella logica simbolica moderna (vedi «Mondotre/Quaderni», Ottob. 1989).

Avendo deciso quale era lo strumento, l'appiglio per cominciare mi veniva dato dallo stesso Archimede che, nel parlare di alcuni teoremi che sono stati per primo dimostrati da Eudosso, ne attribuisce non piccolo merito a Democrito che li aveva già trovati per altra via, a quel tempo, non riconosciuta come rigorosa.

È riconosciuto da tutti che il metodo rigoroso di Eudosso, largamente utilizzato e migliorato da Archimede (comunemente detto *metodo di esaustione*), non ha alcun valore euristico, in quanto permette solo di dare una dimostrazione rigorosa, a partire dagli usuali assiomi geometrici, ma solo quando già se ne conosca il risultato.

Per cui nasce il problema di capire come mai Democrito e, successivamente anche Archimede, abbiano potuto trovare la soluzione dei molti problemi che Eudosso e Archimede stesso hanno rigorosamente dimostrato.

Anzi, fino alla scoperta, avvenuta solo nel 1905, dell'opera di Archimede sul *Metodo Meccanico* si era ritenuto che Archimede, di proposito, avesse voluto tenere nascosto il metodo di cui si serviva per escogitare i suoi teoremi.

Naturalmente, dopo la scoperta di tale opera di Archimede non avrebbe avuto più alcun senso l'idea del segreto intenzionalmente voluto.

Anzi, nasce il sospetto che anche Democrito avesse potuto usare lo stesso metodo, il quale non veniva mantenuto segreto per volontà dei suoi possessori, ma semplicemente perché veniva rifiutato dal paradigma dominante.

Tale ipotesi potrebbe facilmente spiegare perché nessuna delle moltissime opere che da Diogene Laerzio vengono attribuite a Democrito (circa 460-360 a. C.) sia fino a noi pervenuta, al contrario di quelle del suo contemporaneo Platone (428-347 a. C.).

Del resto, lo stesso Diogene riferisce che Platone voleva far bruciare tutte le opere di Democrito e che ne fosse stato dissuaso da alcuni Pitagorici.

Ma è poco probabile che Democrito, tutto da solo, avesse potuto inventare tale metodo e portarlo ad un tal grado di perfezione da permettergli di utilizzarlo egregiamente per la scoperta di difficilissimi problemi di geometria.

Quindi, è da supporre che l'invenzione del metodo ed il suo uso fossero ancora più antichi.

Inseguendo tale ipotesi, con l'aiuto dell'ideografia di Peano, sono arrivato alla conclusione che tale tradizione deve farsi risalire a quella che Diogene Laerzio chiama la *filosofia italica* e che fa cominciare da Pitagora (anche se Proclo menziona Mamerco, fratello del poeta siciliano Stesicoro, come famoso cultore di geometria ancor prima di Pitagora) e nella quale include anche Democrito ed Eudosso e che fa terminare con Epicuro.

Tale filosofia egli contrappone alla *filosofia ionica* che fa iniziare da Talete, nella quale include Platone ed Aristotele e che fa terminare con Clitomaco, Crisippo e Teofrasto, ormai divisa in tre differenti correnti.

Il risultato di tale mia piccola indagine è stato pubblicato nei sopra menzionati quaderni di «Mondotre».

Qui voglio riassumere alcune considerazioni che, a partire da tale risultato, si possono fare sull'opera di Archimede.

Ne anticipo subito alcune conclusioni:

1) Archimede è sì dotato di un'impareggiabile intuizione matematica la quale è sempre accoppiata ad un altissimo rigore logico.

Tuttavia la concezione del rigore, da parte di Archimede, è profondamente diversa da quella degli alessandrini; i quali, invece, seguono il paradigma aristotelico.

Il concetto di rigore di Archimede si può definire estremamente moderno (previo chiarimento del significato di tale aggettivo).

2) La scienza di Archimede non nasce dal nulla ma segue una ben precisa tradizione, molto antica ma di gran lunga superiore a quella dei suoi contemporanei i quali l'avevano abbandonata in favore della metafisica aristotelica che, fino al suo esplicito rifiuto da parte di Galilei, ha continuato a dominare incontrastata; per cui Archimede appare come un genio isolato nello spazio e nel tempo.

3) Il coraggio di Archimede è stato solo quello di opporsi al paradigma dominante con la assoluta certezza di avere argomenti incontrovertibili a suo favore e non vi è nessun pizzico di follia nella sua sicurezza; anzi, dalla formulazione della lettera all'alessandrino Era-

tostene, con la quale cominica il suo *Metodo Meccanico*, appare fin troppo cauto, tenuto conto che gode i favori del re di Siracusa (il quale, forse, è anche suo parente); città che, a quel tempo, era certamente fuori dal circuito della cultura, come dal corrente paradigma riconosciuta, ma che ancora godeva non trascurabile prestigio e indipendenza; anche se quest'ultima l'avrebbe goduta solo per brevissimo tempo ancora, grazie al console Marcello che, insieme al saccheggio della città, procurò la morte del suo più illustre cittadino.

Quindi, le immense conquiste di Archimede non sono altro che il risultato di una logica conseguenza dei postulati preliminari della sua metafisica che si rifà esplicitamente alla tradizione *italica* culminata nell'opera enciclopedica di Democrito.

Secondo la proibizione platonico-aristotelica la matematica non si doveva occupare di fisica e, per di più, bisognava mantenere una separazione netta tra aritmetica e geometria, in quanto l'una si occupa di unità indivisibili e l'altra, invece, di grandezze divisibili all'infinito.[1]

Ne conseguiva che proposizioni di natura puramente geometrica dovevano dimostrarsi solo in base agli assiomi della geometria, i quali venivano ritenuti immediatamente evidenti.[2]

---

[1] Mi riesce assolutamente impossibile il capire come mai alcuni dei commentatori di Archimede lo vogliano, in un modo o nell'altro, attaccare al carro di Platone o di Aristotele, e come da tali due personaggi si voglia, a qualunque costo, far derivare tutta la scienza, comprese logica e matematica che, per altro, sono la precondizione di ogni e qualsiasi scienza che voglia chiamarsi tale. Mi piace citare qui alcuni giudizi del grande Peano, che certamente nessuno potrebbe accusare di incompetenza al riguardo: «Alcuni autori attribuiscono a Platone degli studi sugli irrazionali (BALTZER, *Elem. d. Mathem.*, a. 1885, p. 100; *Encyclop.*, p. 49). Invero nei dialoghi di questo filosofo trovansi qua e là dei termini matematici, ma riuniti in modo così incerto da farli ritenere come parole difficili con cui un interlocutore cerca confondere l'avversario; all'incirca come nei giornali politici del giorno d'oggi sta scritto incommensurabile invece di grandissimo. Il passo più volte citato, nella Πολιτεία VIII 546 è considerato dai commentatori Jowett and Campbell, Oxford a. 1894, come un riddle. Al più da un passo del Θεαίτητος 143 E, si può dedurre $\sqrt{8}<3$, e ciò parmi la cosa più importante contenuta in quelle opere su questo soggetto», G. PEANO, *Opere Scelte*, Roma, Ed. Cremonese, 1958, III, p. 249. «È noto che la *Logica scolastica* non è di sensibile utilità nelle dimostrazioni matematiche; poiché in queste mai si menzionano le classificazioni e le regole del sillogismo ...», *ibid.*, II, p. 80 e nel *Dizionario di matematica*: «*Logica Matematica* è la scienza che tratta delle forme di ragionamento che si incontrano nelle varie teorie matematiche riducendole a formule simili alle algebriche. Essa ha comune alla logica d'Aristotele il solo sillogismo. Le classificazioni dei vari modi di sillogismi, quando sono esatte, hanno in matematica poca importanza. Nelle scienze matematiche si incontrano numerose forme di ragionamento irreduttibili a sillogismi», *ibid.*, II, p. 379.

[2] Tale supposta evidenza, caratteristica del paradigma aristotelico, viene dai più attribuita a tutta la matematica greca; e vi viene compreso anche Archimede. Non so da quale opera

Tuttavia, quando si vogliano considerare proposizioni geometriche che facciano intervenire curve diverse dai segmenti di cerchio (si ricordi che il cerchio viene considerato da Aristotele come sinonimo della perfezione divina), gli assiomi della geometria non hanno alcun valore euristico. Questo costituisce una fortissima limitazione sulle possibilità della geometria stessa; venendo essa costretta alle costruzioni che possano effettuarsi solo con riga e compasso.

Una volta trovata, per altra via, la soluzione di un problema geometrico del tipo considerato, se ne poteva dare una dimostrazione a partire dagli assiomi geometrici assumendo il postulato che oggi vien detto di Eudosso-Archimede.

Tale postulato, perciò, permette di superare, in qualche modo, la proibizione epistemologica.

Archimede trasgredisce la proibizione, rifacendosi alla tradizione *italica*, che, appunto, da sempre aveva rifiutato la separazione tra aritmetica e geometria e tra matematica e fisica; che, anzi, venivano viste tutte come una sola e non divisibile scienza.

Gli assiomi degli Italici non dividono in branche la scienza; in quanto essa viene considerata un risultato esclusivo della deduzione logica. Logica che è, tuttavia, affatto diversa dalla logica grammaticale successivamente codificata da Aristotele.

Il metodo meccanico di Archimede quindi è assolutamente rigoroso come rigorose sono le sue dimostrazioni intorno alla meccanica e al movimento e come lo sono le sue considerazioni infinitesimali che sono basate su di un concetto di indivisibile che è ben diverso da quello autocontraddittorio di Aristotele di *unità indivisibili*, paradigma che per secoli ha proibito lo sviluppo della scienza della dinamica.

E quando Archimede dice che i teoremi ritrovati per mezzo del metodo meccanico non sono vere dimostrazioni, intende semplicemente dire che non lo sono solo secondo gli standard degli alessandrini, ai quali per altro indirizza il suo metodo, nella vana speranza che potessero, almeno, vederne la sua utilità pratica anche ai fini della loro stessa «ultrateorica» scienza.

---

di Archimede si possa dedurre tale fatto. Dalla mia lettura di esse emergerebbe tutto il contrario, e cioè che Archimede cercasse gli assiomi tra quelli dai quali, nel modo più semplice, ne potessero derivare tutte le altre proposizioni. Tale fatto emerge chiaramente quando si traducano i teoremi di Archimede nell'ideografia di Peano (vedi il numero 4-5 di «Mondotre» già citato), infatti molte delle proposizioni che dimostra sono certamente più evidenti degli assiomi, qualunque ragionevole cosa possa significare tale aggettivo.

Semplicemente: gli assiomi di Archimede valgono, non solo per la geometria, ma anche per la matematica tutta quanta, che secondo i Pitagorici, e successivamente anche secondo Galilei e Newton, altro non è che l'unico strumento per descrivere la realtà fisica.

Per Archimede non ci sono assiomi autoevidenti; ma solo assiomi più semplici da cui partire per dimostrare proposizioni più complesse; ed è irrilevante che essi si riferiscano all'aritmetica o alla geometria, alla statica o alla dinamica; come i postulati, premessi ad ogni sua opera, stanno a dimostrare.

Quindi, per lui, si trattava solo di integrare gli assiomi geometrici, come codificati da Euclide; i quali, essendosi affermati didatticamente, hanno condizionato tutta la matematica posteriore, come sempre succede per ragioni di paradigma; non a caso, ancora oggi, i libri di testo della scuola media non sono altro che cattive traduzioni dell'opera di Euclide. (Come già lamentava Peano, ai suoi tempi! ed io ho l'impressione che le cose siano piuttosto peggiorate da allora).

Ma quali sono i postulati di Euclide? e da dove provengono? Quali postulati ha aggiunto Archimede per ampliare il campo delle scienze deduttive in modo da potervi includere anche quella che oggi classifichiamo come meccanica razionale?

Prima di rispondere a tali domande è necessario richiamare, brevemente, i postulati fondamentali della tradizione *italica* in contrapposto a quelli della filosofia aristotelica.

Il supporto logico e documentale si può trovare nell'articolo già citato. Per cui mi limiterò ad asserzioni piuttosto categoriche.

* * *

Nella tradizione della *filosofia italica* la realtà coincide con la sua ricostruzione razionale che ne costituisce l'essenza. Il mondo dei sensi è mera opinione e apparenza.

Ma la razionalità non coincide con le categorie grammaticali, in seguito codificate da Aristotele. Essa è pura logica e non c'è differenza tra logica e matematica (infatti, quest'ultimo termine, nella lingua greca, era sinonimo di conoscenza).

Quindi, piuttosto che chiedersi come invece sistematicamente fa Aristotele, in quanti sensi si usi un determinato termine della lingua comune, cercando da questi sensi di ricostruire il mondo (che in tal caso dovrà necessariamente coincidere con una distorsione verbalistica del caos delle sensazioni), bisogna, al contrario, creare i termini adatti per la descrizione del cosmos, in quanto ordinato dalla necessità logica.

Qualunque nostra affermazione si può esprimere nella forma: soggetto, copula, predicato.

Nell'ideografia di Peano si può scrivere: «$x \in a$».

«x» è il soggetto che ha valore logico di individuo, cioè, secondo l'etimo, di indiviso, di *atomo*, di indivisibile (non nel senso che è fisicamente o mentalmente indivisibile; ma in quanto tale lo consideriamo concentrando in esso la nostra attenzione),

«a» è il predicato che ha valore logico di proprietà *astratta* dalle nostre esperienze e che costituisce il *principio* di ogni nostra ricostruzione razionale dell'universo.

La scienza non parte dagli individui che sono enti ideali, ma che tuttavia essa assume ipostaticamente come realmente esistenti, non in qualche mondo iperuraneo ma in quanto, come i sei personaggi in cerca di autore di Pirandello, sono costruiti come eterni ed immutabili a partire dalle loro proprietà che ne sono il *principio* e la *causa*.

Per cui diventano più reali e più *concreti* del mondo sensoriale!

Il miracolo della creazione viene compiuto dalla copula «$\in$» che asserisce, ora e per sempre, che «x» è un «a», e da questo momento, non sarà più possibile che «x» sia un non «a». Cioè la necessità logica impedisce che si possa avere «$x \notin a$».

Dal momento che la realtà è costituita dagli individui e dalle proprietà che ne sono principio e causa è necessario introdurre un nome diverso per poter parlare dell'*idea* che noi abbiamo dell'individuo «x» e del *concetto* che noi abbiamo della proprietà «a».

Chiameremo «ιx» l'*idea di* «x» e «ιa» il *concetto di* «a». E converremo che «$x \in \iota \chi$» significhi la stessa cosa di «$x = x$» e così, anche «$a \in \iota a$», sarà lo stesso che dire «$a = a$».

Noi non conosciamo l'individuo Archimede, ma noi crediamo di avere un'idea dell'individuo Archimede, cioè di possedere «ι *Archimede*»; ma qui noi vogliamo parlare non dell'idea ma dell'individuo, cioè di quell'«x» di cui affermiamo «$x \in \iota$ *Archimede*»; Archimede *è* uno scienziato (non *era*! perché, ora che ne abbiamo creato l'idea mediante la proprietà – tra le altre – di essere uno scienziato, egli sempre fu, è e sarà!).

Ma se volessimo parlare non della proprietà *scienziato* ma del *concetto di scienziato* dovremmo scrivere: «ι *scienziato*».

A questo livello, tali distinzioni sembrano inutili e risibili pignolerie. Ma si dà il caso che la secolare polemica sugli indivisibili e sulla non applicabilità della matematica alla fisica riposavano sull'aver trascurato tali sottili distinzioni (come Peano ha dimostrato).

Se gli individui della realtà scientificamente ricostruita sono definiti solamente dalle loro proprietà, mediante la «$x \in a$» – dove «a» può rappresentare l'intersezione di diverse proprietà – e se vogliamo comprendere scientificamente una proprietà la dobbiamo considerare, essa stessa, come un individuo di cui, a sua volta, possiamo affermare altre proprietà.

La *comprensione* di «a» la indicheremo con «$\langle a$» e scriveremo «$a \in \langle a$». Dove «$\langle a$» è la proprietà che hanno tutte quelle proprietà (considerate come individui), diciamo «b», delle quali si possa asserire che se «$x \in b$» allora, necessariamente, «$x \in a$».

Abbrevieremo la formula «$b \in \langle a$» con la più semplice «$b \supset a$».

Facciamo un esempio tratto dalla geometria.

Sia «R» il termine «*retta*» e «P» il termine «*punto*».

Poiché la retta è un insieme di punti, potremmo pensare di scrivere «$R \supset P$».

In base agli assiomi di Peano ciò comporterebbe «$x \in R \supset x \in P$», cioè se «x» è una retta allora «x» è un punto; ma questa sarebbe un'affermazione errata.

Quindi bisognerà scrivere «$R \supset \langle P$», da cui «$x \in R \supset x \in \langle P$». Cioè se «$x$» è una retta allora «$x$» è un insieme di punti (più propriamente: ha la proprietà di essere un insieme di punti).

Supponiamo, come i Pitagorici, di chiamare *monade*, l'*idea di uno*. Cioè: «*monade* $= \iota$ *uno*».

Avremo: «($x \in$ *monade*)» = «($x \in \iota$ *uno*)» = «($x =$ *uno*)». Cioè se «x» è una monade allora «x» esprime la stessa idea di «*uno*», ovvero è identico a «*uno*».

Notiamo che «ι *uno*» è uno, come qualsiasi altra idea o concetto «ιx», ma «*uno*» è, invece, molteplice in quanto ci sono diversi (anzi innumerevoli) individui che hanno la proprietà di essere «*uno*», anche se vi è, invece, un solo individuo che ha la proprietà di essere «ι *uno*» e cioè la proprietà «*uno*» considerata come individuo.

Nel linguaggio ordinario i due concetti vengono confusi; e i pitagorici Parmenide e Zenone hanno faticato parecchio nel cercar di far comprendere la distinzione; ma non ci sono riusciti!

Il pitagorico Archita porta un esempio che, dopo l'assiomatizzazione dei numeri interi da parte di Peano, sembra ovvio, ma non lo era affatto per molti dei suoi contemporanei.

Si chiede Archita:

> S'io mi trovassi all'estremità dello spazio, ad esempio nel cielo delle stelle fisse, potrei tendere la mano o un bastoncino fuori di quella? o non potrei?

e ripetendo ad ogni successivo passo la stessa domanda, generava tutti i numeri interi per induzione e, nello stesso tempo, mostrava che i numeri interi sono infiniti in numero, che lo spazio è infinito in estensione, che il bastoncino, nonostante fosse un'unità nella serie dei numeri, nello stesso tempo era un'unità di misura dello spazio e quindi una grandezza divisibile all'infinito.

Ma per Aristotele se qualcosa era un'unità essa doveva essere indivisibile. E, poiché, anche i punti sono indivisibili ne faceva conseguire che dovevano essere unità e poiché le unità, secondo lui, non sono grandezze, in quanto queste ultime sono sempre divisibili all'infinito, ne faceva ancora conseguire che una lunghezza, essendo una grandezza, non può essere fatta di punti che sono indivisibili; né il tempo di istanti.

Con una logica oggi difficilissima ad intendersi concludeva che due punti o due istanti o coincidono o tra loro deve esserci una distanza finita. E per spiegare il movimento aveva bisogno di affermare che un punto, prima di un certo istante considerato, era identico e non identico al punto immediatamente dopo tale istante; e così per i due istanti, prima e dopo il movimento del punto che si è mosso.

Ma trovandosi, con ciò, a negare di fatto il suo postulato che di un soggetto non si può affermare che è una qualche cosa e, nello stesso tempo, affermare che non lo è, ricorre ad una artificiosa distinzione tra potenza e atto; che essendo, a sua volta, insufficiente deve essere supplementata da un'ancor più misteriosa *entelechia* che porta il movimento al suo compimento, perché tutto tende a raggiungere la perfezione; chissà poi perché?

Certamente oggi possiamo ridere della fisica, della matematica e della logica di Aristotele, ma dovremmo piangere se la volessimo confrontare con quella dei Pitagorici da lui criticati e se ne volessimo misurare le conseguenze storiche.

* * *

Ad Archimede, quindi, è bastato solo tornare alla logica matematica degli Italici, cancellando la logica grammaticale di Aristotele legata al senso comune.

Per Archimede non ha senso il postulato aristotelico che la matematica si debba occupare di cose astratte senza movimento (stranamente Aristotele faceva eccezione per l'astronomia, solo in quanto i corpi celesti, anche se dotati di movimento – che ovviamente doveva essere circolare – erano, a suo giudizio *perfetti*) e perciò il grande Siracusano, si permette di dare assiomi e di dimostrare teoremi su punti che si muovono descrivendo delle spirali.

Per Archimede non ha senso la proibizione che impedisce alla matematica di occuparsi di cose concrete e perciò fornisce assiomi e teoremi sulle leve e sui galleggianti.

Ma le leve e i galleggianti di Archimede non sono gli oggetti del mondo sensibile di Aristotele, né sono gli oggetti del mondo iperuraneo di Platone; sono semplicemente il risultato dell'idealizzazione che noi compiamo, a partire dal caos delle sensazioni, per creare gli oggetti *realmente* esistenti; i quali esistono solo per il fatto che noi possiamo ragionare su di essi. Noi non possiamo ragionare sugli oggetti del mondo iperuraneo che non conosciamo, né sulle nostre sensazioni che non capiamo.

Quindi, per Archimede, non ha senso la proibizione che in geometria non bisogna considerare gli indivisibili e si affretta a proporre il suo metodo meccanico che mette assieme tutte le cose proibite.

Qui, ad un empirista, potrebbe sembrare che Archimede abbia voluto giustificare l'uso degli indivisibili ricorrendo ai teoremi sui baricentri che si possono verificare empiricamente. Allo stesso tempo, ad un razionalista, potrebbe viceversa sembrare che abbia voluto, al contrario, giustificare il fatto che la matematica si possa occupare di cose meccaniche perché deducibili a partire dagli indivisibili della sua geometria.

I due punti di vista sono stati infatti ripetutamente sostenuti.

Ma io credo che per Archimede entrambi i punti di vista sarebbero risultati semplicemente incomprensibili, in quanto aveva nella sua mente ricostruito i passi logici dei Pitagorici; da Pitagora a Parmenide, da Zenone ad Empedocle e a Democrito.

Vediamo quali potevano essere tali passi.

* * *

Se uno pensasse di poter individuare l'*essenza* o *sostanza* delle cose astraendo da qualsiasi altra proprietà (come ha pensato di poter fare Aristotele), ci si ridurrebbe alla «*proprietà banale*» posseduta da tutte le cose che noi diciamo che esistono. E la sua proprietà complementare sarebbe nient'altro che la «*proprietà assurda*» che nessuna cosa può possedere.

La *proprietà banale*, cioè l'*essere* (sic et simpliciter), avrebbe necessariamente tutte le proprietà che Parmenide, nei suoi magnifici versi, gli aveva attribuito: uno, immobile, increato e imperituro, omogeneo, isotropo e limitato.

Per diversificarlo dovremmo introdurre, almeno, la proprietà dell'estensione; ma, dalla necessità logica posta in evidenza dalla domanda di Archita, potremmo solo concludere che l'*essere*, limitato in quanto perfetto, ha un'estensione illimitata (cioè, l'*essere* è limitato ma l'*estensione dell'essere* è illimitata).

Con ciò, esso diventerebbe, né più né meno, lo spazio assoluto di Newton, dove i suoi punti sarebbero ancora indistinti perché tutti uguali, se si fa astrazione dalla loro posizione.

Per distinguerli dobbiamo introdurre un'altra proprietà. Per esempio, quella di essere *punti materiali* o *non-materiali* (cioè il *vuoto*) i quali ultimi esistono allo stesso modo di quelli materiali.

Solo così può nascere la geometria; ché non avremmo altro modo di distinguere le figure geometriche in uno spazio in cui tutti i suoi punti fossero indistinguibili. Ma nello stesso momento in cui nasce la geometria nasce pure la meccanica, perché le figure materiali hanno proprietà meccaniche come i baricentri e le condizioni di equilibrio che, per contrapposizione logica, fanno nascere il non-equilibrio e quindi il movimento, il quale, d'altra parte, non può esistere senza atomi e vuoto.

Gli atomi non sono altro che limitate estensioni di punti materiali contigui, senza vuoti frapposti all'interno e possono essere, per necessità logica, piccoli quanto si vuole, ma non puntiformi, e grandi quanto si vuole, anche grandi quanto tutto l'*essere*; e possono differire solo per estensione, forma e posizione (orientamento compreso).

Essi sono indivisibili in quanto li pensiamo come atomi, ma divisibili all'infinito in quanto li pensiamo come materia che occupa lo spazio fisico.

Questo logicamente deduceva Democrito all'interno del paradigma dei Pitagorici.

In altre parole, gli atomi sono sinonimo dei nostri corpi rigidi, che Archimede studia come soggetti alla gravità, sia supposti immersi nel vuoto, sia immersi in un liquido comprimibile.

Se ne può concludere che i veri coraggiosi erano gli alessandrini a negare la logica sulla sola base dell'autorità di Aristotele.

Ma Archimede, come qualunque altro vero scienziato, riconosceva solo l'autorità della necessità logica e, solo, ma in subordine, quella dei sensi necessari per verificare se i fenomeni potessero essere razionalmente spiegati sulla base di postulati minimi che avessero già dato prova di buon funzionamento.

Per tale ragione, ai postulati di Euclide, si limita ad aggiungere la semplice distinzione democritea che i punti dello spazio possono essere anche materiali e, praticamente, non ha bisogno d'altro.

E così può continuare, e per lunghissimo e fruttuosissimo tratto, finché non avrà bisogno di altri assiomi.

Ma quando ne ha bisogno, non li ipotizza solo lasciandosi guidare dalla fantasia, o da altri consimili fantasmi, ma ne va a cercare la verifica sperimentale come quando (come dice nell'Arenario), per stimare le grandezze necessarie al suo calcolo, si va a misurare, con tutta l'inventiva, l'attenzione e il metodo del perfetto fisico sperimentale, i parametri che gli servivano.

Spesso gli elogiatori di Archimede gli rendono un ben misero servizio riducendolo chi a «sommo matematico», chi a «grande ingegnere», chi a «padre della fisica matematica».

Credo che Archimede avrebbe rifiutato cotali appellativi che non avrebbe nemmeno compreso, perché per lui «filosofia», «matematica», «fisica», «ingegneria» erano tutti sinonimi, come nella tradizione di tutti i cosiddetti presocratici e sarebbe sicuramente andato fuori dai gangheri nel sentirsi assimilare, per qualche verso, a Platone o ad Aristotele, le cui dottrine erano la negazione stessa della sua filosofia.

E non per niente tutti, a parte le ragioni che ne adducono, sono d'accordo nell'asserire che dopo Platone e Aristotele non c'è più vera scienza.

Ci sarebbe solo da stabilire, però, se essi furono gli ultimi scienziati o i primi antiscienziati.

Per cui Archimede appare come una semplice fluttuazione, e bisognerà aspettare Galilei e Newton perché se ne possa riprendere il discorso interrotto.

Certo, per spiegare il perché la filosofia antiscientifica di Platone e di Aristotele si sia potuta affermare non basta il semplice dato di fatto e bisognerà andare a cercarne le cause, al di fuori della scienza e della filosofia, dentro la società e dentro le sue strutture economiche, sociali e politiche. Ma questo ci porterebbe troppo lontano e condurrebbe a porci delle domande sulla scienza e sulla filosofia odierne.

Ma, nonostante l'estremo interesse che tali questioni rivestono, specialmente in un momento in cui la scienza «*appare*» impotente a risolvere i problemi dell'industrialismo e della conseguente crisi ecologica, sicuramente mi sentirei fuori tema.

Per cui finisco con una domanda senza alcuna facile risposta: cosa ci consiglierebbe Archimede di fare per l'oggi?

Ma, purtroppo, le soluzioni scientifiche e tecniche, sicuramente le migliori che egli potrebbe darci, potrebbero non risultare sufficienti, come non lo poterono per fermare le armate del console Marcello la cui logica non era, certamente, quella della scienza disinteressata di Archimede!

RONALD S. RIVLIN

ARCHIMEDES: FATHER OF STATICS

STATICS BEFORE ARCHIMEDES

Although I have called my talk "Archimedes: Father of Statics", it must, of course, be recognized that fatherhood is sometimes difficult to establish. Prior to Archimedes (287-212 B.C.) there were undoubtedly works in which some of the concepts employed by Archimedes appear. The earliest treatise on mechanics which has come down to us is called *Mechanica* and is usually attributed to Aristotle (384-322 B.C.), although some scholars question this attribution. However, there is some evidence from remarks in later writings that contributions to the subject may have been made even earlier, e.g. by Archytas of Taras (400-365 B.C.), in works now lost.

The approach to statics in Mechanica is very different from that adopted by Archimedes. Aristotle, if he was indeed the author, attributes the action of a lever to the fact that when a rigid rod, idealized as a straight line AB, with fulcrum at some fixed point C, as shown in Fig. 1a, is rotated, the two ends A and B execute arcs of circles of different radii. The end A moves on a circle with radius

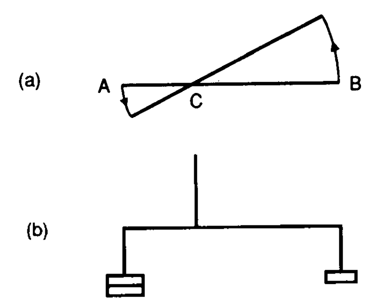


Fig. 1 - Explanation of the Law of the Lever in Mechanica.

AC, centered at C, and the end B moves on a circle with greater radius BC centered at C. The length of the arc executed by B is greater than that executed by A. He attributes to this the fact that in a balance with unequal arms (Fig. 1b) the weight at the end of the shorter arm can be raised by a lesser weight attached to the longer arm. However, this concept is not translated into a theorem in mathematical terms. It is interesting to note that the concept anticipates, albeit vaguely, the modern principle of virtual work.

Closer to the approach of Archimedes is that adopted in the "Book of the Balance", usually attributed to Euclid (c. 300 B.C.), or pseudo-Euclid to emphasize the uncertainty of the attribution. In it, weight is defined as "the heaviness or lightness of one thing compared to another by means of a balance". Two axioms are then proposed and from them four theorems are derived, the style of the derivations being very much like that employed by Euclid in his better known works on geometry. Axiom I states (see Fig. 2a) "When there is a straight beam of uniform thickness, and there are suspended at its extremities two equal weights, and the beam is suspended on an axis at the middle point between the two weights, then the beam will be parallel to the plane of the horizon". Axiom II states that [1]

> When two weights – either equal or unequal – are placed on the extremities of a beam, and the beam is suspended by an axis on some position of it such that the two weights keep the beam on the plane of the horizon, then if one of the two weights is left in its position on the extremity of the beam and from the other extremity of the beam a straight line is drawn at a right angle to the beam in any direction at all and the other weight is suspended at any point at all on this line, then the beam will be parallel to the plane of the horizon as before.

In order for Axiom I to be physically acceptable, the point C on the beam to which the suspension is attached must lie *above* the line AB joining the points A and B at which the weights are attached, as shown in Fig. 2a. To see this we consider three cases – C above AB, C below AB, and A, B, C collinear – and consider the beam to be tilted from the horizontal (see Fig. 2b). In each case the resul-

[1] Axioms I and II are quoted from *The Science of Mechanics in the Middle Ages* by M. CLAGETT, published by University of Wisconsin Press, Madison, 1959.

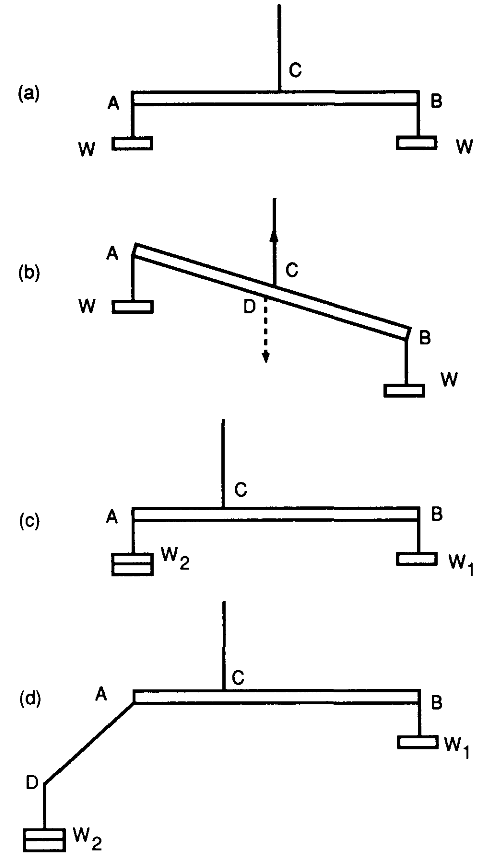


Fig. 2 - The axioms in the Book of the Balance.

tans of the force due to the two weights acts vertically downwards at D, the mid-point of AB, while an equal force acts vertically upwards at C. In the case when C is above AB, as shown in Fig. 2b, the point D lies to the left of C and hence the forces acting on the beam will rotate it in a counter-clockwise direction, i.e. towards the horizontal. In the case when C is below AB, the pont D lies to the right of C and the beam will rotate in a clockwise direction, i.e. away from the horizontal, so that the horizontal configuration will be unstable. If the points A, B and C are collinear, then for any orientation of the beam we have a situation in which there is no tendency for the beam to rotate and accordingly we have a condition of neutral equilibrium.

A more serious problem arises in connection with Axiom II. In effect the axiom says that if the beam AB is suspended at the point C, as shown in Fig. 2c, and the weights w_1 and w_2 suspended from its ends are proportioned so that the rod remains horizontal, then by attaching rigidly at A a weightless rod AD at right angles to AB (lying in any direction from the horizontal to the vertical) and moving the weight w_1 to D, as shown in Fig. 2d, the beam AB will remain horizontal. The difficulty with this axiom is, of course, that when the weight w_1 is shifted from A to D the system will not remain in equilibrium. The beam AB will rotate until D lies vertically below A.

From his two axioms, Euclid derives four theorems culminating in his theorem 4 which is, in effect, a statement of the *law of the lever*: if a straight weightless beam AB is suspended at a point C and weights w_1 and w_2 are attached to its ends [Fig. 2c], then the beam will remain horizontal provided that

$$w_1/w_2 = BC/AC \ .$$

While each of Euclid's theorems is correct, the proofs appear to me to be logically flawed, quite apart from the unsatisfactory nature of the axioms.

In a modern axiomatic formulation we would replace Euclid's axioms I and II by the statement that in equilibrium the resultant of the forces acting on a body is zero and the resultant of the moments about a point of the forces acting on the body is zero. Euclid's theorems would then follow trivially.

It is against this background that we may discuss the contribution of Archimedes to statics.

The Law of the Lever

Of the thirteen books of Archimedes which have come down to us, four are concerned with statics, i.e. with the mechanics of bodies in equilibrium. Two of these deal with the mechanics of planar bodies and two with the mechanics of floating bodies. Although these are referred to as books, the term scientific papers would more aptly describe them in modern language. The definitive 1897 translation

into English of Archimedes' works by Sir Thomas Heath has been republished by Dover Publications.[2] In it the two papers on the equilibrium of planes occupy together 32 pages and the two papers on floating bodies occupy together 48 pages.

In these papers the presentation is in the style in which Euclidean geometry was formulated and is still taught and in which The Book of the Balance was written. In the first paper, which is titled *On the Equilibrium of Planes or the Center of Gravity of Planes*, seven axioms are stated and from these fifteen theorems are derived by deductive reasoning of a type familiar in Euclidean geometry. Ten further theorems are similarly derived in the second paper.

Four of the axioms (1, 2, 5 and 6) on which the developments in these two papers are based are clearly a distillation of the behavior of a beam balance, of the type considered by Euclid, although Archimedes does not say so explicitly. For example, his axiom 1 merely states that "Equal weights at equal distances are in equilibrium and equal weights at unequal distances are not in equilibrium but incline towards the weight which is at a greater distance". Although the motivation for the axiom clearly stems from a consideration of a beam balance, there is a level of generalization from this. Similar remarks could be made regarding axioms 2, 3 and 6.

The remaining three axioms of Archimedes (4, 5 and 7) are concerned with centers of gravity of planar figures. In his papers Archimedes employs the term center of gravity at times in its usual modern meaning and at times where we would nowadays use the term *centroid*. However, this causes neither confusion nor error in the proofs of his theorems.

In addition to the works of Archimedes which have come down to us, there is evidence, both from remarks in his own writings and from the writings of later authors, that he must have written a number of other papers which have been lost. Of these it appears that at least two must have been concerned with mechanics. Since in his two known papers on centers of gravity, he uncharacteristically introduces the term without definition, it seems highly likely that the concept is discussed in one of the lost papers.

---

[2] The quotations in the present discussion of Archimedes' work are taken from *The Works of Archimedes* by T. L. Heath, Dover Publications, New York.

The first three axioms of Archimedes are concerned with the balancing of weights. AB is the (weightless) beam of a balance suspended at some point C, and idealized as a line. Weights w_1 and w_2 are attached to the beam at A and B (see Fig. 3a). If $w_1 = w_2$ and $AC = BC$ the beam is in equilibrium. If $w_1 = w_2$ and $AC > BC$ the beam will tilt in a counterclockwise direction and if $AC < BC$ in a clockwise direction. If AC and BC and w_1 and w_2 are proportioned so that the beam is in equilibrium, then a weight added at A will tilt the beam in a counterclockwise direction and a weight removed from A will tilt in a clockwise direction.

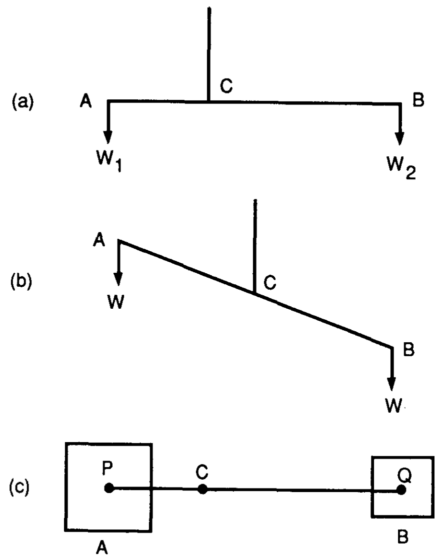


Fig. 3 - The equilibrium of a beam according to Archimedes.

Although Archimedes does not say so explicitly, when he states that the beam is in equilibrium, this does not mean that it is necessarily horizontal, as in Euclid's first axiom. It may be tilted, as shown for example in Fig. 3b. Moreover, the points A, B at which the weights act and the point C at which it is suspended are collinear. The equilibrium is, in modern terminology, one of *neutral* equilibrium. His later papers lead to the conclusion that he must have been aware of these points, if not when he wrote the paper under discussion then later.

From his axioms 4, 5, 7 concerning centers of gravity, Archimedes

derived five theorems. The culminating theorem states that "If three equal magnitudes have their centers of gravity on a straight line at equal distances, the center of gravity of the system will coincide with that of the middle magnitude". The term 'magnitude' evidently means a distributed weight, or, as we would prefer to say, mass. Archimedes gives two corollaries to this theorem.

He considers a number, N say, of 'magnitudes' with their centers of gravity on a straight line AB with center C. Corresponding to each magnitude whose center of gravity lies on AC, there is an equal magnitude whose center of gravity lies on BC equidistant from C. If N is odd then one of the magnitudes has its center of gravity at C. The corollaries maintain that the center of gravity of the system lies at C. This conclusion is crucial to Archimedes' proofs of Theorems 6-15.

Theorems 6 and 7 establish the law of the lever. Archimedes considers two magnitudes A and B with their centers of gravity at P and Q (see Fig. 3c). He shows that these will balance about a point C such that

$$A/B = CQ/PC\ .$$

In Theorem 6 this result is obtained in the case when A and B are commensurable and in Theorem 7 in that when they are incommensurable. This distinction provides an example of the sophistication, for the time, of Archimedes thinking. It involves an understanding of the fact that for any irrational number, there exist arbitrarily close rational numbers.

Theorems 9 to 15 are concerned with the location of the centers of gravity of a parallelogram, triangle, and trapezium. For a parallelogram the center of gravity is at the intersection of the lines joining the mid-points of opposite sides, or alternatively the intersection of the lines joining opposite corners. For a triangle the center of gravity lies at the intersection of the lines joining the vertices to the mid-points of the opposite sides.

The Center of Gravity of a Segment of a Parabola

Book II, in which ten theorems are proven, is concerned with the center of gravity of a segment of a parabola. From the point of view of mechanics it is only Theorems 8 and 10 which are significant, the remaining theorems providing results which are needed in their proofs. In Theorem 8 it is proven that the center of gravity of a segment of a parabola is located on its diameter at a distance from its apex two-thirds of the length of the diameter (see Fig. 4a).

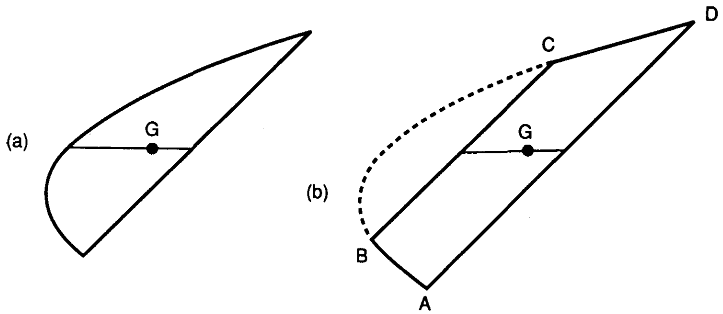


Fig. 4 - Center of gravity G of (a) a segment of a parabola, (b) portion of a parabola lying between two parallel cords.

Theorem 10 is concerned with the center of gravity of the portion of a parabola lying between two parallel cords (the region ABCD in Fig. 4b). This result could be obtained much more simply by using theorems already proven by Archimedes and mathematical procedures available to him. It is odd that Archimedes should not have noticed this fact.

'The Method' of Archimedes

As recently as 1906, a previously lost work of Archimedes was discovered by Heiberg. This is a communication to Eratosthenes with the title *The Method of Archimedes Treating of Mechanical Problems – To Eratosthenes*. The title of this work is somewhat misleading, since in it Archimedes is mainly concerned with showing how the mechanical concept of the law of the lever can be used to derive results of a purely geometrical nature. For example, he shows that the volume of a sphere of radius R is four times the volume of a cone of height R with base of radius R. Apart from a number of further results of a similar character in which the volume of two bodies are compared, he also uses the method to show that the center of gravity of a right segment of a paraboloid of revolution is a third of the length of its

axis from its base and that of a hemisphere is three-eighths of the radius from its base.

As an example of the application of this method we may consider Theorem 1: A triangle ABC is inscribed in a segment of a parabola as shown in Fig. 5a. The point B is chosen so that the tangent at B is parallel to AC. Then the area of the segment is 4/3 times the area of the triangle ABC.

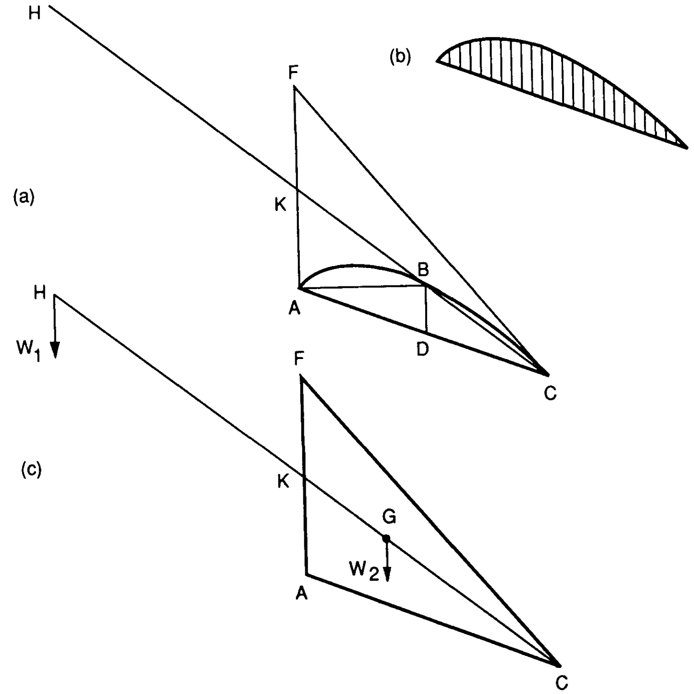


Fig. 5 - The determination of the area of a segment of a parabola.

To prove this assertion, the triangle AFC is constructed in the following way. B is joined to the mid-point D of the base AC of the segment. AF is parallel to BD and CF is tangential to the parabola at C. K is the mid-point of AF and CK = KH. Archimedes then translates the purely geometrical problem into a problem in mechanics by considering a material triangle and a material parabolic segment with the same weight per unit area.

Then,

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\text{area of segment}}{\text{area of triangle AFC}}$$

where w_1 and w_2 are the weights of the segment and the triangle respectively. He then considers a balance whose beam has length HC and is supported at its mid-point K. The material triangle AFC is then attached to one arm of the balance at its center of gravity G as shown in Fig. 5c. At H he attaches a weight w_1 formed by cutting the material segment into (infinitely) thin strips, as shown in Fig. 5b, and attaching the mid-point (i.e. the center of gravity) of each of these strips at H. He then shows that the beam of the balance will be in equilibrium. This is done by proving that each strip of the parabolic segment when situated at H balances the corresponding strip of the triangle AFC. Since the weight w_2 of the material triangle AFC acts at its center of gravity G, it follows from the law of the lever that

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{KG}{HK} .$$

Now, it is known from a theorem proven in the first of the papers on centers of gravity that G must lie on KC and $KG = \frac{1}{3} HK$. Thus,

$$\frac{\text{area of segment}}{\text{area of triangle AFC}} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{3} .$$

Now, it is easy to see that

$$\frac{\text{area of triangle AFC}}{\text{area of triangle ABC}} = 4 .$$

Hence

$$\frac{\text{area of segment}}{\text{area of triangle ABC}} = \frac{4}{3} .$$

The Hydrostatics of Archimedes: Introductory Remarks

Perhaps the most original of the known papers of Archimedes are his two papers entitled *On Floating Bodies*, in which he lays down the principles of hydrostatics as we now know them. In these papers, it is supposed that a solid body is introduced into a fluid and the conditions under which it will float or sink are determined.

It emerges that a solid body will float if its material density is less than of the fluid (i.e. if its weight is less than that of an equal volume of the fluid). If this condition is satisfied the body will sink into the fluid until the weight of a volume of the fluid equal to that of the immersed part of the solid is equal to that of the whole solid. It is then recognized that for a given solid body and fluid this may be achieved for many different orientations of the solid body. The last two theorems of Book I and Book II are concerned with the determination of the orientations which will actually be adopted by the floating body.

On Floating Bodies, Book I: Archimedes' Principle.

The first of Archimedes' papers on hydrostatics starts with a single axiom: "Let it be supposed that a fluid is of such character that, its parts lying evenly and being continuous, that part which is thrust the less is driven by that part which is thrust the more; and that each of its parts is thrust by the fluid which is above it in a perpendicular direction if the fluid be sunk in anything and compressed by anything else".

We note that the axiom consists of two parts. The intent of the first seems clear. Consider, for example, a vessel containing a fluid. A thrust is applied to a portion of the fluid. It causes motion in the various parts of the fluid including those to which no external forces are applied.

The second part of the axiom clearly contains the notion of hydrostatic pressure in some sense. It is clear from Archimedes' use of the axiom that he considers that a thrust in the vertical direction is exerted on a horizontal element of area in the fluid by the column of fluid above it. It appears reasonable to read Archimedes' statement as implying the more sophisticated notion that, whatever the orientation of the element of area, it is subject to a thrust in a direction perpendicular to it due to the overlying liquid.

From this axiom Archimedes derives seven theorems. The first of these is a rather obvious geometrical result which he requires for the proof of Theorem 2: "The surface of any fluid at rest is the surface of a sphere whose center is the same as that of the earth". One is immediately impressed by the clear recognition that the force due to gravity is directed towards the center of the spherical earth.

Since the argument leading to Theorem 2 is similar to that used in arriving at later theorems, I shall outline it. In Fig. 6, O is the center of the Earth. If the surface of the fluid is not a sphere, let S be the surface of the fluid. Let L be a point on this surface. We draw a spherical surface with center O and radius OL. Then part of S will lie inside this sphere and part will lie outside, as shown schematically in Fig. 6. Let PR be a part of a spherical surface with center at O, such that the frustum of the cone OKM bounded by KM and PR is entirely filled with the fluid. The thrust exerted on PQ by the fluid above PQ will be greater than that exerted on QR by the fluid above QR. Hence by the axiom the fluid will not be in equilibrium. Of course, in the particular case when the surface of the fluid is spherical, the thrusts on PQ and QR are equal, and the fluid will be in equilibrium.

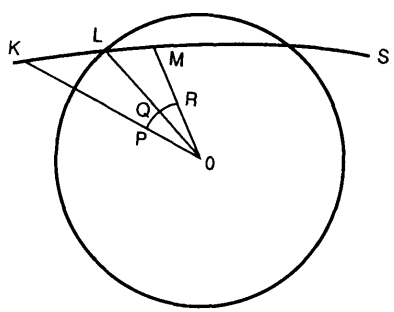


Fig. 6 - Archimedes proof that the surface of a fluid in equilibrium is a sphere centered at the center of the Earth.

This theorem is followed by five theorems which are concerned with the immersion of solid bodies in a fluid. In modern terminology these give the following results:

Theorem 3. A solid of equal density with the fluid will, if let down into the fluid, adopt a position in which it is fully submerged, with no tendency to sink further.

Theorem 4. If the solid has lower density than the fluid, it will not be fully submerged but will project above the fluid and

Theorem 5. The weight of the displaced fluid will be equal to the weight of the solid.

Theorem 6. If the solid body is forced into the fluid so that it is fully immersed, it will be driven upwards by a force equal to the difference between its weight and the weight of the fluid displaced.

Theorem 7. If a solid body with density greater than that of the fluid is placed in the fluid it will descend to the bottom of the fluid and when weighed in the fluid, it will appear to be lighter than its true weight by an amount which will be equal to the weight of the displaced fluid.

These results, which provide to this day much of the fundamental basis of hydrostatics, are usually presented in texts on the subject as Archimedes' Principle: "The resultant upward force due to fluid pressure, on a body wholly or partially immersed in a stationary fluid, is equal to the weight of the fluid displaced by the body".

It is interesting to note that while Archimedes *proved* his results from a physically compelling *qualitative* axiom, they are nowadays presented as a far from obvious principle – a retrograde step.

As an example of the manner in which Archimedes arrived at these results, we may consider Theorem 5. In Fig. 7 we show schematically

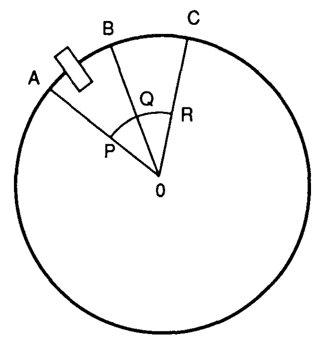


Fig. 7 - Archimedes proof that a solid body floating in a fluid displaces a weight of fluid equal to its own weight.

a solid body floating in a fluid sphere with center at O. PQR is part of a concentric sphere. According to Archimedes' axiom, if the system is in equilibrium the force exerted on PQ must be equal to that exerted on QR. Thus the weight of the fluid in ABQP plus the weight of the solid must be equal to the weight of the fluid in BCRQ. It follows immediately that the weight of the solid is equal to the weight of the displaced fluid. It is evident that for this argument to go through it is only necessary that the region between ABC and PQR be fluid, the remainder of the material in the sphere being either solid or fluid.

On Floating Bodies, Book II

Theorem 5 in Book I, which is now known as Archimedes' Principle, tells us that if a solid body floats in equilibrium in a fluid, the weight of the displaced fluid is equal to the weight of the solid. Theorem 1 of Book II follows trivially from this theorem. It establishes that

$$\frac{\rho_s}{\rho_f} = \frac{\text{volume of submerged portion of solid}}{\text{total volume of solid}}$$

where ρ_s and ρ_f are the densitiies of the solid and fluid respectively.

For a given solid body and a given fluid, this condition can evidently be statisfied for a wide range of orientations of the body. However, this does not mean that the solid can float in equilibrium in every orientation which satisfies this condition.

The last two theorems of Book I and all of the theorems of Book II, except the first, are concerned with the determination of which of these orientations are ones in which the solid can float in equilibrium. These theorems are based on a second axiom which, as translated by Heath, states that "bodies which are forced upwards in a fluid are forced upwards along the perpendicular to the surface which passes through the center of gravity". Although the axiom, as quoted here, is misleading, and indeed incorrect if taken literally, it is evident, from the manner in which Archimedes uses it, that the center of gravity to which he refers is that of the immersed portion of the solid. We note that here, as throughout his work on floating bodies, Archimedes considers only bodies of uniform density. For non-uniform bodies the center of gravity referred to would be that of the displaced fluid, which is now called the *center of buoyancy*.

The essence of the argument underlying Archimedes' use of the axiom is the following. We suppose a solid body to float in the fluid, as shown in Fig. 8a. Let G_f be the center of gravity of the immersed portion of the body and let G_s be the center of gravity of the remaining portion. Then, according to the axiom, the force on the immersed portion of the body will be directed upwards along a vertical straight line passing through G_f. That acting on the unimmersed portion of the solid is, of course, equal to its weight and is directed downwards along a straight line passing through G_s. Unless G_f and G_s lie in the same vertical line, as shown in Fig. 8b, the body will rotate until they do. This rotation will be clockwise if G_s lies to the right of G_f (as in Fig. 8a) and counter-clockwise if G_s lies to the left of G_f.

Theorems 8 and 9 in Book I are concerned with the case when the solid body is the segment of a sphere. The theorems are restricted to the cases when the base of the segment is either totally immersed in the fluid as shown in Fig. 8c (Theorem 9), or totally unimmersed as shown in Fig. 8d (Theorem 8). It is asserted that in both cases

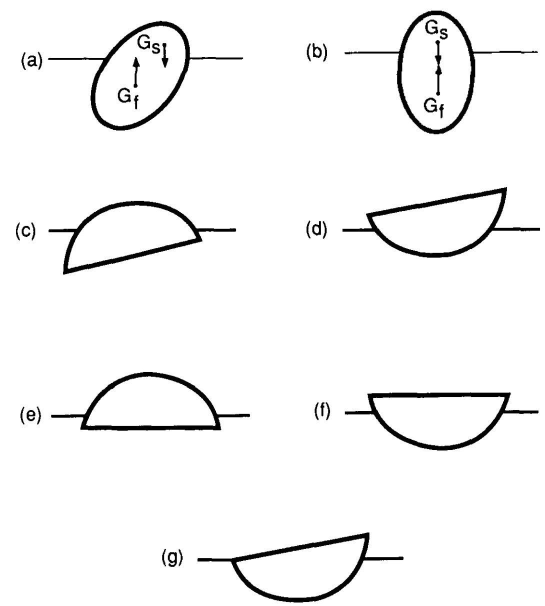


Fig. 8 - (a), (b): Forces acting of floating body. (c)-(g): Orientations adopted by floating segment of sphere.

the body will rest with its axis vertical, as shown in Figs. 8e and 8f. In Theorem 8 it is further asserted that if the segment is tilted so that its base is touching the surface of the fluid at one point, as shown in Fig. 8g, and is then released, it will return to the position in which its axis is vertical. Unfortunately the proof of Theorem 8 has not survived and that of Theorem 9 only in fragmentary form. However, the loss is made less serious by the fact that in Theorems 2-10 of Book II, Archimedes proves analogous theorems for a right segment of a paraboloid of revolution. The methods he used in the case when the solid is a segment of a sphere are undoubtedly similar to those used in the latter case. The results obtained by Archimedes have been derived by Heath in a more modern fashion. These are presented here with slight changes from Heath's notation.

Let p be the parameter of the paraboloid and h the length of the axis of the right segment. Let ρ_s and ρ_f be the densities of the solid and fluid respectively. We define two dimensionless numbers r and σ by

$$r = \frac{h}{p}, \qquad \sigma = \frac{\rho_s}{\rho_f}.$$

For floating to be possible $\sigma \ngtr 1$.

All of Archimedes' results can be expressed in terms of r and σ. He considers only the cases in which the base is *entirely* unimmersed or *entirely* immersed in the fluid. His conclusions are:

Theorems 2 and 3. If $r \ngtr \frac{3}{4}$, the only stable positions are those in which the axis of the segment is vertical, as shown in Figs. 9(a) and 9(b).

Theorems 4 and 5. If $r > \frac{3}{4}$ and the base is unimmersed and

$$\sigma \nless \left(r - \frac{3}{4}\right)^2 / r^2 ,$$

the only stable position is that in which the axis of the segment is vertical. If $r > \frac{3}{4}$ and the base is immersed and

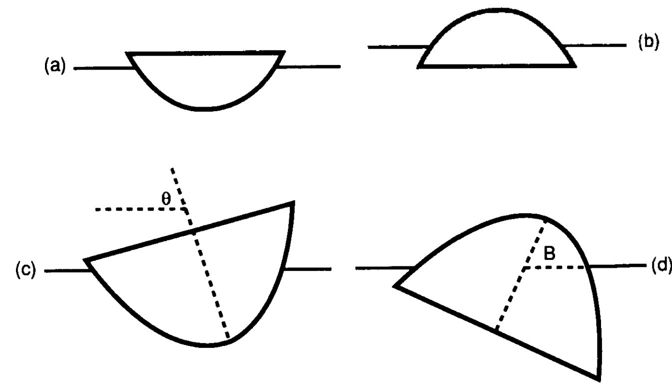


Fig. 9 - The stable positions of equilibrium for a floating right segment of a paraboloid of revolution. (a), (b): r = .6. (c), (d): r = 1.3. (p is the same in all cases).

$$\sigma \nless \left[r^2 - \left(r - \frac{3}{4}\right)^2 \right] / r^2 ,$$

the only stable position is that in which the axis is vertical.

Theorems 6-9. These are concerned with the case when $\frac{15}{8} > r > \frac{3}{4}$. In Theorems 6 and 7 it is shown that the segment cannot float with its base touching the surface of the fluid at one point only. In Theorem 8 it is shown that if

$$\sigma < \left(r - \frac{3}{4}\right)^2 / r^2 ,$$

the only stable position in which the segment can float with its base unimmersed is that for which (see Fig. 9c)

$$\cot^2 \theta = \frac{8}{3} r \left(1 - \sqrt{\sigma}\right) - 2 ,$$

$$\sigma > 1 - \frac{\left(r - \frac{3}{4}\right)^2}{r^2} ,$$

there is only one stable position in which the segment can float with its base totally immersed, that for which θ is given by the above formula (see Fig. 9d).

Theorem 10. It is assumed that $r > \frac{15}{8}$ and the stable positions of the segment are determined for various range of σ. Only the case when the base of the segment is unimmersed is considered. In order to express the results we define σ_1 and σ_2 by

$$\sigma_1 = \left[\frac{13}{25} - \frac{3}{10r} + \frac{3}{25}\sqrt{16 - \frac{30}{r}}\right]^2,$$

$$\sigma_2 = \left[\frac{13}{25} - \frac{3}{10r} - \frac{3}{25}\sqrt{16 - \frac{30}{r}}\right]^2$$

and define angles θ_1 and θ_2 by

$$\cot\theta_1 = \frac{1}{5}\left(4\sqrt{r} - \sqrt{16r-30}\right),$$

$$\cot\theta_2 = \frac{1}{5}\left(4\sqrt{r} + \sqrt{16r-30}\right).$$

The following results are obtained.

(a) If $\sigma \nless \left(r - \frac{3}{4}\right)^2/r^2$, the axis must be vertical ($\theta = 90°$).

(b) If $\sigma_1 < \sigma < \left(r - \frac{3}{4}\right)^2/r^2$, the base touches the surface of the fluid in one point and $\theta > \theta_1$.

(c) If $\sigma_2 < \sigma < \sigma_1$, the base will be partially submerged.

(d) If $\sigma < \sigma_2$, the base does not touch the surface and $\theta < \theta_2$.

(e) If $\sigma = \sigma_1$, the base touches the surface and $\theta = \theta_1$.

(f) If $\sigma = \sigma_2$, the base touches the sourface and $\theta = \theta_2$.

Coda

It is evident from the previous pages that one may claim as Archimedes' main contributions to mechanics:

(i) A clarification of the Law of the Lever.
(ii) The introduction of the concept of center of gravity and the recognition that the force due to gravity is directed to the center of the Earth.
(iii) The determination of the centers of gravity of some simple plane and solid bodies.
(iv) The principles governing the floating of a solid body in a fluid.

One must, of course, qualify this assessment by the recognition that it is based on those contributions to mechanics of Archimedes and earlier workers which have come down to us. The probability that many such contributions have been lost makes an unequivocal assessment impossible.

The fact that the concepts involved in these contributions have survived, virtually unchanged apart from generalization in some cases, is a tribute to the remarkable depth of Archimedes' physical insight. Equally outstanding is the structure of axioms and theorems which Archimedes developed on the basis of these concepts. This is particularly the case when one recognizes the limitation of the mathematical techniques available to him, essentially to the methods of Euclidean geometry. The derivation of many of Archimedes' results, notably but not only those involving parabolas and paraboloids of revolution, reflects an astonishing ingenuity in the use of the methods of Euclidean geometry and in their extension.

However, the originality of Archimedes' work does not reside solely in the statement of axioms and the proofs of theorems. Underlying these statements and proofs one sees a recognition of a number of fundamental ideas which are not fully expressed in explicit terms. For example, his work on centers of gravity involves the recognition that a distribution of forces, all having the same direction, is equivalent to a single force in this direction. Archimedes evidently understood also that forces may arise through other agencies than the weight of a body. This appears most clearly in his work on hydrostatics.

Again, in *On Floating Bodies, Book II* although Archimedes is concerned with a right segment of a paraboloid of revolution, the principle involved applies to bodies of any shape. Indeed, in this work he has, in effect, introduced the general concept of stability of equilibrium. Although this is done in the context of a floating body, it applies equally well to any body acted on by any system of forces.

DIONIGI GALLETTO *

LA TEORIA DELLA LEVA NELL'OPERA DI ARCHIMEDE E LA CRITICA AD ESSA RIVOLTA DA MACH **

Nella presente esposizione viene esaminata a fondo e nei particolari la teoria della leva sviluppata da Archimede nel suo trattato *Sull'equilibrio dei piani,* stabilendo qual è l'esatta interpretazione dei concetti che in essa compaiono, ponendo in evidenza certi suoi aspetti particolarmente moderni (come la composizione delle forze parallele e la sua connessione con il quinto postulato di Eclide) e, soprattutto, provando che la tanto discussa dimostrazione in esso contenuta della sufficienza della legge che stabilisce l'equilibrio della leva è del tutto corretta. Viene poi esaminata a fondo e in ogni particolare la celebre critica, largamente accolta, che Mach ha rivolto a tale dimostrazione, provando in modo definitivo l'assoluta e completa infondatezza di tale critica e rilevando le sue contraddizioni e la sua sostanziale inconcludenza. Tutto ciò che le considerazioni di Mach possono al più suggerire è una diversa dimostrazione della legge della leva, molto più complessa di quella data da Archimede. Comunque Mach, con la sua critica, risulta lontanissimo anche da tale meta.

1. La teoria della leva nell'opera di Archimede

1.1 – Archimede ha sviluppato la sua teoria della leva nel trattato *Sull'equilibrio dei piani, ovvero sui centri di gravità dei piani, Libro I,* partendo da postulati suggeriti sostanzialmente dall'osservazione sperimentale e operando su essi tramite dimostrazioni fondate sulla pura matematica. Il suo modo di procedere nello sviluppare tale teoria è analogo al modo di procedere seguito da Euclide nei suoi celebri *Elementi*.

* Istituto di Fisica Matematica «J.-Louis Lagrange» dell'Università di Torino.

** Lavoro eseguito nell'ambito del G.N.F.M. del C.N.R.

I postulati su cui Archimede fonda la sua trattazione *Sull'equilibrio dei piani* sono, tradotti alla lettera,[1] i seguenti.

I. *Chiediamo [che si ammetta] che pesi eguali a distanze eguali si facciano equilibrio; che pesi eguali a distanze disuguali non si facciano equilibrio, ma che producano inclinazione dalla parte del peso posto a distanza maggiore.*

II. *Che se, quando a pesi in equilibrio a determinate distanze, si aggiunge qualcosa ad uno di essi, non si abbia più equilibrio, ma inclinazione dalla parte del peso al quale è stato aggiunto qualcosa.*

III. *Che, similmente, se da uno dei pesi si toglie qualcosa, non si abbia più equilibrio, ma inclinazione dalla parte del peso al quale non si è tolto nulla.*

IV. *Che se figure piane uguali e simili vengono fatte coincidere, anche i centri di gravità vengono a coincidere.*

V. *Che per figure disuguali ma simili i centri di gravità saranno similmente situati. Diciamo che punti appartenenti a figure simili sono similmente situati se le rette condotte da essi ai vertici degli angoli uguali formano angoli uguali con i lati omologhi.*

VI. *Che se grandezze a determinate distanze si fanno equilibrio, anche grandezze ad esse uguali poste alle stesse distanze si fanno equilibrio.*

VII. *Che per ogni figura il cui perimetro è concavo dalla stessa parte il centro di gravità debba trovarsi all'interno della figura.*

1.2 – Tralasciando per ora ogni commento, dai suddetti postulati Archimede deduce svariati teoremi di cui i primi sei, sui quali si soffermerà la presente esposizione, sono i seguenti.

1. *Pesi che si fanno equilibrio a distanze uguali sono uguali.* Il teorema viene dedotto dai post. III e I.

2. *Pesi disuguali posti ad uguali distanze non si fanno equilibrio, ma si ha inclinazione dalla parte del peso maggiore.* Il teorema viene dedotto dai post. I e II.

[1] La traduzione di tutto quanto è stato riportato nella presente esposizione del trattato di Archimede è stata effettuata fondandola essenzialmente sulle edizioni delle *Opere di Archimede* dovute rispettivamente a G. Torelli (1792), J. L. Heiberg (1891), P. Ver Eecke (1921).

3. *Pesi disuguali si fanno equilibrio a distanze disuguali e il peso maggiore è situato a distanza minore.* Di questo teorema Archimede dimostra soltanto la seconda parte, tramite i post. III e I, e non prende in esame la prima, ossia non prova la possibilità di equilibrio per due pesi disuguali. Aggiunge invece che risulta evidente anche *che pesi che si fanno equilibrio a distanze disuguali sono disuguali e che il maggiore è situato alla distanza minore.*

4. *Se due grandezze uguali non hanno il medesimo centro di gravità, il centro di gravità della grandezza composta dalle due grandezze è situato nel punto medio della linea retta congiungente i centri di gravità delle grandezze.* Il teorema viene dedotto dal post. I, ritenendo implicitamente che il centro di gravità della grandezza composta dalle due grandezze uguali sia situato sulla congiungente i centri di gravità di queste. Comunque, per motivi che appariranno chiari nel seguito (si veda il § 1.6), è il caso di riportare per esteso e addirittura alla lettera la dimostrazione di questo teorema, così come è stata data da Archimede.

«Sia A il centro di gravità della grandezza A,[2] B quello della grandezza B, e, condotta la linea retta AB, si divida questa per metà nel punto Γ. Dico che Γ è il centro di gravità della grandezza composta dalle due grandezze. In effetti, se è possibile che non lo sia, sia Δ il centro di gravità della grandezza composta da entrambe le grandezze. Poiché Δ è il centro di gravità si avrà equilibrio sostenendo per il punto Δ. Pertanto le grandezze A, B saranno in equilibrio alle distanze $A\Delta$, ΔB, ciò che è impossibile.[3] È dunque evidente che il punto Γ è il centro di gravità della grandezza composta dalle grandezze A, B».

5. *Se i centri di gravità di tre grandezze stanno sulla stessa linea retta, se le grandezze hanno il medesimo peso e le linee rette comprese tra i centri sono uguali, il centro di gravità della grandezza composta da tutte le grandezze è il punto che è anche il centro di gravità della grandezza di mezzo.* Il teorema viene dedotto dal teor. 4. Anche ora è il caso di riportare alla lettera la dimostrazione di questo teorema, così come è stata data da Archimede.

[2] Archimede indica sempre con i medesimi simboli sia le grandezze che i loro centri di gravità.

[3] Per il post. I.

«Siano tre grandezze A, B, Γ, e i loro centri di gravità siano i punti A, B, Γ situati su una stessa linea retta. Siano inoltre uguali le grandezze A, B, Γ e uguali le linee $A\,\Gamma$, $\Gamma\,B$. Dico che il centro di gravità della grandezza composta da tutte le grandezze è il punto Γ. In effetti, poiché le grandezze A, B hanno uguale peso, il loro centro di gravità sarà il punto Γ, poiché le linee rette $A\,\Gamma$, $\Gamma\,B$ sono uguali.[4] Ma Γ è anche il centro di gravità della grandezza Γ. È pertanto evidente che il centro di gravità della grandezza composta da tutte le grandezze sarà il punto che è centro di gravità della grandezza di mezzo».

Al teor. 5 Archimede fa seguire due corollari:

C1. *Dopo di ciò è chiaro che se i centri di gravità di grandezze in numero dispari qualsiasi sono situati su una stessa linea retta, se le grandezze equidistanti da quella di mezzo hanno lo stesso peso e se le linee comprese tra i loro centri di gravità sono uguali, il centro di gravità della grandezza composta da tutte le grandezze è il punto che è anche il centro di gravità della grandezza di mezzo.*

C2. *Anche se le grandezze sono in numero pari, se i loro centri di gravità sono situati su una stessa linea retta, se le grandezze di mezzo e quelle aventi le stesse distanze da queste hanno lo stesso peso, e se le linee comprese tra i centri di gravità sono uguali, il centro di gravità della grandezza composta da tutte le grandezze è il punto medio della linea congiungente i centri di gravità delle grandezze.*

Di tali due corollari Archimede non fornisce dimostrazioni.

6. *Grandezze commensurabili sono in equilibrio a distanze inversamente proporzionali ai loro pesi.*

Questo teorema costituisce «la famosa e tanto discussa proposizione in cui il cosiddetto principio della leva viene enunciato».[5] Significativo è quanto scrive al riguardo Dijksterhuis: «[...] Attraverso questo ampliamento [alla meccanica] del campo della sua attività, Archimede viene direttamente in contatto con le sostanziali difficoltà collegate alla costruzione della meccanica su postulati. Il modo con cui egli risolve queste difficoltà dà adito, ancora ai nostri giorni, a giudizi diversi da parte dei suoi commentatori e critici: lo stesso argomento (Teor. 6), che risulta fondamentale per lo sviluppo successivo dell'o-

[4] Per il teor. 4.

[5] E. J. Dijksterhuis, *Archimede*, traduzione italiana di G. Baroncelli, M. Bucciantini, M. Porta, Firenze, Ponte alle Grazie Editore, 1989, p. 235.

pera stessa [...], viene respinto come paralogistico da alcuni ed accettato come corretto da altri».[6]

1.3 – Per l'importanza che riveste in tutta la presente esposizione, viene riportata per esteso e alla lettera la dimostrazione del suddetto teorema, così come è stata data da Archimede.

«Siano A, B le grandezze commensurabili, i centri [di gravità] delle quali siano i punti A, B; sia $E\,\Delta$ una qualsiasi lunghezza e si abbia

(1) $$A : B = \Delta\,\Gamma : \Gamma\,E\,.$$

Occorre dimostrare che il punto Γ è il centro di gravità della grandezza composta da entrambe le grandezze A, B.

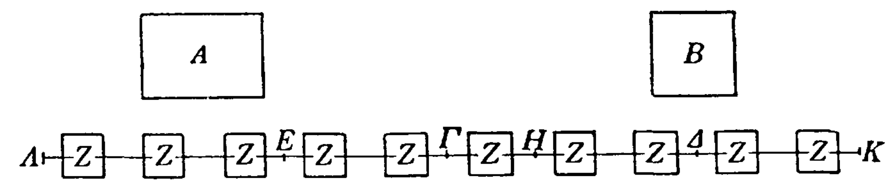


Fig. 1

«Poiché è $A : B = \Delta\,\Gamma : \Gamma\,E$, e A e B sono commensurabili, anche le lunghezze, ossia le linee rette $\Gamma\,\Delta$, $\Gamma\,E$, sono commensurabili, cosicché $\Gamma\,\Delta$, $\Gamma\,E$ hanno una misura comune. Sia questa N, e si prendano le linee $\Delta\,H$, $\Delta\,K$ uguali alla linea $E\,\Gamma$ e la linea $E\,\Lambda$ uguale alla linea $\Delta\,\Gamma$. Poiché $\Delta\,H$ è uguale a $\Gamma\,E$, $\Delta\,\Gamma$ è uguale anche a $E\,H$, cosicché anche $\Lambda\,E$ è uguale a $E\,H$. Pertanto $\Lambda\,H$ è il doppio di $\Delta\,\Gamma$ e $H\,K$ è il doppio di $\Gamma\,E$. Ne segue che N misura anche ciascuna delle linee $\Lambda\,H$, $H\,K$, poiché misura anche le loro metà. E poiché è $A : B = \Delta\,\Gamma : \Gamma E$, mentre è $\Delta\,\Gamma : \Gamma\,E = \Lambda\,H : H\,K$ perché ciascuna delle prime due linee è rispettivamente doppia di ciascuna delle seconde, si avrà anche

(2) $$A : B = \Lambda\,H : H\,K\,.$$

«Quante volte la linea N è contenuta nella linea $\Lambda\,H$, altrettante volte Z sia contenuta in A. È dunque $\Lambda\,H : N = A : Z$. Ma è anche

[6] E. J. Dijksterhuis, *op. cit.*, p. 233.

$KH : \Lambda H = B : A$. È quindi, di conseguenza, $KH : N = B : Z$. Pertanto tante volte N è contenuta in KH quante volte Z è contenuta in B. Ma Z è anche misura di A e pertanto Z è misura comune delle grandezze A, B. Divisa pertanto la linea ΛH in parti uguali alla linea N e la grandezza A in parti uguali alla grandezza Z, le parti della linea ΛH uguali alla linea N saranno in numero uguale alle parti della grandezza A uguali alla grandezza Z. Cosicché, se su ciascuna delle parti della linea ΛH viene posta una grandezza uguale alla grandezza Z avente il centro di gravità nel punto medio della parte, l'insieme di tutte queste grandezze è uguale alla grandezza A, e il centro di gravità della grandezza composta da tutte queste grandezze sarà il punto E. Infatti tutte queste grandezze sono in numero pari, e in ugual numero da ciascuna parte di E, perché è ΛE uguale a HE.[7]

«Similmente si dimostrerà che se su ciascuna delle parti della linea KH [uguali alla linea N] viene posta una grandezza uguale alla grandezza Z avente il centro di gravità nel punto medio della parte, l'insieme di tutte queste grandezze sarà uguale alla grandezza B, e il centro di gravità della grandezza composta da tutte queste grandezze sarà il punto Δ. Pertanto la grandezza A risulta posta nel punto E, e la grandezza B in Δ. Inoltre delle grandezze uguali tra loro, i cui centri di gravità distano ugualmente uno dall'altro, risultano disposte in numero pari su una linea retta: di conseguenza il centro di gravità della grandezza composta da tutte le grandezze è il punto di mezzo della linea sulla quale sono situati i centri di gravità delle grandezze componenti.[8] E poiché ΛE è uguale a $\Gamma \Delta$ e $E\Gamma$ è uguale a ΔK, $\Lambda \Gamma$ sarà anche uguale a ΓK. Di conseguenza il centro di gravità della grandezza composta da tutte le grandezze sarà il punto Γ. Pertanto la grandezza A posta nel punto E e la grandezza B in Δ, sospesa nel punto Γ, si faranno equilibrio».

È questa la dimostrazione del teor. 6 data da Archimede.

1.4 – Per motivi di chiarezza è il caso di riprendere subito tale dimostrazione, rispettandone lo spirito e ponendone in evidenza gli aspetti salienti.

[7] Si veda il teor. 5, coroll. C2. Tale precisazione compare nelle traduzioni di Heiberg e di Ver Eecke, ricordate nella nota 1, nonché in tutte le traduzioni a queste ispirate.

[8] Si veda il teor. 5, coroll. C2. Tale precisazione compare nelle traduzioni di Heiberg e di Ver Eecke, nonché in tutte le traduzioni a queste ispirate.

Date le grandezze commensurabili A e B, i cui centri di gravità verranno ancora indicati con A e B, e dato un qualsiasi segmento $E\Delta$, si consideri su esso il punto Γ definito da

$$A : B = \Delta\Gamma : \Gamma E \,. \tag{1}$$

Occorre dimostrare che, se sussiste (1), il centro di gravità della grandezza composta da A e B è il punto Γ.

A tale scopo Archimede aggiunge al segmento $E\Delta$ i segmenti $\Lambda E = \Gamma\Delta$ e $\Delta K = E\Gamma$ (si veda la fig. 1), sicché risulta $\Lambda K = 2E\Delta$, con Γ punto medio di ΛK. Su ΛK introduce poi il punto H tale che $\Delta H = \Delta K$: tutto ciò comporta che sia $\Lambda H = 2\Delta\Gamma$, $HK = 2\Gamma E$, che (1) si possa quindi scrivere

$$A : B = \Lambda H : HK \,, \tag{2}$$

e infine che E e Δ siano i punti medi di ΛH e HK.

Poiché A e B sono commensurabili, stante (1) anche $\Delta\Gamma$ e ΓE sono commensurabili e ammettono quindi una misura comune N. Indicato con $2m$ il numero di volte in cui N è contenuta in ΛH $(= 2\Delta\Gamma)$ e con $2n$ il numero di volte in cui essa è contenuta in HK $(= 2\Gamma E)$ e introdotta la grandezza Z contenuta, stante (2), $2m$ volte in A e $2n$ volte in B, Archimede divide ΛH e HK rispettivamente in $2m$ e $2n$ segmenti uguali e pone su ciascuno di questi segmenti una grandezza Z in modo tale che il centro di gravità di questa cada nel punto medio del segmento. Stante il coroll. C2 del teor. 5, il centro di gravità della grandezza composta dalle $2m$ grandezze poste sul segmento ΛH cade nel suo punto medio E e il centro di gravità della grandezza composta dalle $2n$ grandezze poste sul segmento HK cade in Δ, punto medio di questo. Ma queste due grandezze sono, nel senso che verrà ampiamente precisato al § 1.9, *uguali* rispettivamente alle grandezze A e B, le quali avranno pertanto i loro centri di gravità situati rispettivamente nei punti E e Δ.

D'altra parte il centro di gravità della grandezza composta dalle suddette due grandezze composte, ossia dalla grandezza composta dalle $2m + 2n$ grandezze Z poste sull'intero segmento ΛK è, sempre per il coroll. C2 del teor. 5, il punto medio Γ di questo. Pertanto il centro di gravità delle grandezze A e B, poste con i loro centri di gravità in E e Δ rispettivamente, è costituito dal punto Γ definito da (1), e A e B saranno quindi in equilibrio, nel senso che verrà precisato al § 1.6.

Come si può constatare, Archimede dimostra soltanto che la condizione che grandezze commensurabili siano poste a distanze (dal fulcro) inversamente proporzionali ai loro pesi è sufficiente per l'equilibrio. È questa effettivamente un'incompletezza (sia pure agevolmente colmabile [9]), soprattutto se si considera che Archimede fa ripetutamente ricorso alla necessità per l'equilibrio di tale condizione nel Libro II del suo trattato *Sull'equilibrio dei piani*.

Al teor. 6 segue poi il teor. 7:

7. *Ed anche se le grandezze sono incommensurabili, esse sono in equilibrio a distanze inversamente proporzionali ad esse.*

Per motivi di brevità nella presente esposizione la dimostrazione di tale teorema, come quella di tutti i teoremi che ad esso seguono e dei quali non verrà nemmeno riportato l'enunciato, non verrà sottoposta ad esame, in quanto lo scopo della presente esposizione è essenzialmente quello di fornire un contributo chiarificatore sulla validità della dimostrazione data da Archimede del teor. 6.

1.5 – Da quanto sino ad ora riportato emerge chiaramente che Archimede, pur non affermandolo esplicitamente, si riferisce sostanzialmente ad una bilancia (e cioè ad un'asta sospesa o sostenuta nel suo punto medio, in posizione orizzontale quando è in equilibrio, sulla quale stanno applicati i pesi), costituente un'ottima esemplificazione concreta della leva; in aggiunta si può anzi ritenere che proprio dagli esperimenti da lui effettuati tramite la bilancia siano scaturiti i post. I, II, III e soprattutto il VI, il cui reale significato verrà diffusamente chiarito al § 1.9. Ad una bilancia si riferisce anche, è il caso di sottolinearlo, quando tratta del teor. 4. Poiché poi il teor. 5 e i relativi corollari sono collegati, per quanto concerne la dimostrazione, al teor. 4, si può dire che anche per essi, sia pure indirettamente, sussiste l'intervento di una bilancia. Ed anche per il teor. 6 e per la sua dimostrazione, è evidente che Archimede si riferisce ad una bilancia.

Come si potrà rilevare meglio nel seguito della presente esposizione, quanto ora osservato permette di vedere sotto un aspetto coerente e unitario l'esposizione di Archimede, la quale, sia attraverso i postulati (i post. I, II, III e VI da un lato, i post. IV e V, nonché il VII, dall'altro) che attraverso i teoremi (i teor. 1, 2, 3 e 6, 7 da un lato, i teor. 4 e 5, con i coroll. C1 e C2, dall'altro) può a prima vista, tramite un esame superficiale, apparire scoordinata e sconnessa.

[9] Si veda, ad es., E. J. DIJKSTERHUIS, *op. cit.*, p. 236.

Passando ai commenti e delucidazioni, occorre subito precisare che con il termine *figure uguali* si deve semplicemente intendere, come è implicito nel testo, *figure di eguale estensione (misura) e di eguale peso,* nonché *omogenee.* Tutto ciò è confermato dal post. IV, dove all'«eguali» Archimede aggiunge la precisazione «simili», proprio per indicare che, in tal caso, egli intende riferirsi a figure identiche.

Un'analoga osservazione deve valere pertanto, e a maggior ragione, per le grandezze: con *grandezze uguali,* nel caso in cui si faccia esplicito o implicito riferimento ai pesi, si deve intendere semplicemente *grandezze di uguale peso,* come è confermato dal post. VI – sul quale, per la sua corretta interpretazione, si ritornerà diffusamente al § 1.9 – e dalla dimostrazione data da Archimede del teor. 6 (qui riportata al § 1.3 e ripresa al § 1.4), sulla quale si ritornerà diffusamente, anche per essa, al § 1.9.

Si può anzi addirittura aggiungere che dalla dimostrazione del teor. 4, dagli enunciati del teor. 5 e dei coroll. C1 e C2, dall'enunciato del teor. 6 e dalla sua dimostrazione emerge in modo inequivocabile che *le grandezze di cui tratta Archimede sono sempre dotate di peso.* Si può pertanto tranquillamente concludere sin d'ora che *per Archimede il termine «grandezze uguali» sta sempre e semplicemente a significare grandezze di uguale peso.* Comunque su ciò si ritornerà diffusamente al § 1.9.

Occorre poi osservare che Archimede né nel trattato *Sull'equilibrio dei piani* né in alcun'altra sua opera a noi pervenuta definisce o richiama il concetto di *centro di gravità,* il quale è oggetto dei post. IV, V e VII, dei teor. 4 e 5 e dei coroll. C1 e C2, nonché alla base della dimostrazione che Archimede dà del teor. 6. Ciò ha dato adito a due possibili interpretazioni: la prima è che tale termine sia presupposto noto da Archimede, la seconda è che esso venga invece da Archimede implicitamente definito tramite l'insieme dei postulati qui riportati al § 1.1, postulati con cui inizia il trattato (o, almeno, la parte di esso a noi pervenuta).[10] In realtà quest'ultima interpretazio-

[10] Si veda al riguardo E. J. DIJKSTERHUIS, *op. cit.*, pp. 239-240.

ne appare totalmente artificiosa, al punto da poter essere, senza perplessità, tranquillamente esclusa.

Pertanto rimane soltanto la prima interpretazione, e cioè che il concetto di centro di gravità sia stato introdotto da Archimede in qualche suo precedente trattato, andato perduto [11] – o addirittura in una eventuale parte del trattato *Sull'equilibrio dei piani*, che sarebbe anch'essa andata perduta –, o, almeno, che questo concetto gli fosse totalmente familiare, come appunto emerge dal suddetto trattato e come si può direttamente constatare da quanto di esso è stato riportato nella presente esposizione.

Conformemente a quanto lascia chiaramente intuire tale trattato, si può anzi ritenere, in accordo con Giovanni Vailati, e addirittura senza alcuna incertezza, che la definizione di centro di gravità a cui si riferisce Archimede non può che essere quella che è riportata da Pappo [12] e che può essere così formulata: *per centro di gravità di un dato corpo [solido] si intende un punto tale che, sospendendo [o immaginando di sospendere] da esso il corpo, questo possa rimanere in quiete qualunque sia la posizione che ad esso si assegni.*

A proposito di tale definizione occorre rilevare che essa non può che essere stata originata dall'osservazione sperimentale.[13]

1.6 – Archimede nel suo trattato, e precisamente nei teor. 4, 5 e nelle loro rispettive dimostrazioni, nei coroll. C1 e C2 e nella dimostrazione del teor. 6 parla sistematicamente di *grandezza composta da due o più grandezze,* nonché del suo centro di gravità. Soffermando l'attenzione sul teor. 4, dalla sua dimostrazione, riportata al § 1.2, appare evidente che per Archimede il centro di gravità di una *grandezza composta da due grandezze* è il punto a cui va sospeso (o sostenuto) il segmento di retta che congiunge i centri di gravità delle due grandezze affinché queste risultino in equilibrio, in perfetto accordo con la definizione di centro di gravità riportata da Pappo. Dal teor.

[11] Esso potrebbe essere quello a cui qui si accenna nella nota 14.

[12] Si veda: G. Vailati, *Scritti*, J. A. Barth - Leipzig, B. Seeber - Firenze, 1911: *Del concetto di Centro di Gravità nella Statica di Archimede*, pp. 79-82; *La dimostrazione del principio della Leva data da Archimede nel libro primo sull'equilibrio delle figure piane*, p. 499.

[13] Per la dimostrazione che Archimede avrebbe dato dell'unicità del centro di gravità, ricostruita traendola da frammenti rimasti dell'opera di Erone, si veda G. Vailati, *Del concetto di Centro di Gravità* ... cit., pp. 82-84.

4 emerge quindi un'esplicita conferma che la definizione di centro di gravità a cui si riferisce Archimede non può che essere questa. Contemporaneamente, il centro di gravità viene identificato, implicitamente, con il fulcro della leva ai cui estremi stanno i centri di gravità delle due grandezze.

È questa un'identificazione che viene sistematicamente effettuata da Archimede – oltre che nel teor. 4, nel teor. 5 (si veda la dimostrazione riportata al § 1.2) e nei suoi due corollari, nel teor. 6, ecc. – la quale però non richiede alcun postulato aggiuntivo in quanto agli effetti dell'equilibrio non sussiste differenza concettuale tra il ritenere il segmento congiungente i due centri di gravità sospeso, oppure appoggiato in un suo punto. Si può perciò affermare che, proprio dagli enunciati dei teoremi ora citati, nonché dalle relative dimostrazioni, emerge che per Archimede *l'essere una leva in equilibrio è perfettamente equivalente alla condizione che il centro di gravità delle grandezze che si fanno equilibrio tramite la leva (supposta ovviamente rettilinea e con i centri di gravità delle suddette grandezze situati su essa) cada nel fulcro di questa.*

La precisazione ora fatta, che direttamente si collega a quanto osservato all'inizio del § 1.5, si presenta assolutamente necessaria per una chiara, corretta interpretazione del trattato di Archimede.

Per quanto concerne il teor. 4, occorre a questo punto aggiungere che Archimede, come già si è ricordato al § 1.2, nella dimostrazione che egli dà, ritiene che il centro di gravità della grandezza composta dalle due grandezze uguali sia situato sulla congiungente i centri di gravità di queste. Ciò non va visto come un'incompletezza della dimostrazione ma come un'ulteriore prova che il concetto di centro di gravità, e con almeno le prime relative proprietà, era ad Archimede familiare. L'enunciato del teor. 4 va pertanto così inteso: occorre provare che il centro di gravità sta nel punto medio del segmento di retta che congiunge i centri di gravità delle due grandezze, dando per scontato che esso sta su tale segmento.

In altri termini, che il centro di gravità stia su tale segmento è per Archimede un fatto noto che certamente è collegato alla sua definizione.[14] L'interpretazione del teor. 4 ora data è confermata dal

[14] Occorre dire al riguardo che sia il testo di Archimede riportato da Heiberg che il testo riportato da Torelli contengono nella dimostrazione del teor. 4 la seguente aggiunta: «Infatti [il centro di gravità] è posto sulla linea *AB*, come è stato in precedenza dimostrato». In aggiunta, il testo riportato da Heiberg contiene il seguente commento posto in nota: «Senza dubbio nel

teor. 6, in cui ancora una volta si dà per scontato che il centro di gravità stia sul segmento congiungente i centri di gravità delle due grandezze. La conclusione dell'interpretazione ora data è pertanto la seguente: *il problema che con i teor. 4 e 6 Archimede si pone non è quello di provare che il centro di gravità stia su detto segmento, bensì quello di trovare in quale punto di tale segmento esso cada*, ossia in quale punto cada il fulcro della leva quando si ha equilibrio.[15]

1.7 – Passando ai post. I, II, III e ai teor. 1, 2 e 3, occorre al riguardo rilevare che essi, tra l'altro, già indicano che per l'equilibrio deve verificarsi qualche condizione che deve intercorrere tra pesi e loro distanze dal fulcro, condizione che, ad esempio, nel caso di pesi uguali si riduce alla condizione che essi si trovino ad uguale distanza dal fulcro. È appunto alla determinazione di tale condizione, almeno nel caso in cui i pesi siano tra loro commensurabili, che è dedicato il teor. 6. (Il caso dei pesi tra loro incommensurabili viene, come si è visto al § 1.4, affrontato da Archimede nel teor. 7, che, come si è detto, non viene qui preso in esame).

Per quanto concerne il teor. 3, al riguardo si è già osservato al § 1.2 che Archimede di questo teorema dimostra soltanto la seconda parte e non prende in esame la prima, ossia, come si è detto, non prova la possibilità di equilibrio per due pesi disuguali. Questa incompletezza, che non viene rilevata nel trattato di Dijksterhuis, viene sottolineata da Dugas nel suo trattato citato nella nota 15, e precisamente

---

libro *Sulle leve*». La suddetta aggiunta, come osserva Ver Eecke, è probabilmente dovuta a qualche trascrittore che ha ancora potuto leggere il suddetto trattato che non è pervenuto sino a noi, ma di cui Heiberg dà per certa l'esistenza. Dell'esistenza di tale trattato si ha la testimonianza di Pappo (si veda al riguardo, ad es., E. J. DIJKSTERHUIS, *op. cit.*, p. 37). Per maggiori ragguagli sul possibile trattato, o addirittura sui possibili trattati di Archimede concernenti la meccanica e a noi non pervenuti, si può vedere: A. G. DRACHMANN, *Fragments from Archimedes in Heron's Mechanics*, «Centaurus», 8 (1963), pp. 91-146; W. R. KNORR, *Ancient Sources of the Medieval Tradition of Mechanics: Greek, Arabic and Latin Studies of the Balance*, «Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza», Monografia n. 6, Firenze, 1982.

[15] L'interpretazione qui data dell'enunciato del teor. 4 è totalmente sfuggita, ad esempio, a René Dugas, il quale nel suo trattato *A History of Mechanics*, Neuchâtel, Editions du Griffon, 1955, p. 26, si limita al riguardo a commentare: «La dimostrazione [del teor. 4], basata sul post. I, è una dimostrazione per assurdo, nella quale, comunque, si assume che il centro di gravità della grandezza composta [dalle due grandezze] giace sulla retta congiungente i centri di gravità delle grandezze componenti». Al riguardo occorre osservare che vi è una sostanziale differenza tra «ritenere» ed «assumere». Il commento di Dugas ora riportato appare essenzialmente e unicamente critico.

a p. 25, dove scrive: «Questa dimostrazione [del teor. 3] prova la seconda parte del teorema e non dimostra la *possibilità* dell'equilibrio di due pesi disuguali. Questo deve essere considerato come un ulteriore postulato di origine sperimentale».

Ma tale affermazione, e cioè che la possibilità di equilibrio per due pesi disuguali deve essere considerata come un ulteriore postulato di origine sperimentale, risulta in pieno contrasto con il teor. 6, in quanto, come si può constatare esaminando la dimostrazione data da Archimede di tale teorema (qui riportata al § 1.3 e ripresa al § 1.4), Archimede prova proprio che per l'equilibrio di pesi disuguali, almeno nell'ipotesi che questi siano tra loro commensurabili,[16] è sufficiente che essi siano applicati a distanze dal fulcro a loro inversamente proporzionali. In altri termini, si avrebbe, come conseguenza di quanto afferma Dugas, che se si deve assumere che la possibilità di equilibrio per due pesi disuguali debba essere considerata come un ulteriore postulato, il teor. 6 dovrebbe essere indimostrabile, con la conseguenza che la dimostrazione data da Archimede dovrebbe presentare qualche vizio al quale non si può porre rimedio.[17]

Per il momento comunque ci si limita ad osservare che la prima parte dell'enunciato del teor. 3 può essere vista semplicemente come un'affermazione che parzialmente anticipa quanto verrà provato con il teor. 6 (e, per il caso in cui i pesi siano tra loro incommensurabili, con il teor. 7), affermazione per la quale, tramite la seconda parte del teorema, viene fornita un'indicazione di carattere qualitativo, anticipando così ancora una volta a tale livello quanto verrà provato con il teor. 6 (nonché con il teor. 7), che è di carattere quantitativo.

1.8 – Per quanto concerne il teor. 5 occorre rilevare che nella conclusione della dimostrazione (qui riportata al § 1.2) Archimede implicitamente assume che *se due grandezze* (nel caso del teor. 5 la grandezza

---

[16] Il caso in cui i pesi (grandezze) siano tra loro incommensurabili, come si è visto alla fine del § 1.4, viene affrontato da Archimede nel teor. 7, teorema che, come si è più di una volta detto, per motivi di brevità non viene in questa sede preso in esame.

[17] Una rassegna dei trattati e dei vari lavori in cui viene presa in esame la teoria della leva sviluppata da Archimede è contenuta nel § 2.14 della presente esposizione. Nel corso di questa si è però ritenuto necessario soffermarsi diffusamente su quanto scritto da Dugas nel suo trattato (si veda anche la nota 15) in considerazione della vasta diffusione di cui esso gode, così come si è ritenuto opportuno tenere presente, quando è il caso, quanto scritto da Dijksterhuis nel suo trattato, in considerazione dell'importanza che esso riveste.

composta dalle grandezze A e B e la grandezza Γ) *hanno il medesimo centro di gravità, anche la grandezza composta dalle due ha il medesimo centro di gravità,* un'assunzione che, passando ai due coroll. C1 e C2, viene implicitamente estesa al caso di più grandezze. Comunque, tale assunzione, nel caso del teor. 5 e dei suoi due corollari, è giustificabile in modo ovvio e immediato ricorrendo a considerazioni di simmetria.[18]

Per un motivo che apparirà evidente al § 1.12, all'assunzione ora vista si può dare un'altra veste: basta infatti tenere presente che la dimostrazione del teor. 5 si fonda sul teor. 4, nella dimostrazione del quale viene provato che ogni grandezza composta da due grandezze uguali ed equidistanti dal fulcro risulta in equilibrio e quindi (si tenga presente quanto rilevato al § 1.6) ha il centro di gravità che cade nel fulcro. L'equilibrio, secondo Archimede, continua a sussistere se a una grandezza siffatta si aggiunge un'ulteriore grandezza con il centro di gravità nel fulcro. Tale affermazione non viene esplicitamente fatta da Archimede, ma è implicitamente contenuta nella dimostrazione del teor. 5, non appena si veda questa alla luce della dimostrazione del teor. 4. Alla grandezza composta dalle suddette due grandezze così ottenuta si può aggiungere – conservando, secondo Archimede, l'equilibrio – un'ulteriore grandezza composta da due grandezze uguali e aventi distanza dal fulcro doppia della distanza delle due grandezze componenti la grandezza iniziale, ecc. Così procedendo si perviene al coroll. C1, ecc.

Le considerazioni ora svolte permettono di dare una veste diversa ma equivalente all'assunzione che Archimede implicitamente fa nella dimostrazione del teor. 5. Precisamente tale assunzione equivale ad assumere *la possibilità di sovrapporre più grandezze in equilibrio conservando l'equilibrio.*[19]

Comunque, è il caso di ripeterlo, questa assunzione, analogamente a quella iniziale a cui è equivalente, nel caso del teor. 5 e dei suoi due corollari è giustificabile in modo ovvio e immediato con considerazioni di simmetria.

---

[18] Occorre però rilevare al riguardo che Archimede, nel suo trattato, non fa mai ricorso, nelle dimostrazioni, ad un tal genere di considerazioni, nemmeno nel caso in cui, con il ricorso ad esse, le dimostrazioni diventerebbero immediate e addirittura ovvie, come è appunto il caso del teor. 4 e del teor. 5.

[19] Questa osservazione sembra del tutto sfuggita a Dijksterhuis, come conferma il commento che fa a p. 239, primo capoverso, del suo trattato (si veda E. J. Dijksterhuis, *op. cit.*).

1.9 – L'analisi e il commento del post. VI e del teor. 6 vanno fatti in modo congiunto, in quanto tra loro strettamente connessi.

Il post. VI può sembrare a prima vista una banalità, la cui presenza tra gli altri postulati può addirittura sembrare priva di senso. Ma così non è, se si osserva che, come già si è anticipato al § 1.5, *per Archimede per grandezze uguali si deve intendere grandezze di ugual peso e nulla di più.*

Ciò emerge in modo inequivocabile dalla dimostrazione del teor. 6, qui riportata al § 1.3 e ripresa al § 1.4. Archimede divide il segmento ΛH in $2m$ segmenti uguali (si veda il § 1.4) e pone su ciascuno di essi una grandezza Z, la quale è contenuta $2m$ volte nella grandezza A, dopodiché afferma che «l'insieme di tutte queste grandezze Z [ossia la grandezza composta da tutte queste grandezze] è uguale alla grandezza A», il che sta proprio e soltanto a significare che le due grandezze – quella composta da tutte le suddette grandezze Z e la grandezza A – devono avere il medesimo peso, e niente di più. Quanto ora osservato basta per poter affermare che per Archimede per grandezze uguali si deve intendere, come si è detto, grandezze di uguale peso e nulla di più, e che tali grandezze possono essere composte da altre grandezze, in numero qualsiasi.

L'eguaglianza dei pesi delle suddette due grandezze segue dalla costruzione stessa di Archimede, non appena si ritenga che valga la *proprietà additiva* per i pesi (date più grandezze, la somma dei loro pesi è uguale al peso della grandezza composta da esse).

All'eguaglianza delle due suddette grandezze si può dare un'interpretazione alquanto espressiva, la quale è implicita nell'esposizione di Archimede, ed anzi è quanto esattamente esprime nella sostanza Archimede: interpretando i pesi della grandezza A e delle $2m$ grandezze Z poste sul segmento ΛH come forze, e indicando tali forze con $\mathbf{A}$ e con $\mathbf{Z}$ e le loro intensità ancora con A e con Z, l'eguaglianza delle suddette due grandezze sta proprio ad esprimere che la risultante delle $2m$ forze $\mathbf{Z}$ è uguale alla forza $\mathbf{A}$. Cioè, in formule:

$$\mathbf{A} = 2m\,\mathbf{Z}\,. \qquad (3)$$

Il motivo per cui si è di proposito alquanto insistito su questi aspetti apparentemente ovvi apparirà chiaro ai §§ 1.12, 1.13 e 1.14.

Riprendendo il testo della dimostrazione di Archimede, all'affermazione che «l'insieme di tutte queste grandezze Z è uguale alla grandezza A» Archimede aggiunge che «il centro di gravità della grandezza composta da tutte queste grandezze Z [uguale alla grandezza A] sarà il punto E. [...] Pertanto la grandezza A risulta posta nel punto E [...]». Quanto ora riportato sta ad esprimere che la grandezza composta dalle $2m$ grandezze Z poste sul segmento ΛH, la quale ha il suo centro di gravità nel punto medio E di ΛH, è, per Archimede, uguale alla grandezza A posta in E e si può quindi sostituire con essa, che è quanto Archimede implicitamente fa quando afferma: «Pertanto la grandezza A risulta posta nel punto E».

A questo punto si può senza alcuna incertezza affermare che a permettere ad Archimede di sostituire la grandezza A alla grandezza composta dalle $2m$ grandezze Z poste sul segmento ΛH è proprio il post. VI.

In breve, dalla dimostrazione del teor. 6, come si è ora visto, emerge in modo inequivocabile il reale significato che va attribuito al post. VI: *sostituire a grandezze che a determinate distanze sono in equilibrio grandezze eguali ad esse e poste alle stesse distanze, per Archimede significa sostituire alle grandezze originarie altre grandezze di eguale peso aventi i rispettivi centri di gravità nei centri di gravità delle grandezze che vengono sostituite.* Quest'ultima condizione per i centri di gravità delle nuove grandezze e quella che essi abbiano gli stessi pesi delle grandezze a cui si vanno a sostituire è quanto richiede Archimede alle nuove grandezze, e niente di più: nessun'altra condizione viene imposta e pertanto queste grandezze possono essere, come appunto accade nella dimostrazione del teor. 6,[20] grandezze composte da altre grandezze, in numero qualsiasi, ferma restando la condizione relativa ai centri di gravità.

A tutto quanto è stato ora osservato occorre aggiungere che Archimede, nella dimostrazione che dà del teor. 6, fa ricorso al post. VI pur non potendo affermare che si è in presenza dell'equilibrio, in quanto l'equilibrio costituisce il punto di arrivo nella dimostrazione del teorema. Il post. VI, che Archimede ha enunciato facendo riferimento al caso di grandezze in equilibrio, va pertanto inteso, più in generale, nel senso seguente: *a grandezze situate a determinate distanze*

[20] In realtà, ma nulla cambia nella sostanza, nella dimostrazione del teor. 6 Archimede procede in senso opposto, e cioè sostituisce a grandezze composte da più grandezze grandezze uguali (e cioè di pesi uguali) ad esse ed aventi gli stessi centri di gravità.

si possono sempre sostituire grandezze uguali ad esse e poste alle stesse distanze.

Quanto ora osservato, che, una volta precisato che cosa si debba intendere per grandezze uguali, costituisce il reale significato che Archimede attribuisce al post. VI, svolgerà un ruolo essenziale nella Parte II della presente esposizione.

1.10 – È il caso di rilevare esplicitamente che i vari autorevoli traduttori e commentatori delle Opere di Archimede, come Heiberg, Ver Eecke, ecc., mentre da un lato si sono curati di aggiungere, nella dimostrazione del teor. 6, i rinvii al coroll. C2 del teor. 5 nei punti, invero piuttosto evidenti, in cui questo corollario interviene (si vedano a proposito le note 7 e 8), non hanno affatto aggiunto il rinvio al post. VI nei punti in cui Archimede fa ad esso ricorso. Ciò sta evidentemente a significare che né lo spirito della dimostrazione data da Archimede, né, in particolare, il reale significato del post. VI sono stati da tali autori effettivamente colti.

A questo rilievo non fa eccezione nemmeno Dijksterhuis, il quale, dopo avere riportato nel suo trattato la dimostrazione del teor. 6 con i rinvii al coroll. C2 di cui si è ora detto, nel suo lungo commento a tale teorema scrive, per quanto concerne il post. VI: «[...] Non appena supponiamo [...] che per "grandezze a stessa distanza" Archimede intenda "grandezze i cui centri di gravità si trovano alla stessa distanza dal fulcro", riusciamo ad attribuire un significato ragionevole a questo postulato [...]». E al riguardo aggiunge in nota: «L'interpretazione del post. VI qui riportata è dovuta a O. Toeplitz, che ringrazio per avermi spiegato per iscritto e a voce il suo punto di vista».[21] Come si può constatare, la corretta, anzi esatta, interpretazione del post. VI, quale scaturisce inequivocabilmente dalla dimostrazione data da Archimede del teor. 6, resta per Dijksterhuis soltanto «un significato ragionevole» attribuito a questo postulato, ed anzi un «punto di vista», anche se da Dijksterhuis completamente accettato. Bastano queste poche affermazioni per poter concludere che Dijksterhuis non deve mai avere ben compreso la suddetta dimostrazione. Ciò contribuisce a spiegare il motivo per cui il suo lungo commento al teor. 6, per quanto dotto e documentato, sembra in più di un punto poco

[21] Cfr. E. J. Dijksterhuis, *op. cit.*, p. 238.

chiaro e poco convincente. Sul tale commento si ritornerà ancora al § 2.15.

1.11 – Anche come riepilogo, è il caso di mettere in evidenza la concatenazione che lega tra loro i vari postulati e teoremi che sono stati nella presente esposizione riportati e commentati.

Il teor. 6 fa intervenire il post. VI e il coroll. C2, il quale a sua volta segue dal teor. 5. Il teor. 5 è collegato al teor. 4, il quale a sua volta fa intervenire il post. I.

Il teor. 3, come si è messo chiaramente in evidenza al § 1.7, anticipa, con un'affermazione, quanto verrà provato con il teor. 6 (e, per il caso in cui i pesi siano incommensurabili, con il teor. 7), fornendo, per tale affermazione, un'indicazione di carattere qualitativo, dedotta tramite i post. III e I.

Analogamente al teor. 3, i teor. 1 e 2, come si è detto all'inizio del § 1.7, con i loro contenuti stanno tra l'altro ad indicare che per l'equilibrio deve verificarsi qualche condizione che deve intercorrere tra pesi e loro distanze dal fulcro, condizione che è appunto espressa dai teor. 6 e 7. Il teor. 1 fa intervenire i post. III e I, il teor. 2 i post. I e II.[22]

Quindi, in accordo con quanto già anticipato all'inizio del § 1.5, si può ben affermare che la trattazione fornita da Archimede presenta nell'insieme un aspetto coerente e unitario, contrariamente a quanto, tramite un esame superficiale, possa sembrare.

1.12 – Tenendo presente quanto osservato nella nota 17, è il caso a questo punto di riportare, almeno in parte, il commento che Dugas nel suo trattato fa alla dimostrazione data da Archimede del teor. 6: «Abbiamo riportato per esteso la dimostrazione del teor. 6 allo scopo di illustrare la natura dell'apparato logico di Archimede. Questo non dovrebbe comunque permettere di creare una troppo grande illusione di potenza. Infatti Archimede assume nella sua dimostrazione che il carico che grava sul fulcro della leva è uguale alla somma dei due pesi

[22] È evidente che i restanti postulati (e precisamente i post. IV, V e VII) riportati al § 1.1, intervengono in quella parte del trattato di Archimede che nella presente esposizione non è stata presa in esame. Comunque è il caso di ricordare che il post. IV fornisce, tra l'altro, una notevole indicazione per un'esatta interpretazione del testo, come si è visto al § 1.5.

che esso deve reggere. Inoltre egli fa uso del principio di sovrapposizione degli stati di equilibrio, senza rilevare che questo è un postulato sperimentale. Infine, e questa è l'obiezione più rilevante [...], Archimede, unitamente a quelli che, tra i suoi successori, cercarono di migliorare la sua dimostrazione, tacitamente fa l'assunzione che il prodotto $P\,L$ misuri l'effetto di un peso P posto a una distanza L da un asse orizzontale [...]».[23]

Rinviando alla Parte II della presente esposizione ogni commento relativo a quest'ultima parte della critica di Dugas – la quale prova tra l'altro che Dugas non ha affatto capito la dimostrazione di Archimede e soprattutto non ha per niente colto il significato del post. VI, tanto che conclude la sua critica con l'affermazione, invero sconcertante: «È perciò impossibile, con l'aiuto dei postulati di Archimede soltanto, dare consistenza al teor. 6 in modo logico» – per ora ci si soffermerà soltanto sulle restanti critiche di Dugas sopra riportate.

Per quanto concerne l'affermazione che Archimede farebbe ricorso al «principio di sovrapposizione degli stati di equilibrio», l'obiezione di Dugas è del tutto fuori di posto in quanto egli si riferisce alla dimostrazione del teor. 6, nella quale Archimede non fa affatto ricorso a un tale principio. Tenendo presente quanto nella presente esposizione è stato osservato al § 1.8, tale obiezione, ma piuttosto impropriamente, si potrebbe semmai rivolgere alla dimostrazione del teor. 5, dimostrazione alla quale invece Dugas nemmeno accenna, ritenendo addirittura tale teorema un semplice corollario del teor. 4.

Infine, l'affermazione di Dugas che «Archimede assume nella sua dimostrazione che il carico che grava sul fulcro della leva è uguale alla somma dei due pesi che esso deve reggere», richiede un adeguato approfondimento. Al § 1.9 si è visto qual è il corretto significato che va attribuito all'affermazione che due grandezze sono uguali e si è visto che nel caso della grandezza A e della grandezza composta dalle $2m$ grandezze Z poste sul segmento $\Lambda\,H$, la loro eguaglianza si traduce nell'eguaglianza (3). Analogamente, nel caso della grandezza B e della grandezza composta dalle $2n$ grandezze Z poste sul segmento $H\,K$ (si veda il § 1.4) la loro eguaglianza si traduce nell'eguaglianza

$$\mathbf{B} = 2n\,\mathbf{Z}\,. \qquad (3')$$

[23] Cfr. R. Dugas, *op. cit.*, pp. 27-28.

D'altra parte sul segmento ΛK (= ΛH + HK) si vengono a trovare $2m + 2n$ grandezze Z, e la grandezza composta da tutte queste grandezze – che, come implicitamente afferma Archimede al termine della sua dimostrazione (si veda il § 1.3) è uguale alla grandezza composta dalle grandezze A e B – ha come peso, conformemente a quanto rilevato al § 1.9 sull'uguaglianza tra due grandezze, il peso **A** + **B**. Inoltre il centro di gravità di tale grandezza si trova nel punto Γ, ossia nel fulcro della leva, sul quale grava pertanto il «carico» **A** + **B**.

Le considerazioni ora svolte provano, da un lato, che Archimede nella sua dimostrazione non fa affatto l'assunzione che gli attribuisce Dugas, e, dall'altro, che l'evenienza che il carico che grava sul fulcro risulti uguale alla somma dei due pesi **A** e **B** deriva, in definitiva, dalla corretta interpretazione del post. VI.

Comunque tale evenienza si può addirittura e più semplicemente vedere come un caso particolare del post. VI, e perciò considerare in esso inclusa, come traspare da quanto osservato alla fine del § 1.9. Essa infatti si può intendere come corrispondente al caso in cui le grandezze siano a distanza nulla dal fulcro: intendendo il post. VI esteso a tale caso, esso permette di sostituire ad una grandezza applicata nel fulcro una grandezza uguale (nel senso attribuito a tale termine da Archimede, e cioè di uguale peso) composta da due grandezze che si fanno equilibrio rispetto al fulcro.

1.13. – Si è ora visto che l'assunzione che il carico che grava sul fulcro della leva sia uguale alla somma dei pesi che esso deve reggere, nella trattazione di Archimede si possa, sia pure con una certa forzatura, considerare inclusa nel post. VI: comunque, anche se non è mai stata esplicitamente formulata da Archimede, essa, con i due pesi supposti uguali, qualche volta è stata ricordata in meccanica come *postulato di Archimede*.[24]

Nel Settecento una dimostrazione diretta di esso è stata tentata da Daviet de Foncenex (1762), il quale, nel suo tentativo, è pervenuto ad una notevolissima equazione funzionale, dedotta però in modo non soddisfacente. Di tale equazione Foncenex ha considerato soltanto una soluzione particolare, ritenendo che questa fosse la soluzione generale. Tale soluzione particolare è proprio quella che porta ad affermare che due pesi uguali **P** posti ad uguale distanza dal fulcro hanno come risultante 2 **P**, che è appunto quanto afferma il «postulato» di cui si sta trattando.

Successivamente a Foncenex, un tentativo di dimostrazione, del tutto errato, è stato fatto da d'Alembert (1769). Una dimostrazione totalmente rigorosa e particolarmente elegante è stata infine data da Fourier (1798). Una dimostrazione altrettanto elegante è riportata anche da Lagrange, nella seconda edizione della sua *Mécanique Analytique* (1811), dimostrazione che è fondata su considerazioni che risalgono a Huygens. Occorre comunque dire che a fondamento di queste dimostrazioni, successive al tentativo di Foncenex, stanno sempre casi particolari della legge di composizione delle forze, nonché proprietà che sono caratteristiche della geometria euclidea.

Ritornando all'equazione funzionale di Foncenex, è il caso di aggiungere, sia pure soltanto con un accenno, che la soluzione particolare da lui considerata (risultante dei due pesi **P** uguale a 2 **P**) è caratteristica della geometria euclidea. Si può quindi affermare che *il postulato di Archimede*[25] *svolge lo stesso ruolo del V postulato di Euclide, ossia è ad esso equivalente.* Le restanti classi di soluzioni di tale equazione, come ha osservato Genocchi (sia pure con tutto un complesso di considerazioni non esente da numerose pecche), sono caratteristiche delle geometrie non euclidee.[26] Tali notevolissimi risultati di Genocchi, che in un certo senso hanno un legame con l'opera di Archimede, e precisamente, come si è visto alla fine del § 1.12, col post. VI, hanno trovato notevole spazio in vari trattati sulle equazioni funzionali (e precisamente nei capitoli che trattano dell'equazione funzionale di d'Alembert), in modo però anonimo, e cioè senza che mai venisse ricordato che a scoprire tali risultati (apparsi tra il 1869 e il 1877) è stato appunto Genocchi.

---

[24] Esso non va ovviamente confuso con l'altro *postulato di Archimede*, che interviene in algebra.

[25] Si tenga presente la nota 24.

[26] Una storia ed un'analisi piuttosto dettagliata di quanto molto brevemente riassunto nel presente paragrafo è contenuta in D. GALLETTO, *Il contributo di Angelo Genocchi all'Accademia delle Scienze di Torino con particolare riferimento alle geometrie non euclidee*, in: *Angelo Genocchi e i suoi interlocutori scientifici*, a cura di A. Conte e L. Giacardi, Torino, Deputazione Subalpina di Storia Patria, 1991, pp. 113-153.

1.14 – Dal punto di vista concettuale la condizione che sia verificato il *postulato di Archimede* non differisce dalla condizione che sussista la proprietà additiva espressa dalla relazione (3), ossia non differisce dalla condizione che sussista la relazione in cui si traduce la definizione di uguaglianza tra grandezze nel senso di Archimede.[27] Si può pertanto affermare che il verificarsi della condizione (3), ossia della condizione in cui si traduce la definizione di uguaglianza tra grandezze nel senso di Archimede, comporta necessariamente che lo spazio ambiente sia euclideo.

Se si osserva inoltre che, come traspare da quanto richiamato e visto al § 1.9, Archimede nella sua dimostrazione del teor. 6 fa sistematico ricorso, oltre che alla proprietà additiva, alla proprietà associativa, tutto quanto ora visto permette di vedere il post. VI in tutta la sua reale portata e nel suo reale significato: esso sta ad esprimere che nell'ordinario spazio euclideo *le forze parallele e concordi (e, più precisamente, le forze rappresentate dai pesi) si possono comporre o scomporre tra loro e che la legge che caratterizza tali operazioni di composizione e di scomposizione gode della proprietà associativa e additiva,* nel senso che è stato precisato al § 1.9. È questa l'interpretazione corretta e definitiva che spetta al post. VI, con tutte le implicazioni che essa comporta: a più pesi aventi differenti punti di applicazione si può sostituire il loro peso risultante, uguale alla loro somma, applicato nel loro centro di gravità e viceversa, e a più pesi aventi lo stesso punto di applicazione si può sempre sostituire il peso costituito dalla somma di essi. E poiché, com'è evidente, in questi casi vale anche la proprietà commutativa, si può affermare che tali casi sono casi particolari della *legge di composizione delle forze*; in particolare, l'ultimo caso corrisponde al caso particolare in cui le forze (e cioè i pesi) abbiano la stessa retta di applicazione e lo stesso verso.

In altri termini, si può concludere che *il post. VI sta a significare che per i pesi vale la legge di composizione delle forze.*

Questo aspetto, che è implicito nella trattazione di Archimede e che pone in chiara evidenza tutta la reale portata del post. VI, con tutte le sue conseguenti implicazioni, assicurando tra l'altro piena e

[27] Sotto tale forma la critica di Dugas diventa ancora più contraddittoria, in quanto in tale caso Dugas rimprovererebbe in definitiva ad Archimede di aver fatto ricorso, nella sua dimostrazione del teor. 6, al post. VI.

totale validità alla tanto discussa dimostrazione del teor. 6, è sino ad oggi sfuggito ai commentatori e studiosi dell'opera di Archimede.

A tutto quanto si è visto sino ad ora occorre ancora aggiungere che – anche se molto probabilmente la legge che stabilisce l'equilibrio della leva era già nota da tempo (ma, ovviamente, non dimostrata) e quindi il concetto di ***momento statico*** già precedentemente introdotto – con la dimostrazione data da Archimede del teor. 6 tale concetto entra in modo chiaro, rigoroso e definitivo nella meccanica, con tutta la sua portata e importanza. In tal senso Archimede si può a ragione ritenere il vero scopritore di tale concetto.

L'insieme delle osservazioni e conclusioni sino ad ora viste, che scaturiscono tutte dall'analisi del trattato *Sull'equilibrio dei piani,* provano quanto tale trattato, per quanto si presenti alquanto conciso e scarno, risulti in realtà, come tutte le opere di Archimede, particolarmente profondo e denso di concetti e di significati e sorprendentemente moderno.

2. La critica di Mach

2.1 – Contro la dimostrazione che Archimede ha dato del teor. 6 si è scagliata, particolarmente dura, la critica di Ernst Mach. Nel suo trattato *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico,* apparso in numerose edizioni di cui la prima risale al 1883, Mach scrive testualmente: «Archimede parte dalle seguenti supposizioni che considera per sé evidenti:

a) pesi uguali applicati a distanze uguali (dal fulcro) sono in equilibrio;

b) pesi uguali applicati a distanze disuguali (dal fulcro) non sono in equilibrio, e quello che è sospeso alla distanza maggiore si abbassa.

«Da esse Archimede deduce:

"Pesi commensurabili sono in equilibrio quando sono inversamente proporzionali alle loro distanze dal punto di appoggio"».[28]

Le «supposizioni» che Archimede farebbe sarebbero quindi, secondo Mach, soltanto la a) e la b), e cioè soltanto il post. I, e, secondo Mach,

[28] E. Mach, *La meccanica nel suo sviluppo storico-critico,* traduzione italiana di A. D'Elia, Torino, Boringhieri, 1968; p. 43.

da tale postulato, e soltanto da tale postulato, Archimede dedurrebbe il teor. 6. In breve, nel fare le affermazioni ora riportate, Mach ignora completamente i restanti postulati, e soprattutto il post. VI.

Nel commento che segue alle suddette affermazioni, Mach rileva che la «supposizione» b) comporta che «non solo i pesi, ma anche le loro distanze siano circostanze determinanti della rottura dell'equilibrio»,[29] in accordo con quanto qui osservato all'inizio del § 1.7.

È dalla conclusione che *«i pesi e le loro distanze sono le sole condizioni determinanti»* che, secondo Mach, «la prima proposizione [30] di Archimede acquista un alto grado di evidenza e può servire come fondamento a ulteriori ricerche»,[31] ricerche che, stando al testo di Mach, avrebbero come fine la dimostrazione del teor. 6, e cioè proprio di quel teorema che, secondo Mach, Archimede farebbe appunto discendere soltanto dalle «supposizioni» a) e b) e cioè, come si è rilevato, soltanto dal post. I.

E in effetti Mach prosegue: «Esporremo ora in modo più libero il processo di idee con cui Archimede cerca di ricondurre il principio generale della leva a quello particolare, in apparenza di per sé evidente. Due pesi uguali di valore 1, sospesi in *a* e in *b*, sono in equilibrio se l'asta *ab* è girevole intorno al suo punto medio *c* (fig. 2).[32] Se si sospende tutto il sistema a un filo in *c*, questo filo – astraendo dal peso dell'asta – sorreggerà un peso pari a 2. In conclusione, due pesi uguali applicati alle estremità dei bracci sostituiscono il peso doppio applicato al centro dell'asta».[33]

È subito il caso di rilevare che, con un tal modo di procedere, Mach a questo punto non ricorre soltanto al post. I, bensì, soprattutto, come chiaramente emerge dalle ultime due frasi riportate, a quel postulato di Archimede di cui nella presente esposizione si è trattato alla fine del § 1.12 e al § 1.13, postulato che si può intendere come un caso particolare del post. VI.[34]

[29] E. MACH, *op. cit.*, p. 44.

[30] Mach indica ora con tale termine ciò che egli ha chiamato «supposizione». In questo caso si tratta della «supposizione» a).

[31] E. MACH, *op. cit.*, p. 44.

[32] Le figure 2, 3, 4 sono tratte dal testo di Mach.

[33] E. MACH, *op. cit.*, p. 44.

[34] Mach cioè, senza rendersene conto, ricorre all'ulteriore assunzione, sulla quale pertanto non trova nulla da ridire, che il fulcro sorregga un peso uguale alla somma dei pesi applicati alla leva. Come si è visto al § 1.13, tale assunzione è stata oggetto di particolari indagini da parte di vari matematici del Settecento.

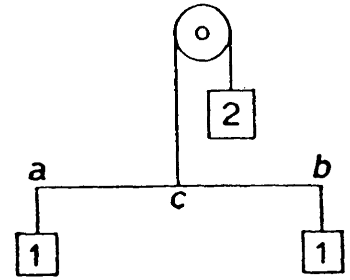


Fig. 2

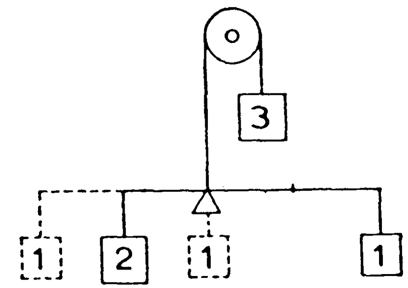


Fig. 3

Mach prosegue poi: «Sospendiamo ora pesi che stanno nelle proporzioni *1 : 2* alle estremità di una leva (fig. 3), i cui bracci stiano tra loro nel rapporto *2 : 1*. Immaginiamo che il peso *2* possa essere sostituito da due pesi *1* che sono applicati da una parte e dall'altra alla distanza *1* dal punto di sospensione. Abbiamo anche in questo caso perfetta simmetria rispetto al punto di sospensione e quindi di equilibrio.

«Sospendiamo ancora i pesi *4* e *3* ai bracci di leva *3* e *4* (fig. 4). Allunghiamo il braccio *3* di *4* e il braccio *4* di *3*, sostituiamo i pesi *4* e *3* rispettivamente con *4* e *3* paia di pesi disposti simmetricamente. Anche in questo caso abbiamo perfetta simmetria. Questa trattazione, che abbiamo svolto per grandezze particolari, può essere facilmente generalizzata».[35]

Come si vede, a questo punto Mach nell'esporre «in modo più o meno libero il processo di idee con cui Archimede cerca di ricondurre il principio generale della leva a quello particolare», costituito dalla «supposizione» a), non solo fa ricorso a considerazioni di simmetria, le quali, come si è osservato nella nota 18, sono totalmente estranee al modo di procedere di Archimede, ma addirittura non si rende

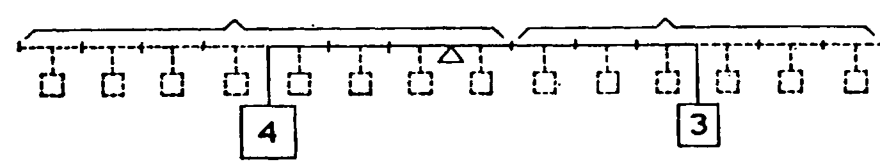


Fig. 4

[35] E. MACH, *op. cit.*, pp. 44-45.

affatto conto che non fa soltanto ricorso alla suddetta «supposizione», ma che fa anche sistematico, continuo ricorso al post. VI, inteso nel suo corretto, esatto significato, quale è stato ampiamente precisato al § 1.9. Infatti, come si è visto negli esempi sopra riportati, scrive: «Immaginiamo che il peso 2 possa essere sostituito da due pesi *1* [...]», e ancora: «Sostituiamo i pesi *4* e *3* rispettivamente con *4* e *3* paia di pesi disposti simmetricamente». Ciò è in totale contrasto con la sua falsa affermazione che Archimede dedurrebbe la legge della leva ricorrendo soltanto alle «supposizioni» a) e b), e cioè al post. I. In breve, Mach, in queste sue considerazioni, è in totale contraddizione con se stesso.

Occorrerebbe ancora aggiungere, a rigore, che Mach nell'illustrare la dimostrazione di Archimede, in realtà in modo alquanto sbrigativo e senza coglierne affatto lo spirito (al punto di non rendersi conto che tale dimostrazione si fonda essenzialmente sul post. VI),[36] perviene, già con il suo terzo esempio, a una situazione di «totale simmetria», e cioè di equilibrio, in cui interviene un numero di pesi disposti simmetricamente maggiore di due, situazione che non è quindi quella contemplata dalla «supposizione» a), la quale, come si può dedurre subito considerando contemporaneamente le «supposizioni» a) e b), fa riferimento al caso di due pesi soltanto. Mach, per essere precisi, dovrebbe perciò collegarsi non tanto alla sua «supposizione» a) e cioè al post. I, quanto a quelli che per Archimede sono i coroll. C1 e C2 del suo teor. 5. Tenendo però presente che – a differenza di Archimede, il quale, come già si è detto alla nota 18, non fa mai ricorso a considerazioni di simmetria, Mach fa frequentissimo ricorso a tale tipo di considerazioni che già addirittura usa per fornire una giustificazione alla «supposizione» a) – i suddetti corollari, con tale tipo di considerazioni, diventano di giustificazione ovvia, al punto di poter permettere di ritenere la «supposizione» a) estesa al caso in cui il numero di pesi disposti simmetricamente rispetto al fulcro sia non soltanto due ma qualsiasi. Pertanto tale «supposizione» verrà intesa, nei casi in cui ciò si presentasse necessario, in tal senso nel seguito, come, di conseguenza, in tal senso verrà pertanto intesa, se necessario, quella parte del post. I che corrisponde alla «supposizione» a).

Comunque, nonostante questa possibilità di estendere la «supposizione» a), che nella sostanza costituisce una "concessione" che viene fatta a Mach, il seguito dell'analisi che egli fa della trattazione di Archimede, come si vedrà, presenta aspetti che lasciano veramente sconcertati, se non addirittura interdetti, nel senso letterale del termine.

2.2. – Alla conclusione dell'esame di ciascuno dei suoi esempi, e precisamente del suo secondo e terzo esempio, Mach rileva, come si è visto, che ci si trova in presenza di una situazione di «perfetta simmetria» rispetto al punto di sospensione e che si ha quindi l'equilibrio, situazione di «perfetta simmetria» per pervenire alla quale, anzi per costruire la quale, ha dovuto, tra l'altro e in contrasto con quanto afferma, fare sistematico ricorso al post. VI. Alla luce di quanto ora osservato si presenta pertanto veramente sconcertante quanto Mach scrive nel dare l'avvio alla sua critica alla trattazione di Archimede: «Per quanto le conclusioni di Archimede e dei suoi seguaci riscuotano in un primo momento la nostra approvazione, tuttavia a un esame più attento nasce qualche dubbio sul loro rigore. Dalla pura assunzione dell'equilibrio di pesi uguali situati a distanze uguali è derivata la proporzione inversa fra pesi e distanze! Come è possibile? Se non abbiamo scoperto con il solo ragionamento la semplice dipendenza dell'equilibrio dal peso e dalla distanza [espressa dalle «supposizioni» a) e b)], ma abbiamo dovuto ricavarla dall'esperienza [che interviene tramite tali «supposizioni»], tanto meno potremo determinare con procedimento speculativo la forma di questa dipendenza, cioè la proporzionalità».[37]

[36] Ciò si può constatare appieno considerando il terzo esempio di Mach, sbrigativamente esposto, come si è visto, in quattro righe. A scopo esemplificativo, ed anche per una corretta comprensione del testo, è il caso di ricordare, facendo riferimento proprio al suddetto esempio di Mach, in che cosa effettivamente consista la dimostrazione data da Archimede.

Per Archimede i pesi *4* e *3*, situati rispettivamente a distanze *3* e *4* dal fulcro, sono ***uguali*** (nel senso precisato al § 1.9) rispettivamente alle quattro e tre paia di pesi disposti simmetricamente rispetto ai punti in cui sono situati i pesi *4* e *3* (si veda la fig. 4), e queste quattro e tre paia di pesi hanno quindi gli stessi centri di gravità dei suddetti pesi. Per il post. VI, queste quattro e tre paia di pesi possono pertanto essere sostituiti rispettivamente ai suddetti pesi *4* e *3*. D'altra parte le sette (= *4* + *3*) paia di pesi risultano in equilibrio e quindi i pesi *4* e *3* situati a distanze *3* e *4* dal fulcro sono in equilibrio.

Dall'inversa proporzionalità tra pesi e distanze e dall'uguaglianza tra pesi (grandezze) nel senso precisato al § 1.9, nonché dal fatto che i pesi uguali nel senso ora precisato che intervengono nella deduzione di Archimede hanno per costruzione il medesimo centro di gravità, segue pertanto, tramite il ricorso al post. VI, che si ha l'equilibrio. Come si può constatare, il ragionamento di Archimede è nella sostanza molto più profondo e articolato di quanto possa apparire dall'affrettata, alquanto superficiale e incompleta presentazione fatta di esso da Mach.

[37] E. MACH, *op. cit.*, p. 47.

Mach, con questo suo commento, non si rende affatto conto che sta ad affermare (si tenga in particolare presente l'affermazione, espressa addirittura con evidente sorpresa: «Dalla pura assunzione dell'equilibrio di pesi uguali a distanze uguali è derivata la proporzione inversa tra pesi e distanze! Come è possibile?») che negli esempi da lui riportati avrebbe proceduto in senso esattamente opposto a quello da lui in realtà seguito. La situazione di equilibrio, rappresentata dalla situazione di «perfetta simmetria», come si è sopra rilevato, rappresenta infatti, negli esempi considerati da Mach, la conclusione, e cioè il punto di arrivo, e non il punto di partenza, che è rappresentato invece dalla «proporzione inversa tra pesi e distanze»! In altri termini, gli esempi di Mach stanno ad indicare che, partendo dalla «proporzione inversa tra pesi e distanze», si giunge, tramite il ricorso al post. VI e ricalcando il modo di procedere di Archimede, a una situazione di «perfetta simmetria», ossia alla conclusione che si ha l'equilibrio (e cioè stanno ad indicare che tale condizione è sufficiente per l'equilibrio), e non stanno affatto ad indicare il viceversa (e cioè che tale condizione è necessaria per l'equilibrio).

È il caso di rilevare a questo punto che tale assurdità è in pieno contrasto con l'altra assurdità (in parte già illustrata) contenuta nell'affermazione fatta da Mach all'inizio della sua analisi della trattazione di Archimede: «Da esse [*e cioè dalle «supposizioni» a) e b)*] Archimede deduce: "Pesi commensurabili sono in equilibrio quando sono inversamente proporzionali alla loro distanza dal punto di appoggio"», la quale sta ad esprimere che «la proporzione inversa tra pesi e distanze» è condizione sufficiente per l'equilibrio.

Nonostante la suddetta assurdità contenuta nelle frasi di Mach poco sopra riportate, occorre dire che in tali frasi sta riposto, in aggiunta, qualcosa che presenta aspetti addirittura peggiori.

E infatti, nonostante la "concessione" relativa alla «supposizione» a) che è stata fatta a Mach e di cui si è detto alla fine del § 2.1, tenendo presente proprio quanto si è osservato e scritto al riguardo, bisogna rilevare che tali frasi, attraverso un'attenta lettura, lasciano chiaramente intendere, senza alcun dubbio, che «la pura assunzione dell'equilibrio di pesi uguali situati a distanze uguali» è proprio ed esattamente la «supposizione» a) intesa nel suo significato originario, il quale fa riferimento a due, e soltanto a due, pesi uguali. Ma con ciò Mach ritiene non solo, come si è appena visto e al contrario di quanto ha fatto tramite i suoi esempi, di avere provato che dall'equilibrio segue «la proporzione inversa tra pesi e distanze», ma addirittura ritiene che quanto ha provato discenda proprio, puramente e soltanto, dalle «supposizioni» a) e b), intese nel loro significato originario, e cioè enunciate con riferimento a due, e soltanto a due, pesi uguali. Ciò sta in sostanza a significare che egli ritiene di aver provato che tutti gli esempi che si possono considerare per illustrare il procedimento di Archimede, come ad esempio il terzo, sono in definitiva una pura, logica conseguenza del primo esempio da lui dato, che poi non è altro che una specie di riesame della «supposizione» a) in cui si fa intervenire, secondo il solito, il post. VI. In breve, Mach sta ad affermare che il suo terzo esempio deriva puramente dal primo, senza l'intervento di nulla che non sia la «supposizione» a), oppure la «supposizione» b). Come ciò possa accadere Mach però non ce lo spiega in nessun modo. Forse che, ottenuta la situazione di «perfetta simmetria» che sta alla conclusione dei suoi esempi, egli, ma senza dirlo o lasciarlo intendere in alcun modo, addirittura senza affatto rendersene conto, abbia applicato nuovamente il post. VI, e questa volta in senso opposto a quello da lui applicato in precedenza? Invero, come si può constatare, in quanto ha scritto non esiste la benché minima traccia che permetta di poter avanzare una simile ipotesi, la quale pertanto, già fantasiosa, si presenta del tutto infondata.

Tutto questo insieme di cose ora viste sta chiaramente a dimostrare che Mach non ha affatto capito che cosa abbia ottenuto con le sue costruzioni che stanno alla base dei suoi esempi e che cosa intendesse in realtà ottenere con essi.

2.3 – Basterebbero già tutte le cose sino ad ora osservate, unitamente al fatto che Mach, contrariamente a quanto afferma, fa intervenire nei suoi esempi, oltre al post. I, il post. VI, per poter dire che la critica di Mach appare sin dal suo inizio, con le confusioni e contraddizioni che presenta, assolutamente priva di seri e validi fondamenti. Ma, in considerazione dell'importanza che è stata ad essa sempre attribuita e per essere stata sino ad oggi diffusamente accolta e accettata, è purtroppo necessario proseguire oltre e addentro nell'analisi di essa.

Ritornando pertanto alle frasi riportate al § 2.2, Mach, oltre a quanto già visto, contemporaneamente ribadisce in esse che le «supposizioni» da cui Archimede farebbe derivare la legge della leva – e, per essere precisi, quanto Archimede avrebbe derivato non sarebbe ora più, secondo Mach, la sufficienza di tale legge, bensì la necessità

– sarebbero soltanto le «supposizioni» a) e b), e cioè il post. I: pertanto, secondo quanto scrive Mach, Archimede avrebbe commesso, con il suo modo di procedere, un arbitrio, o qualcosa di peggio. È appunto quanto Mach afferma, a delucidazione e commento delle sue frasi riportate al § 2.2, nelle frasi successive, frasi che, per comodità di lettura e per facilitarne la comprensione, verranno qui di seguito riportate per esteso, per poi essere riprese, analizzate e commentate una ad una.

Scrive infatti Mach: «In realtà da Archimede e da tutti i suoi continuatori è introdotta in modo più o meno nascosto e tacito l'assunzione che l'effetto di rottura dell'equilibrio, prodotto da un peso *P* applicato alla leva alla distanza *L* dal fulcro, sia misurato dal prodotto *PL* (il cosiddetto momento statico). Innanzitutto è chiaro che in una disposizione perfettamente simmetrica l'equilibrio sussiste per *qualsiasi* dipendenza da *L* del momento che rompe l'equilibrio, cioè *Pf (L)*; perciò da questo equilibrio è impossibile derivare la forma determinata *PL*. L'errore della deduzione deve dunque trovarsi nella sostituzione sopra esposta, e ivi si trova di fatto. Archimede afferma che l'effetto di due pesi uguali resta uguale, in tutte le circostanze, all'effetto del peso doppio applicato nel punto medio del sistema. Però, per il fatto che suppone e conosce un'influenza della distanza dal punto di rotazione, egli non può affermare *a priori* che tale uguaglianza è valida anche per il caso in cui i due pesi hanno distanze ineguali dal fulcro. Se infatti un peso, applicato fuori dal fulcro, è diviso in due parti uguali spostate simmetricamente dall'originario punto di sospensione, allora una parte si avvicina al fulcro esattamente quanto l'altra se ne allontana. Se si afferma che l'effetto resta lo stesso anche in questo caso, si ha con ciò già definita la forma della dipendenza del momento da *L*, giacché la costanza dell'effetto è possibile solo quando tale forma sia *PL*, cioè quando fra *P* e *L* vi sia un rapporto di proporzionalità.

«A questo punto è superflua ogni altra discussione. È chiaro che l'intera deduzione contiene già come ipotesi, anche se non formulata esplicitamente, la proposizione che deve essere dimostrata».[38]

2.4. – Mach comincia dunque con l'affermare: «In realtà da Archimede e da tutti i suoi continuatori [che sarebbero, come scrive Mach, nientemeno che Stevin, Galileo e Lagrange] è introdotta in modo più o meno nascosto e tacito l'assunzione che l'effetto di rottura dell'equilibrio, prodotto da un peso *P* applicato alla leva alla distanza *L* dal fulcro, sia misurato dal prodotto *PL* (il cosiddetto momento statico)».

In realtà, come si può constatare dall'analisi svolta nella Parte I della presente esposizione, in nessuno dei postulati e in nessuno dei teoremi, incluso il teor. 6 con la relativa dimostrazione, nemmeno in modo implicito e particolarmente recondito, Archimede introduce un'assunzione di tal genere: e con la dimostrazione che dà del teor. 6 Archimede in definitiva si limita a provare che, introdotto implicitamente il «momento statico», l'eguaglianza dei «momenti» è sufficiente perché sussista l'equilibrio. È dalla dimostrazione (che, come si è detto al § 1.4, non viene data da Archimede) che tale condizione è anche necessaria per l'equilibrio che si può semmai trarre la conclusione (la quale quindi non è certo un'assunzione) che l'«effetto di rottura dell'equilibrio» è misurato – ma su questo si ritornerà a fondo tra poco – dal «momento statico». In accordo con quanto osservato al § 1.14, il «momento statico» fa la sua comparsa, introdotto da Archimede in modo implicito, soltanto nel momento in cui egli enuncia il teor. 6. Nelle sue deduzioni, prescindendo da quelle che direttamente seguono dall'ipotesi che sussista l'eguaglianza (1) e cioè l'eguaglianza dei «momenti», Archimede fa sistematico ricorso al concetto di uguaglianza tra grandezze, inteso nel senso precisato al § 1.9, e soprattutto al concetto di centro di gravità, di cui è in possesso di una precisa definizione (si veda al riguardo quanto osservato ai §§ 1.5 e 1.6), la quale, ottenuta tramite l'osservazione sperimentale, prescinde totalmente dal concetto di «momento statico».

In breve, alla base, a fondamento della teoria della leva sviluppata da Archimede, non sta in alcun modo e da nessuna parte il concetto di «momento statico», e meno che mai l'«assunzione» che secondo Mach «in modo più o meno nascosto e tacito» verrebbe introdotta da Archimede, bensì sta, oltre al concetto di uguaglianza tra grandezze, la definizione di centro di gravità, definizione ottenuta unicamente tramite l'osservazione sperimentale. Comunque, su tali affermazioni di Mach si deve ritornare sin da ora e diffusamente.

Fatte tutte le precisazioni ora viste, occorre infatti aggiungere, a commento della suddetta frase di Mach, che egli con tale frase si presenta in realtà piuttosto oscuro. E infatti che cosa sta esattamente a significare l'«assunzione che l'effetto di rottura dell'equilibrio, pro-

[38] *Ibid.*, p. 47.

dotto da un peso P applicato alla leva alla distanza L dal fulcro, sia misurato dal prodotto PL (il cosiddetto momento statico)»?

Per giungere ad una interpretazione corretta e chiara di tale «assunzione» occorre tenere presente che Mach, nelle frasi che precedono, come si è rilevato al § 2.2, considera come punto di partenza per la sua critica, sia pure erroneamente, la «supposizione» a): ciò porta a considerare una leva in equilibrio a cui siano applicati due pesi uguali a P e posti a distanze uguali a L dal fulcro. Ponendosi pertanto in tale situazione, la sola interpretazione ammissibile per la suddetta «assunzione» non può che essere la seguente: se si fa variare uno dei due pesi P, oppure la sua distanza L dal fulcro, oppure se si fanno variare entrambi liberamente, con la conseguenza che non si viene ad avere più l'uguaglianza dei «momenti statici» che si ha nella situazione iniziale, si ha la «rottura dell'equilibrio». A rigore, occorre al riguardo rilevare che i primi due casi (P che varia con L fissato e L che varia con P fissato), tenendo presente quanto visto al § 1.1, equivalgono rispettivamente al teor. 2 e alla seconda parte del post. I di Archimede (che è la «supposizione» b) di Mach) e pertanto non esprimono nulla di nuovo.

La novità, e cioè l'effettiva «assunzione», consiste quindi nel ritenere che *se si fanno variare sia P che L liberamente, con la conseguenza che il prodotto PL vari, si ha la «rottura dell'equilibrio»*. È questa pertanto l'interpretazione corretta e chiara dell'«assunzione» di cui, in modo piuttosto oscuro, parla Mach nella sua frase esaminata nel presente paragrafo.

Chiarito definitivamente il significato che va attribuito alla suddetta «assunzione», viene subito spontanea la seguente osservazione: se al variare del prodotto PL si ha la «rottura dell'equilibrio», nel caso in cui, pur variando P e variando L, tale prodotto non vari, non si può che avere l'equilibrio. E infatti, se così non fosse, e cioè se, pur presentandosi la «rottura dell'equilibrio», tale prodotto si mantenesse inalterato rispetto al suo valore nell'iniziale situazione di equilibrio, esso non misurerebbe più l'«effetto di rottura dell'equilibrio», in pieno contrasto con quanto afferma l'«assunzione» di cui si sta trattando.

Con tali osservazioni, la conclusione che porta la suddetta «assunzione» è pertanto la seguente: se il prodotto PL rimane immutato rispetto al suo valore nell'iniziale situazione di equilibrio, si ha ancora l'equilibrio.

In altri termini l'«assunzione» in questione comporta che l'inversa

proporzionalità tra pesi e distanze (ossia l'eguaglianza dei «momenti») è condizione sufficiente per l'equilibrio, che è quanto prova Archimede con la sua dimostrazione del teor. 6.

Come si può vedere subito, la suddetta «assunzione» comporta anche il viceversa di quanto ora visto, e cioè che se si ha l'equilibrio si conserva il «momento statico» PL, che è quanto dire che l'inversa proporzionalità tra pesi e distanze è anche condizione necessaria per l'equilibrio.

Il reale significato dell'«assunzione» in questione, con tutte le sue conseguenti implicazioni ora viste, non viene in nessun modo chiarito e quindi meno che meno posto in evidenza da Mach, il quale pertanto, a questo punto della sua critica, non rileva affatto – cosa che invece si presenterebbe necessaria per una corretta e agevole comprensione di quanto scrive – che l'«assunzione» che «da Archimede e da tutti i suoi continuatori, in modo più o meno nascosto e tacito» verrebbe introdotta, porta subito a quanto Archimede realmente dimostra.

Mach prosegue invece nella sua critica, invero in modo anche ora ben poco chiaro, critica che da questo punto in poi sembra prefiggersi lo scopo di far vedere tramite quale via e in quale punto della sua dimostrazione tale «assunzione» verrebbe da Archimede introdotta. Ma, contrariamente a quanto possa sembrare, la meta a cui alla fine giungerà Mach in realtà risulterà diversa da questa.

2.5 – Mach prosegue pertanto: «Innanzitutto è chiaro che in una disposizione perfettamente simmetrica l'equilibrio sussiste per *qualsiasi* dipendenza da L del momento che rompe l'equilibrio, cioè $Pf(L)$; perciò da questo equilibrio è impossibile derivare la forma determinata PL».

Con tale frase Mach intanto ribadisce ancora una volta implicitamente la falsa affermazione che Archimede assuma come postulati di partenza soltanto il post. I e come, di conseguenza, non sia possibile, da tale postulato soltanto, dedurre che l'«effetto» prodotto da P sia misurato dalla «forma determinata PL». Contemporaneamente assume, senza addurre alcuna giustificazione al riguardo, tacitamente, che il «momento che rompe l'equilibrio» [39] sia lineare in $P : Pf(L)$. In real-

[39] Si è ritenuto opportuno rispettare alla lettera il testo della traduzione italiana da cui sono state tratte le varie frasi di Mach (si veda la nota 28), traduzione che d'altronde, nella sostanza, risulta fedele al testo originale in tedesco.

tà, se non si svolgono adeguate considerazioni esplicative e giustificative, tale assunzione si presenta del tutto arbitraria e pertanto, in luogo del prodotto $Pf(L)$, va considerata un'arbitraria funzione non solo di L ma anche di $P : \varphi(P, L)$, in quanto «in una disposizione perfettamente simmetrica l'equilibrio sussiste» non solo «per *qualsiasi* dipendenza da L» ma anche per *qualsiasi* dipendenza da P «del momento che rompe l'equilibrio». In conclusione, ritenere, come fa Mach, che tale «momento» sia espresso da $Pf(L)$, e cioè che si abbia

$$\varphi(P, L) = Pf(L)\,, \tag{4}$$

risulta, almeno a priori, un'assunzione priva di giustificazioni a fondamento.

Occorre poi rilevare e tenere presente che Mach, con la frase sopra riportata, oltre a implicitamente riaffermare che da Archimede viene fatta l'«assunzione» di cui si è trattato al § 2.4, fa implicito riferimento non a quanto ha illustrato con i suoi esempi, bensì a quanto ha affermato nelle frasi riportate al § 2.3, dove, senza rendersene conto e in pieno contrasto con quanto fa nei suoi esempi, scambia quello che dovrebbe essere il punto di partenza con il punto di arrivo.

2.6 – Mach prosegue nella sua critica affermando: «L'errore della deduzione deve dunque trovarsi nella sostituzione sopra esposta, e ivi si trova di fatto».

Tenendo presente la precedente frase di Mach, la «deduzione» a cui egli intende riferirsi è quella che dall'equilibrio porterebbe alla «forma determinata PL», mentre la «sostituzione sopra esposta», secondo quanto visto sino ad ora della critica di Mach, è quella che viene effettuata negli esempi esposti da Mach e qui riportati per esteso al § 2.1, sostituzione consistente appunto, in contrasto con la falsa affermazione di Mach poco sopra nuovamente rilevata e in conformità invece con la trattazione di Archimede, nel fare ricorso al post. VI.

La «sostituzione sopra esposta» è cioè quella che viene fatta intervenire nella deduzione che, partendo dall'inversa proporzionalità tra pesi e distanze, porta a una situazione di «perfetta simmetria» e quindi all'equilibrio, mentre la «deduzione» di cui parla Mach è proprio quella opposta, e cioè quella che, partendo dall'equilibrio, dovrebbe portare, in definitiva, all'inversa proporzionalità, ecc. Mach confonde ancora una volta la necessità con la sufficienza: come si può vedere

lo stato di confusione in cui egli si va via via addentrando cresce di frase in frase.

Stabilito che «l'errore della deduzione deve dunque trovarsi nella sostituzione sopra esposta», e cioè proprio nell'applicazione del post. VI (!), Mach continua, con lo scopo di giungere a spiegare in che cosa consista l'errore commesso da Archimede: «Archimede afferma che l'effetto di due pesi uguali resta uguale, in tutte le circostanze, all'effetto del peso doppio applicato nel punto medio del sistema».

Non appena si rilevi che quell'«in tutte le circostanze» va inteso in questo senso: ovunque cada (nel fulcro o fuori di esso) il punto medio della congiungente i centri di gravità dei due pesi costituenti il «sistema», a prima vista tale affermazione di Mach non potrebbe sembrare altro che l'enunciazione, in un caso molto particolare, del post. VI, il che porterebbe intanto subito a concludere che, mentre da un lato Mach afferma che Archimede fonda la sua trattazione unicamente sul post. I, dall'altro afferma che Archimede introduce e fa intervenire anche il post. VI: ci si troverebbe pertanto ancora una volta di fronte, e questa volta in modo del tutto esplicito, alla situazione di totale contraddittorietà già rilevata alla fine del § 2.1 e a più riprese richiamata.

Ma, ad un attento esame, la situazione si presenta in realtà addirittura molto più grave, come subito si può constatare non appena si ricordi il significato che Mach nella sua critica attribuisce al termine «effetto», significato che, come si può constatare da quanto visto al § 2.4, è da Mach implicitamente precisato con l'affermazione che esso è misurato dal «momento che rompe l'equilibrio». Con tale frase, quindi, Mach fa implicitamente e tacitamente introdurre ad Archimede quanto Archimede, nel corso delle sue deduzioni, non introduce affatto (se non nel senso precisato al § 2.4), e cioè il concetto di «momento che rompe l'equilibrio». Ecco dunque in quale punto Mach, conformemente a quanto afferma nella sua frase riportata all'inizio del § 2.4, ritiene che Archimede introduca tale concetto.

Conseguentemente, Mach, con la frase ora vista, oltre a far introdurre ad Archimede il suddetto concetto, fa l'assunzione – assolutamente priva, almeno a priori, di giustificazioni a fondamento, e quindi artificiosa, e imputandola ad Archimede – che la somma dei «momenti» dovuti ai due pesi uguali sia uguale al «momento» del peso doppio applicato nel punto medio del «sistema». In altri termini, Mach fa l'assunzione, attribuendola ad Archimede, che per i «momenti che rompono l'equilibrio», almeno nel caso di due pesi uguali, valga la "proprietà additiva", intesa nel senso appena precisato. Ma in realtà non è affatto detto che tali «momenti che rompono l'equilibrio» soddisfino a tale proprietà.

2.7. – Quanto ora rilevato trova totale conferma nelle frasi successive di Mach. Mach prosegue: «Però, per il fatto che [Archimede] suppone e conosce un'influenza della distanza dal punto di rotazione, egli non può affermare *a priori* che tale uguaglianza [e cioè l'uguaglianza di cui Mach parla nella frase precedente] è valida anche per il caso in cui i due pesi hanno distanze ineguali dal fulcro».

Mach con questa frase sembrerebbe negare ad Archimede, per ragioni che per il momento sembrano incomprensibili, la possibilità di applicare il post. VI. Ma in realtà Mach va ben oltre, come subito segue dal significato che ha la sua precedente frase: dopo aver imputato ad Archimede l'assunzione che per i «momenti» (da Archimede mai introdotti) vale, almeno nel caso di due pesi uguali, la proprietà additiva, nel senso precisato al § 2.6, Mach nega a questo punto ad Archimede la possibilità logica di applicare ai «momenti» tale proprietà. E infatti Mach prosegue, spiegando: «Se infatti un peso, applicato fuori dal fulcro, è diviso in due parti uguali spostate simmetricamente dall'originario *punto di sospensione, allora una parte si avvicina al* fulcro esattamente quanto l'altra se ne allontana. Se si afferma che l'effetto resta lo stesso anche in questo caso, si ha con ciò già definita la forma della dipendenza del momento da L, giacché la costanza dell'effetto è possibile solo quando tale forma sia PL, cioè quando fra P e L vi sia un rapporto di proporzionalità».

L'ultima frase ora riportata, oltre a precisare, secondo Mach, in che cosa consista e dove risieda «l'errore della deduzione», conferma appieno quanto si è rilevato alla fine del § 2.6 sul significato che Mach attribuisce al termine «effetto» e, conseguentemente, conferma l'assunzione, da Mach imputata ad Archimede, che per i «momenti» valga la proprietà additiva, almeno nel caso e nel senso più volte precisati.

Contemporaneamente ci si trova di fronte alla seguente sconcertante conclusione: tenendo presente che Mach espone le sue analisi e le sue critiche fondandole su esempi per poi trarre da questi, secondo il suo modo di procedere, delle conclusioni generali, si ha che, dopo avere inizialmente affermato che Archimede non ha introdotto tra i suoi postulati il post. VI, Mach ora non solo afferma che tale postulato viene da Archimede applicato e pertanto introdotto, ma addirittura, collegandolo ai «momenti» e all'assunzione che per essi valga, nel caso e nel senso più volte precisati, la proprietà additiva (un concetto e un'assunzione che sono del tutto estranei alla trattazione di Archimede), ritiene di avere provato che esso non è applicabile, in quanto l'applicarlo equivarrebbe proprio ad assumere per i «momenti» la forma PL, il che, secondo Mach, sarebbe quanto dire che, come egli afferma nell'ultima sua frase riportata alla fine del § 2.3, l'«intera deduzione» conterrebbe «già come ipotesi, anche se non formulata esplicitamente, la proposizione che deve essere dimostrata».

In realtà, queste conclusioni di Mach si presentano parecchio affrettate e addirittura piuttosto oscure: a che cosa in realtà portino le sue considerazioni critiche considerate nel loro complesso si vedrà al § 2.10.

Comunque, prima di procedere oltre, è il caso di precisare nuovamente che il post. VI – fondato com'è sul concetto di uguaglianza tra pesi (grandezze) precisato al § 1.9, nonché sul concetto di centro di gravità, introdotto da Archimede attraverso l'osservazione sperimentale – è perfettamente applicabile, senza che si commettano errori del tipo di quello che Mach, con le sue manipolazioni, confusioni, erronee interpretazioni ed erronee attribuzioni, crede di scoprire. In breve, gli errori stanno nella trattazione di Mach, non in quella di Archimede.

2.8 – A questo punto, con il vizio dovuto al fatto che Mach fa introdurre ad Archimede quanto egli non introduce affatto, e cioè i «momenti» con la relativa assunzione più volte ricordata, l'ultima frase di Mach che è stata esaminata al § 2.7 perde ogni valido significato, in quanto ciò che essa intenderebbe provare non ha proprio nulla a che fare con la teoria sviluppata da Archimede nel trattato *Sull'equilibrio dei piani*.

È comunque opportuno procedere ancora oltre, sia per motivi di completezza, sia perché dagli sviluppi che seguono si può cogliere ancora una volta e più che mai quali gravi limiti presenti, non solo dal punto di vista logico ma anche dal punto di vista matematico, la critica che Mach rivolge alla trattazione di Archimede.

Si tratta pertanto a questo punto di vedere, sia pure lasciando in disparte gli irrimediabili vizi che presenta la critica sviluppata da Mach, se egli ha effettivamente provato quanto ritiene di aver provato, che è quanto è stato esposto verso la fine del § 2.7.

A tale scopo è necessario vedere quali siano le effettive conseguenze di quanto scrive Mach. Pertanto, conformemente alle sue notazioni, indicando con P il peso che viene da lui considerato e con ℓ la distanza da P dei due pesi $\frac{P}{2}$ e ricordando che, come si è visto al § 2.5, la corretta forma del «momento che rompe l'equilibrio» non è data da $Pf(L)$ bensì dall'arbitraria funzione $\varphi(P, L)$, l'assunzione relativa ai «momenti» sta a significare che la funzione $\varphi(P, L)$ deve soddisfare alla seguente equazione funzionale:

$$\varphi\left(\frac{P}{2}, L+\ell\right) + \varphi\left(\frac{P}{2}, L-\ell\right) = \varphi(P, L)\,. \tag{5}$$

Questa è l'equazione a cui porta tutto quanto Mach erroneamente imputa ad Archimede.

Tale equazione, avendo il secondo membro indipendente da ℓ, deve sussistere, in particolare, per $\ell = 0$, caso in cui si riduce all'equazione funzionale

$$2\varphi\left(\frac{P}{2}, L\right) = \varphi(P, L)\,. \tag{6}$$

Sostituendo $\frac{P}{2}$ a P in (6) si ottiene, stante (6):

$$4\varphi\left(\frac{P}{4}, L\right) = \varphi(P, L).$$

e, più in generale, per iterazione:

$$2^n\varphi\left(\frac{P}{2^n}, L\right) = \varphi(P, L)\,, \tag{7}$$

qualunque sia il numero naturale n.

Ritenendo $\varphi(P, L)$ derivabile rispetto a P, da (7) si ottiene

$$\varphi'_P\left(\frac{P}{2^n}, L\right) = \varphi'_P(P, L)\,, \tag{7'}$$

dove con $\varphi'_P(P, L)$ si è indicata la derivata parziale di $\varphi(P, L)$ rispetto a P. Ritenendo tale derivata continua, dall'eguaglianza (7'), che deve valere per ogni n, segue che $\varphi'_P(P, L)$ deve essere costante rispetto a P, ossia che deve essere funzione della sola L. Indicando con $f(L)$ tale funzione e tenendo presente che deve essere verificata l'equazione (7), si ottiene a questo punto per la funzione $\varphi(P, L)$ proprio l'espressione (4).

Come si vede, l'espressione (4), lungi dall'essere ovvia o addirittura evidente, si viene a presentare come conseguenza dell'assunzione, priva però di giustificazioni e quindi artificiosa, che per i «momenti» valga la proprietà espressa da (5), nonché dell'assunzione che $\varphi(P, L)$ sia derivabile rispetto a P, con tale derivata continua.

2.9 – La sostituzione di (4) in (5) porta alla seguente equazione funzionale per la funzione $f(L)$:

$$\frac{1}{2}\left(f(L+\ell) + f(L-\ell)\right) = f(L)\,, \tag{8}$$

che è l'equazione che subito seguirebbe accettando alla lettera tutto quanto scrive Mach, e quindi assumendo che il «momento che rompe l'equilibrio», invece che espresso da $\varphi(P, L)$, sia espresso da $Pf(L)$.

Mach addirittura non si cura nemmeno di scrivere tale equazione, sembrandogli più che ovvio che la conclusione, come già si è visto, non possa essere che la seguente: «Se si afferma che l'effetto resta lo stesso [...], si ha con ciò già definita la forma della dipendenza del momento da L, giacché la costanza dell'effetto è possibile solo quando tale forma sia PL [...]». In altri termini, in aggiunta a tutti gli errori commessi, Mach commette anche l'ingenuità di ritenere che l'equazione (5) sia talmente banale da non doverla nemmeno scrivere, e che sia più che ovvio che essa ammetta l'unica soluzione $f(L) = L$.

In realtà, pur essendo ovvio che tale equazione ammette la soluzione $f(L) = L$, occorre tenere presente che non si può escludere a priori l'esistenza per essa di altre soluzioni (diverse ovviamente da quelle che da essa seguono mediante l'intervento di costanti additive e moltiplicative), soluzioni per le quali non si può escludere a priori la possibilità che in corrispondenza ad esse si presentino situazioni totalmente diverse da quella corrispondente alla suddetta soluzione e alla quale Mach sta rivolgendo la sua attenzione.

In effetti, contrariamente a quanto possa sembrare a prima vista e a quanto ritiene Mach, la conclusione che egli trae dalla suddetta equazione, come ora si vedrà, non è affatto ovvia.

Infatti anche ora lo studio dell'equazione funzionale (8), a meno che, in analogia a quanto è stato fatto per l'equazione (5), non si introduca l'ipotesi che la funzione $f(L)$ sia derivabile, non è affatto semplice [40] e comunque, anche con l'introduzione della suddetta ipotesi, non banale.

Fatte le posizioni: $L + \ell = x$, $L - \ell = y$, l'equazione (8) si trasforma nell'*equazione funzionale di Jensen:*

$$\frac{f(x) + f(y)}{2} = f\left(\frac{x+y}{2}\right) . \tag{9}$$

Ritenendo che sia $f(0) = 0$, il che, stante (4), equivale ad assumere che il «momento che rompe l'equilibrio» si annulli per $L = 0$, da (9) segue

$$\frac{1}{2} f(x) = f\left(\frac{x}{2}\right) ,$$

da cui, sostituendo $x + y$ a x e tenendo presente sempre (9), si ottiene l'equazione

$$f(x) + f(y) = f(x + y) ,$$

che è la celebre *equazione funzionale di Cauchy.* Tale equazione, sotto opportune condizioni di continuità per la funzione $f(x)$, ha come soluzione $f(x) = ax$, con a costante arbitraria.

Assumendo $a = 1$, si ha pertanto $f(L) = L$, e ciò, stante (4), comporta che l'espressione di $\varphi\ (P,L)$, ossia del «momento che rompe l'equilibrio», sia proprio espressa, come ritiene Mach, da

$$\varphi\ (P,L) = PL , \tag{10}$$

ossia da quanto in meccanica è appunto chiamato il «momento statico».

[40] Occorre ancora aggiungere che, allo scopo di semplificare lo studio di tale equazione, non viene posta alcuna limitazione alla variabilità di ℓ.

Comunque, come si vede, sia pure lasciando in disparte, come si è detto, gli irrimediabili vizi che stanno all'origine e alla base dell'equazione (8) stessa, dal punto di vista dell'ovvietà le cose stanno in modo ben diverso da quanto ritiene e afferma affrettatamente Mach, il quale sembra ignorare del tutto che ciò che in matematica può sembrare a prima vista ovvio o addirittura banale, in realtà il più delle volte ovvio non è, e anzi, a volte, può addirittura essere falso. All'intuizione, a cui Mach, forse senza nemmeno rendersene conto, fa frequentissimo, anzi sistematico ricorso, nel suo celebre trattato, egli non sa sostituire, o almeno affiancare, una valida ed accurata indagine matematica (che andrebbe, tra l'altro, ulteriormente completata con quanto si vedrà al § 2.11), che è quanto invece sistematicamente fa Archimede, proprio nel suo trattato *Sull'equilibrio dei piani,* dove, come si è visto, anche teoremi che possono a prima vista apparire banalmente ovvi, vengono sistematicamente dimostrati.

2.10 – Pur con la conferma, tutt'altro che ovvia, che con le assunzioni fatte da Mach sussiste per l'espressione del «momento che rompe l'equilibrio», a meno di inessenziali costanti a fattore o additive, unicamente l'espressione (10), le considerazioni critiche da lui svolte e sino ad ora esaminate necessitano a questo punto di ulteriori commenti, anche a scopo chiarificatore, in quanto esse, sia pure lasciando in disparte le confusioni, le erronee assunzioni, interpretazioni e attribuzioni di cui si è ampiamente detto, si presentano nel complesso e in definitiva poco chiare, o, quanto meno, del tutto incomplete.

Come è stato rilevato al § 2.2, nello sviluppare la sua critica Mach parte dalla «supposizione» a), ossia dall'«assunzione dell'equilibrio di pesi uguali situati a distanze uguali». Secondo il suo metodo, che, come già si è rilevato al § 2.7, consiste nel fare sempre e soltanto ricorso ad esempi per poi trarre (in base a quale norma?) conclusioni aventi carattere generale, ha poi nella sostanza considerato uno di tali due pesi, P, situato a distanza L dal fulcro, e, dall'«assunzione» che il «momento che rompe l'equilibrio» (che secondo Mach sarebbe della forma $Pf(L)$, ossia, e chissà perché, lineare in P) non cambi quando ad esso si sostituiscano due pesi $\frac{P}{2}$ posti ad uguali distanze ℓ dal punto in cui esso è posto, ha dedotto che la funzione $f(L)$ risulta, in tal caso, necessariamente espressa da L (sempre che si trascurino un'inessenziale costante additiva ed un'altra altrettanto inessenziale costante moltiplicativa, cose che Mach non dice), con la conseguenza che il «momento che rompe l'equilibrio» dovuto a P risulta, in tal caso e secondo Mach, espresso da PL.

Ma con ciò Mach in definitiva che cosa ha effettivamente provato? Egli non va oltre nelle sue considerazioni, e si limita, come già si è rilevato al § 2.7, a concludere, affrettatamente: «A questo punto è superflua ogni altra discussione. È chiaro che l'intera deduzione contiene già come ipotesi, anche se non formulata esplicitamente, la proposizione che deve essere dimostrata».

Da un'attenta rilettura del testo di Mach e cioè dalle sue frasi qui riportate al § 2.3, emerge in modo inequivocabile che l'«intera deduzione» di cui parla Mach nella frase ora riportata non è quella effettuata da Archimede in generale e illustrata da Mach con qualche elementarissimo esempio, bensì è quella da lui delineata proprio nelle suddette frasi, deduzione che ha come punto di partenza l'«assunzione dell'equilibrio di pesi uguali situati a distanze uguali» e nella quale il punto di partenza viene scambiato con il punto di arrivo.

Assodato ciò, occorre rifarsi al significato, per niente chiarito da Mach, che va attribuito alla frase esaminata al § 2.4, e precisamente al significato che va attribuito all'«assunzione che l'effetto di rottura dell'equilibrio, prodotto da un peso P applicato alla leva alla distanza L dal fulcro, sia misurato dal prodotto PL». Tale significato, come si è visto al § 2.4, consiste nel ritenere che se si fanno variare sia P che L liberamente, con la conseguenza che il prodotto PL vari, si ha la «rottura dell'equilibrio».

Ma Mach, con tutto quel suo complesso di considerazioni critiche, ha forse provato ciò? E, conseguentemente, ha provato quanto da ciò subito segue, e cioè, come si è visto al § 2.4, che se sussiste l'eguaglianza dei «momenti» si ha l'equilibrio, e, viceversa, se si ha l'equilibrio sussiste l'eguaglianza dei «momenti»? Non si direbbe proprio, o, almeno, sembrerebbe proprio di no, come si può constatare leggendo il testo della sua critica qui riportato al § 2.3.

Partendo dall'«assunzione dell'equilibrio di pesi uguali situati a distanze uguali» – e cioè dal caso di due pesi –, dopo avere dedotto, per giunta in modo irrimediabilmente viziato in quanto fa intervenire una proprietà che non è affatto giustificata, che il «momento che rompe l'equilibrio» è espresso da PL, Mach a questo punto, per tali due pesi in equilibrio, non può scrivere altro che l'identità $PL \equiv PL$. Con questo "risultato", ottenuto tramite tutto il complesso di considerazioni critiche che ha svolto, Mach si trova ancora ben lontano dall'aver provato, come conseguenza delle sue considerazioni, che, facendo variare P e L in modo tale che il prodotto PL si mantenga immutato, l'equilibrio si conserva e viceversa, ossia è ancora ben lontano dal poter concludere che «l'intera deduzione contiene già come ipotesi [...] la proposizione che deve essere dimostrata», il che, nelle intenzioni di Mach, equivarrebbe a dire che si è provato che la deduzione di Archimede è tautologica.

In breve, provato, e in modo viziato, che il «momento che rompe l'equilibrio» è espresso da PL, Mach non ha provato affatto che a tale «momento» spetti in realtà l'attributo di «rompere l'equilibrio», e cioè non ha provato affatto che da Archimede sia stata introdotta l'«assunzione» di cui si è ampiamente parlato al § 2.4.

A questo punto si prospetta addirittura la certezza che Mach non abbia colto il reale significato, e quindi la portata, di tale «assunzione». E si può anche aggiungere che la denominazione di «momento che rompe l'equilibrio» assegnata al prodotto PL si rivela a questo punto del tutto impropria.

La conclusione di tutto quanto si è visto non può quindi che essere questa: la critica di Mach, con tutte le sue manipolazioni, confusioni, erronee interpretazioni ed erronee attribuzioni di cui già si è detto, si presenta per giunta inconcludente.

Al modo con cui avrebbe potuto concluderla, sia pure con tali irrimediabili pecche, verrà dedicato il § 2.13.

2.11 – Occorre ancora a questo punto osservare che Mach, nell'esposizione dell'interpretazione da lui data del ragionamento di Archimede, segue un modo di procedere – quello che nella presente esposizione è riportato al § 2.1 – che è a carattere induttivo e per giunta incompleto, in quanto Mach fa ricorso unicamente a qualche elementarissimo esempio e non va oltre. In realtà, come si è visto nella Parte I della presente esposizione, non è affatto tale modo di procedere che è stato seguito da Archimede.

A questo punto viene naturale chiedersi che cosa sarebbe accaduto se Mach, invece di limitarsi al caso di un peso che viene scomposto in due pesi uguali (caso posto, per motivi evidenti, in particolare rilievo al § 2.10 e per il quale, nonostante la sua semplicità, la conclusione espressa da (10) risulta già, come si è visto, non affatto ovvia), avesse preso in esame quanto effettivamente viene fatto da Archimede nel caso della sua dimostrazione, nella quale il peso (grandezza) A viene diviso in $2m$ parti uguali, con m numero naturale qualsiasi.

In tale caso l'assunzione relativa ai «momenti», che Mach erroneamente imputa ad Archimede e consistente nel ritenere che per essi valga la proprietà additiva, si esprime nella condizione che la somma dei $2m$ «momenti» dovuti ai $2m$ pesi uguali $\frac{A}{2m}$ sia uguale al «momento» del peso A. Indicando con $\frac{\ell}{m}$, $2\frac{\ell}{m}$, ..., $(m-1)\frac{\ell}{m}$, ℓ le distanze delle m coppie di pesi $\frac{A}{2m}$ dal punto in cui è applicato il peso A e indicando ancora con L la distanza di tale punto dal fulcro, per la funzione $\varphi(P, L)$, in luogo dell'equazione funzionale (5), si avrebbe l'equazione

$$(5') \qquad \sum_{1}^{m}{}_{n}\left(\varphi\left(\frac{A}{2m}, L+\frac{n}{m}\ell\right)+\varphi\left(\frac{A}{2m}, L-\frac{n}{m}\ell\right)\right)=\varphi(A, L),$$

la quale comporta ancora per la funzione $\varphi(P, L)$ l'espressione (4), mentre per la funzione $f(L)$, in luogo dell'equazione (8), si avrebbe l'equazione

$$(8') \qquad \frac{1}{2m}\left(\sum_{1}^{m}{}_{n}\left(f\left(L+\frac{n}{m}\ell\right)+f\left(L-\frac{n}{m}\ell\right)\right)\right)=f(L),$$

che è l'equazione che subito seguirebbe dall'assunzione relativa ai «momenti» sopra ricordata non appena si ammetta, conformemente a quanto Mach ritiene senza giustificazioni, che il «momento che rompe l'equilibrio», invece che espresso da $\varphi(A, L)$, sia espresso da $Af(L)$.

La prima domanda che a questo punto subito si presenta, e che Mach si sarebbe dovuto porre, è la seguente: l'equazione (8'), pur ammettendo ancora, come accade per la (8) e trascurando le solite costanti, la soluzione $f(L)=L$, ammette questa soluzione soltanto?

Ad ogni modo non è il caso di andare oltre: sarebbe comunque stato interessante vedere in che modo Mach avrebbe affrontato lo studio di tale equazione, abbandonando così almeno una volta quel suo modo di procedere che consiste nel fare ricorso ad esempi per poi trarre – come si è già obiettato, in base a quale norma? – conclusioni che, tratte da casi particolari o addirittura particolarissimi, dovrebbero, secondo il pensiero di Mach, avere carattere generale.

2.12 – Riepilogando, la critica di Mach si può così riassumere: 1) Mach asserisce che i postulati che sono a fondamento della teoria sviluppata da Archimede sono costituiti soltanto dal post. I e di conseguenza che Archimede deduce la sufficienza (dall'inversa proporzionalità tra pesi e distanze segue l'equilibrio) della legge della leva ricorrendo unicamente al post. I; 2) Mach descrive poi, ricorrendo a tre esempi elementari, la deduzione di Archimede, senza rendersi affatto conto che nel fare ciò deve sistematicamente ricorrere, come in effetti fa, al post. VI; 3) Mach si chiede pertanto, sorpreso, a commento di tale descrizione, che si riferisce alla sufficienza, come sia stato possibile dedurre la necessità (dall'equilibrio segue l'inversa proporzionalità tra pesi e distanze) della legge della leva partendo unicamente dal post. I, scambiando pertanto, senza rendersene conto, la necessità con la sufficienza; 4) Mach a questo punto asserisce che tale deduzione, che si riferisce alla necessità, è stata possibile perché «in modo più o meno nascosto e tacito» Archimede fa l'«assunzione che l'effetto di rottura dell'equilibrio, prodotto da un peso P applicato alla distanza L dal fulcro, sia misurato dal prodotto PL (il cosiddetto momento statico)»; 5) senza fornire le delucidazioni che tale frase, piuttosto oscura, richiede, e trarre quindi da esse le implicazioni che la suddetta «assunzione» comporta, le quali sono addirittura e proprio la sufficienza e la necessità della legge della leva, Mach implicitamente ribadisce, in pieno contrasto con gli esempi da lui dati e in pieno accordo invece con quanto si chiede al punto 3), che il punto di partenza della deduzione di Archimede relativa alla sufficienza della legge della leva non è l'inversa proporzionalità tra pesi e distanze bensì la situazione di equilibrio che si presenta nel caso di due pesi uguali posti a distanze uguali, e cioè la prima parte del post. I; 6) Mach rileva pertanto che ciò comporta una totale indeterminazione per il «momento che rompe l'equilibrio» e quindi l'impossibilità di dedurre per esso «la forma determinata PL»; 7) nonostante quanto ha rilevato al punto 6), e senza fornire alcuna giustificazione al riguardo, Mach assume che tale «momento» sia lineare in P e cioè che abbia la forma $Pf(L)$ invece che la forma $\varphi(P, L)$ esprimente la suddetta totale indeterminazione; 8) Mach si chiede a questo punto in che cosa possa consistere l'errore che avrebbe permesso ad Archimede di dedurre da tale situazione di totale indeterminazione, e cioè dalla prima parte del post. I, «la forma determinata *PL*» per il suddetto «momento», ed afferma che l'errore commesso da Archimede consisterebbe proprio nel fare ricorso al post. VI, in pieno e palese contrasto con quanto afferma al punto 1); 9) a questo punto Mach assegna a tale postulato un'interpretazione che è totalmente diversa da quella assegnatagli da Archimede, facendo introdurre ed asserire ad Archimede ciò che Archimede, enunciando il post. VI, non ha mai introdotto e quindi asserito: tale postulato, secondo Mach, comporterebbe l'introduzione e l'intervento dei «momenti», nonché, per giunta, la condizione che per essi valga la "proprietà additiva" nel senso precisato al § 2.6; 10) fatto ciò e constatato che tale postulato, con l'interpretazione che di esso liberamente ha dato, permette di assegnare al «momento» l'espressione *PL*, Mach ritiene a questo punto di poter trarre, affrettatamente, la conclusione che l'«intera deduzione [che risulta essere quella che, partendo dal post. I, dovrebbe portare all'inversa proporzionalità tra pesi e distanze, e cioè, senza che Mach se ne renda conto, proprio il viceversa di quanto dimostra Archimede] contiene già come ipotesi [...] la proposizione che deve essere dimostrata».

Con tutto questo, e con la necessaria precisazione che Mach sviluppa le sue considerazioni unicamente tramite il ricorso ad esempi e a casi particolari, traendo liberamente da essi conclusioni aventi carattere generale, Mach non ha affatto provato quanto asserisce al punto 4), il quale, tenendo conto delle delucidazioni riassunte al punto 5), costituisce il punto centrale dell'intera sua critica: a questo punto si può ben asserire che la critica di Mach, come già si è detto alla fine del § 2.10, si presenta, per giunta, del tutto inconcludente.

2.13 – Conformemente a quanto detto alla fine del § 2.10, è il caso di chiedersi in quale modo Mach avrebbe potuto procedere per giungere ad una conclusione per la sua critica, sia pure nella sostanza inconsistente per via di tutti gli insanabili vizi che essa contiene e che sono stati appena riassunti. In altri termini, in accordo con quanto rilevato al § 2.10, si tratterebbe di vedere come avrebbe potuto procedere per provare che dalle sue assunzioni e considerazioni prive di un'effettiva conclusione si possa dedurre che, facendo variare *P* e *L* in modo tale che il prodotto *PL* si mantenga immutato, l'equilibrio si conserva e viceversa.

A tale scopo, per rimanere nella linea di pensiero seguita da Mach,

occorre tenere presente l'assunzione fatta da Mach, e da Mach attribuita ad Archimede, che il «momento che rompe l'equilibrio» non cambi quando al peso *P*, posto a distanza *L* dal fulcro, si sostituiscano due pesi $\frac{P}{2}$ posti ad uguali distanze dal punto in cui esso è situato e tenere inoltre presente che tale assunzione, tralasciando le solite inessenziali costanti, comporta che il suddetto «momento» sia espresso da *PL*. Occorre inoltre contemporaneamente assumere, conformemente alla linea seguita da Mach (si veda quanto riportato al § 2.3 e quanto visto, in particolare, al § 2.6), che, effettuando tale operazione, l'equilibrio si conservi. Ciò premesso, partendo, come fa Mach, dal caso di due pesi uguali posti a distanze uguali dal fulcro, e quindi in equilibrio, per provare che da tali assunzioni e da tale risultato segue che, facendo variare *P* e *L* in modo tale che il prodotto *PL* si mantenga immutato, l'equilibrio si conserva, si può procedere nel seguente modo.

Indicati i suddetti due pesi con *P*, con *E*[41] e E' i punti dove sono posti e la loro distanza dal fulcro Γ con *L*, si consideri un qualsiasi punto Δ situato sulla semiretta congiungente Γ con E', tale che $\Gamma\Delta > \Gamma E'$ (si veda la fig. 5).

Si supponga in un primo tempo che risulti $E'\Delta \leq \Gamma E'$. Si possono sostituire a *P* applicato in E' due pesi $\frac{P}{2}$ applicati rispettivamente in Δ' e Δ, con $\Delta' E' = E' \Delta$ (e con $\Delta' \equiv \Gamma$ nel caso $E' \Delta = \Gamma E'$), senza che si alteri l'equilibrio e senza che il «momento» *PL* vari.

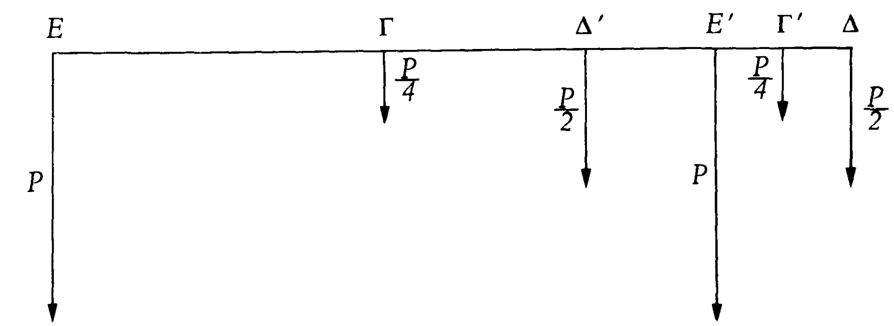


Fig. 5

[41] Nell'esporre la deduzione in questione si è ritenuto opportuno, per quanto concerne i punti di applicazione, conservare per quanto è possibile le notazioni di Archimede.

Nel caso $E' \Delta = \Gamma E'$, ossia $\Delta' \equiv \Gamma$, al «momento», espresso da PL, contribuisce soltanto il peso $\frac{P}{2}$ applicato in Δ, il che comporta, ponendo $L_1 = \Gamma \Delta (= 2L)$ e $P_1 = \frac{P}{2}$, $P_1L_1 = PL$. In tal caso risulta così provato che dall'equilibrio segue l'inversa proporzionalità tra pesi e distanze.

Escludendo pertanto il caso in cui sia $\Delta' \equiv \Gamma$, a questo punto per $\frac{P}{2}$ applicato in Δ' si può procedere allo stesso, identico modo seguito per P. Si ottengono così due pesi $\frac{P}{4}$ applicati rispettivamente, se è $\Delta'\Delta \leq \Gamma \Delta'$, in Δ'' e Δ, con $\Delta''\Delta' = \Delta'\Delta$ (e con $\Delta'' \equiv \Gamma$ nel caso $\Delta'\Delta = \Gamma \Delta'$), mentre, se è $\Delta'\Delta > \Gamma \Delta'$, si ottengono due pesi $\frac{P}{4}$ applicati rispettivamente in Γ e Γ', con $\Delta'\Gamma' = \Gamma \Delta'$, senza che si alteri l'equilibrio e senza che il «momento» PL vari.

Nel caso $\Delta'\Delta = \Gamma \Delta'$, a PL contribuiscono soltanto i pesi $\frac{P}{2}$ e $\frac{P}{4}$ applicati in Δ, il che comporta, ponendo $P_1 = \frac{3}{4} P$, $P_1L_1 = PL$. Anche in tal caso si ha che dall'equilibrio segue l'inversa proporzionalità, ecc. Escludendo pertanto tale caso, per il caso $\frac{P}{4}$ applicato in Δ'', oppure in Γ', si può procedere allo stesso identico modo, ecc. Come facilmente si può constatare, se risulta $\Gamma \Delta = 2^n E'\Delta$, il procedimento ha termine dopo n volte, ottenendo al termine il peso $P_1 = \sum_1^n{}_m \frac{P}{2^m}$ applicato in Δ, e ancora $P_1L_1 = PL$, ecc.

Il procedimento può avere termine anche in altri casi che per brevità non vengono esaminati e quindi caratterizzati. In generale il procedimento porta ad una successione di infiniti pesi applicati in Δ, i quali danno luogo ad una serie convergente la quale ha come somma il peso P_1 in corrispondenza al quale si ha l'equilibrio e per il cui «momento» risulta $P_1L_1 = PL$. Quindi anche in questo caso si ha che dall'equilibrio segue l'inversa proporzionalità, ecc.

Nel caso in cui risulti $E'\Delta < \Gamma E'$, si indichi con n il numero intero di volte in cui $\Gamma \Delta E'$ è contenuto in $\Gamma \Delta$ e si indichi con E_m $(m = 1, 2, \ldots, n)$ il punto di $\Gamma \Delta$ così definito: $\Gamma E_m = m \Gamma E'$ $(E_1 = E')$. Posto $L_m = \Gamma E_m$, stante quanto visto sopra, in corrispondenza al peso $P_2 = \frac{P}{2}$ applicato in E_2 si ha l'equilibrio (nonché $P_2L_2 = PL$, con $L_2 = \Gamma E_2$) e pertanto ad esso si possono sostituire due pesi $\frac{P}{4}$ applicati in E_1 e in E_3. Per $\frac{P}{4}$ applicato in E_1 si possono sostituire due pesi $\frac{P}{8}$ applicati in Γ e in E_2, ecc. Si ottiene così, sempre per quanto visto sopra, il peso P_3 applicato in E_3 in corrispondenza al quale si ha l'equilibrio e per il quale risulta $P_3L_3 = PL$. Il procedimento si può ripetere partendo da P_3 applicato in E_3 e giungendo così al peso P_4 applicato in E_4, in corrispondenza al quale si ha l'equilibrio, nonché $P_4L_4 = PL$. Così procedendo si giunge al peso P_n applicato in E_n al quale, se non è coincidente con Δ, si possono sostituire due pesi $\frac{P_n}{2}$ applicati in Δ e Δ', con $\Delta' E_n = E_n\Delta$, ecc.

Nel caso in cui si scelga invece Δ internamente a $\Gamma E'$ $(\Gamma \Delta < \Gamma E')$, è sufficiente considerare i due pesi P applicati non più in E e E', bensì in Δ e Δ' con Δ' simmetrico di Δ rispetto a Γ, e così procedendo si ricade esattamente nel caso precedente.

Ecco in sostanza che cosa manca alle considerazioni di Mach per poter giungere, partendo dalle assunzioni e dal risultato sopra richiamati, alla conclusione che, partendo dall'equilibrio di due pesi uguali P a distanza L dal fulcro, facendo variare P e L in modo tale che il prodotto PL si mantenga immutato, l'equilibrio si conserva. Come si può constatare, manca moltissimo e pertanto si può ben dire che l'affrettata conclusione di Mach di cui si è trattato al § 2.10 è ben lungi dall'essere immediata.

Ma, proprio alla luce di quanto ora visto, si può a questo punto aggiungere molto di più a quanto già si è rilevato al § 2.10 ed ora confermato. Le ipotesi su cui si fonda l'«intera deduzione» di cui parla Mach, come si è visto, sono nella sostanza e in definitiva le seguenti: l'equilibrio che sussiste per due pesi P posti ad eguale distanza dal fulcro, l'equilibrio che si conserva quando a un peso P si sostituiscano due pesi $\frac{P}{2}$ situati ad eguale distanza dal punto in cui esso è applicato, con la conseguenza che il prodotto PL si conserva quando si effettua tale operazione, conseguenza che è la sola cosa che Mach sia riuscito a rilevare con tutte le sue considerazioni, ecc. Affermare a questo punto, con questo solo risultato, che «l'intera deduzione contiene già come ipotesi, anche se non formulata esplicitamente, la proposizione che deve essere dimostrata», e cioè che l'equilibrio si conserva se sussiste l'inversa proporzionalità tra pesi e distanze, costituisce, come si può constatare dall'esame della dimostrazione che è stata appena data, una vera e propria assurdità, assurdità che porta, tra l'altro, a concludere che Mach non sa affatto in che cosa consista il metodo deduttivo in matematica.

Si potrebbero a questo punto svolgere considerazioni analoghe a quelle sopra viste per provare che, partendo da due pesi P_1 e P a distanze L_1 e L dal fulcro e tali che $P_1L_1 = PL$, si può giungere al caso di due pesi P applicati alla stessa distanza dal fulcro e quindi in equilibrio, il che starebbe a significare che la suddetta eguaglianza caratterizzerebbe l'equilibrio.

Ma, dopo tutto quanto è stato visto, non è proprio il caso di perdere altro tempo su queste cose, irrimediabilmente viziate da tutto quell'elenco di pecche fatto al § 1.12, nonché dal fatto che Mach non ha in sostanza coscienza di che cosa consista il metodo deduttivo in matematica.

Si può comunque osservare che – una volta rilevato materialmente che il prodotto *PL* non varia sostituendo al peso *P* due pesi $\frac{P}{2}$ situati ad uguale distanza dal punto in cui *P* è applicato, senza affatto dover attribuire a priori un qualunque particolare significato a tale prodotto, come è appunto quello di «momento che rompe l'equilibrio» – la deduzione sopra esposta può essere intesa come una corretta dimostrazione che dall'equilibrio di due pesi uguali situati a distanze uguali dal fulcro discende necessariamente che l'equilibrio sussiste se sussiste l'inversa proporzionalità tra pesi e distanze, e ciò non appena si assuma che l'equilibrio si conserva se a un peso *P* si sostituiscano due pesi $\frac{P}{2}$ situati ad uguale distanza dal punto in cui *P* è applicato, assunzione che è, come già si è detto, un caso molto particolare del post. VI. La stessa osservazione si può ripetere per l'analoga deduzione, per brevità non riportata, la quale, tramite la suddetta assunzione, prova che l'inversa proporzionalità tra pesi e distanze comporta che sussista in corrispondenza l'equilibrio. Essa costituisce un'altra dimostrazione della sufficienza della condizione espressa dal teor. 6, ma estremamente più complessa della dimostrazione data da Archimede.

Quanto ora visto permette pertanto di concludere che tutto l'insieme delle confuse, erronee e inconcludenti considerazioni di Mach possono al più portare, dopo non poche considerazioni che Mach è ben lontano dal fare e dall'immaginare, ad una dimostrazione del teor. 6 estremamente più complessa di quella data da Archimede.

2.14 – Anche se ogni ulteriore commento concernente quanto è stato scritto da Mach sulla teoria della leva sviluppata da Archimede può a questo punto apparire superfluo, per motivi di completezza è il caso di riportare, con qualche riflessione, le parti essenziali di quanto Mach ha scritto a continuazione e a commento della sua critica che è stata qui ampiamente e a fondo esaminata.

Mach prosegue con l'affermazione: «Cercando di ricondurre il caso più complicato della leva a quello noto per istinto, Archimede sbaglia, perché, sia pure inconsapevolmente, si serve degli studi sul centro

di gravità, che in precedenza ha portato a termine proprio con l'aiuto del teorema che ora vuole dimostrare. È caratteristico che Archimede non voglia fidarsi né di sé né di altri per l'immediata constatazione del significato del prodotto *PL* e ne cerchi un'ulteriore fondazione».[42]

Premesso che il caso «noto per istinto» è, ovviamente, quello rappresentato dalla «supposizione» a), quanto Mach afferma nella prima frase ora riportata è ancora una volta falso: per convincersene è sufficiente ricordare quanto nella presente esposizione è stato osservato ai §§ 1.5 e 1.6 su come il centro di gravità viene inteso da Archimede, ed esaminare quindi la dimostrazione che Archimede dà del teor. 6. La seconda frase, dopo quanto è stato osservato al § 2.10, non necessita affatto di commenti.

Mach scrive quindi: «È certo che non si può, almeno a questo stadio, arrivare a capire qualcosa sulla leva se non si discerne direttamente nei fenomeni che il prodotto *PL* è la circostanza determinante nella rottura dell'equilibrio. Archimede tenne in poco conto questo procedimento, per la passione, caratteristica dello spirito greco, di cercare dimostrazioni; proprio perciò la sua dimostrazione è difettosa».

Il modo di procedere di Archimede, con la dimostrazione che egli dà del teor. 6, prova proprio che quanto Mach asserisce nella prima frase di quanto ora riportato non è esatto, soprattutto se si tiene conto dell'inconcludenza delle viziate considerazioni di Mach, vista al § 2.10. La seconda frase – in cui, tra l'altro, sembra trasparire una non eccessiva considerazione per «la passione, caratteristica dello spirito greco, di cercare dimostrazioni» –, stante quanto ora osservato, non necessita di commenti.

Nelle frasi che verranno ora riportate si trovano affermazioni talmente paradossali da poter affermare che esse costituiscono la piena e definitiva conferma che Mach non ha affatto capito l'intera trattazione sviluppata da Archimede. Mach scrive infatti: «Si potrebbe pensare [...] che Archimede consideri come un'esperienza generale che *in tutte le circostanze* due pesi uguali possano essere sostituiti da uno che abbia peso doppio e che sia situato nel centro (teorema 5, corollario 2). In tal caso la lunga deduzione di Archimede (teorema 6) sarebbe inutile, giacché il risultato cercato segue immediatamente (vedi pp.

[42] E. Mach, *op. cit.*, p. 51.

46 sg.).[43] A mio avviso la trattazione di Archimede non si basa su un tale punto di vista».[44]

Premesso che il significato che va attribuito al termine «esperienza generale» è quello di "postulato di origine sperimentale", ossia, usando la sua terminologia, è quello di «supposizione», e che *«in tutte le circostanze»*, come si è visto al § 2.6, va inteso in questo senso: ovunque cada (nel fulcro o fuori di esso) il punto («centro») in cui è applicato il «peso doppio», Mach ora addirittura confonde il postulato VI con il corollario *C2*. Contemporaneamente, con l'affermazione: «Si potrebbe pensare...» conferma che deve aver letto con ben scarsa attenzione (ammesso che l'abbia letta) la trattazione di Archimede e con ancora più scarsa attenzione abbia scritto le pagine del suo trattato che sono state sino ad ora viste, tanto da non rendersi conto delle continue contraddizioni in cui cade: all'inizio della sua analisi della trattazione di Archimede, tramite l'affermazione che Archimede ha fondato la sua teoria unicamente sul post. I, ha implicitamente negato che Archimede abbia fatto ricorso al post. VI; a tale postulato egli però fa tacitamente ma sistematicamente ricorso nell'illustrare con i suoi esempi il procedimento seguito da Archimede; nel corso della sua critica pone poi Archimede sotto accusa per avere applicato tale postulato; infine ora afferma che «si potrebbe pensare» che Archimede abbia applicato il post. VI (che è una cosa ben diversa dal coroll. *C2*) precisando però che a suo avviso «la trattazione di Archimede non si basa su tale punto di vista», ossia su tale postulato. La confusione che viene fatta da Mach a questo punto tocca veramente il culmine.

Mach si avvia poi verso la conclusione affermando: «Tutto il mio libro persegue lo scopo di convincere il lettore che non è possibile inventare di sana pianta *proprietà* della natura con l'aiuto di ipotesi in sé evidenti, ma che queste ipotesi devono essere ricavate dall'*esperienza*. Sarei venuto meno a questo proposito se non avessi contribuito a distruggere l'impressione che la legge generale della leva possa essere dedotta dall'equilibrio di *pesi uguali* sospesi a *bracci uguali*. Dovevo dunque mostrare dove è introdotta l'esperienza che già contiene la legge generale della leva. Questa esperienza è contenuta nell'ipotesi

[43] E cioè sostanzialmente la p. 47 il cui contenuto è qui riportato nei §§ 2.2 e 2.3.

[44] E. Mach, *op. cit.*, pp. 52-53.

esposta a pagina 47» ed è cioè l'«assunzione», invero fantomatica, che Archimede avrebbe introdotto nella sua trattazione e di cui si è ampiamente discusso al § 2.4.

Alla prima frase si può subito obiettare che i postulati su cui Archimede fonda la sua trattazione – in cui, tra l'altro, ed è il caso di ricordarlo ancora una volta e proprio in questo punto, non compaiono mai quelle considerazioni di simmetria a cui invece Mach fa frequentissimo ricorso – sono proprio di origine sperimentale e cioè «ricavati dall'*esperienza*». Per quanto concerne la seconda frase, dopo tutto quanto si è detto al riguardo, si può ora soltanto e semplicemente aggiungere che essa costituisce un'assurdità. Per quanto concerne la terza frase si può semplicemente e tranquillamente affermare che Mach, come si è visto e contrariamente a quanto egli ritiene, non ha mostrato un bel niente.

Infine Mach prosegue concludendo: «Ciò che il lettore moderno trova criticabile nella deduzione di Archimede è che la *proporzionalità* di un peso al braccio della leva non sia ricavata per analisi nel modo più semplice, direttamente da quella esperienza, ma che sia presentata al lettore non del tutto convinto dopo averla ottenuta mediante un procedimento artificioso. Questa deduzione da princìpi semplici, in sé evidenti, può incantare il matematico, specialmente l'innamorato del metodo euclideo, e chiunque altro si trovi in un simile stato d'animo. Noi, in tutt'altra situazione, e animati da intenti diversi, abbiamo tutte le ragioni di distinguere, secondo il loro valore, *credulità da convinzione, illusione da verifica più volte ripetuta*».[45]

Queste frasi non necessitano né di delucidazioni né di commenti: l'intera analisi della critica di Mach sviluppata in questa Parte II della presente esposizione, e in particolare quanto riassunto nel § 2.12 e quanto visto nel presente paragrafo, costituiscono il commento più naturale a tali frasi.

Comunque, a commento di tutto, è il caso ancora di riportare una frase di Mach contenuta a p. 105 del suo trattato: «Quasi in ogni libro si trovano esempi di falso rigore: tali sono, indipendentemente dal loro valore storico, le dimostrazioni di Archimede».

Tutto questo insieme di cose porta alla spontanea conclusione che l'intero trattato che ha reso celebre il nome di Mach andrebbe sotto-

[45] E. Mach, *op. cit.*, pp. 53-54.

posto ad un'attenta rilettura e, contemporaneamente, ad un attento esame per tutte le conclusioni che in esso sono contenute, conclusioni che sono alla base della concezione che Mach ha della scienza e, più in generale, della conoscenza.

2.15 – La critica di Mach è stata, sin dal momento in cui ha fatto la sua comparsa, ampiamente accolta. Essa compare in vari trattati, dove a volte è riportata addirittura per esteso. Già al § 1.12 si sono riportate alcune frasi di Dugas, tratte dal suo ben noto trattato più volte ricordato nella Parte I della presente esposizione,[46] dalle quali traspare in modo netto che egli, dopo aver riportato con cura nel suo trattato la teoria sviluppata da Archimede e, soprattutto, la dimostrazione che Archimede dà del teor. 6, è in pieno accordo con Mach, confermando con ciò di non aver capito né il post. VI, né tantomeno tale dimostrazione.

Pierre Duhem, particolarmente illustre come scienziato e come storico della meccanica, nel primo volume del suo celebre trattato *Les origines de la Statique*, del 1905, dopo aver affermato a p. 10 che Archimede fonda la sua teoria sui postulati I, II, III e su «qualche altro la cui evidenza è troppo grande perché sia il caso di riportarla», a p. 356, rinviando contemporaneamente al trattato di Mach, afferma che Archimede nella sua dimostrazione implicitamente ricorre a un postulato aggiuntivo, che sarebbe proprio quello che Mach avrebbe individuato con la sua critica e al quale è stato qui dedicato il § 2.6. Ciò fa presumere che, nonostante le sue varie considerazioni sull'opera di Archimede, Duhem, a dispetto del titolo che ha dato al suo trattato, abbia letto con ben poca attenzione la trattazione di Archimede concernente la teoria della leva, trattazione che segna l'origine di tutta la statica.

E. Jouguet nel suo trattato *Lectures de Mécanique*, del 1908, dopo aver riportato per esteso (pp. 7-15) l'intera teoria sviluppata da Archimede e dopo aver riportato (pp. 15-21) le considerazioni, particolarmente acute, svolte da Lagrange nei riguardi di detta teoria nelle prime pagine della seconda edizione della sua *Mécanique Analytique* (considerazioni alle quali in questa esposizione, per motivi di brevità, non si è nemmeno accennato), si collega (pp. 21-23), accogliendola nella sostanza, alla critica di Mach. Dopo aver iniziato il suo trattato

[46] Si veda la nota 15.

con tutti i postulati di Archimede esposti per esteso e dopo aver riportato alla lettera la dimostrazione data da Archimede del teor. 6, la frase con cui dà l'avvio alle sue considerazioni critiche lascia sconcertati per la sua contraddittorietà, almeno quanto lasciano sconcertati le varie frasi di Mach che sono state viste nella presente esposizione: «Dal semplice fatto dell'equilibrio di pesi uguali a distanze uguali dal punto di appoggio è manifesto che non si può logicamente dedurre la proporzione inversa [...]». Quest'affermazione sorprende più dell'analoga che viene fatta da Mach, in quanto Mach, che molto probabilmente non ha nemmeno letto, o letto molto male e distrattamente, la trattazione di Archimede, asserisce che Archimede fonda la sua teoria unicamente sul post. I, mentre Jouguet ben sa che i postulati enunciati da Archimede non sono soltanto uno, e cioè il primo, ma ben sette. Anche Jouguet, al pari di Dugas, non ha capito quanto sviluppato da Archimede.

La critica rivolta alla trattazione di Archimede relativa alla leva da A. Czwalina nel commento alla sua traduzione in tedesco, apparsa nel 1923, del trattato *Sull'equilibrio dei piani*, riveste aspetti alquanto artificiosi e addirittura illogici, tanto da far chiaramente ritenere che Czwalina abbia capito ben poco di tale trattazione.

O. Hölder, nel suo trattato *Die Mathematische Methode* del 1924, al § 12 considera imperfetta la dimostrazione del teor. 6, in quanto, in pieno contrasto con il reale significato del post. VI, ritiene che Archimede non abbia postulato o provato la possibilità di sostituire ad una grandezza (peso) con il centro di gravità situato ad una data distanza dal fulcro un'altra grandezza avente il centro di gravità situato alla stessa distanza e composta da più grandezze. Hölder ritiene comunque che la dimostrazione di Archimede possa essere perfezionata e resa valida con il ricorso a considerazioni che non è nemmeno il caso di riassumere in quanto in definitiva dovute al fatto che egli non ha colto il reale significato del post. VI.

G. Colonnetti, nel suo testo *I fondamenti della Statica*, del 1927, afferma che i postulati enunciati da Archimede sono due e precisamente il I e il II e accoglie appieno e in termini espliciti (pp. 20-27) l'intera critica di Mach.

A. Frajese, nella sua edizione delle *Opere di Archimede*, del 1974, e precisamente nell'introduzione al trattato *Sull'equilibrio dei piani*, riferendosi ad Archimede e al teor. 6 scrive: «Abbiamo posto tra virgolette la parola "dimostra" perché secondo alcuni (primo fra tutti l'autorevolissimo Ernst Mach) ci troveremmo di fronte ad un ragionamento viziato da una petizione di principio. Rimandiamo il lettore all'apposita nota n. 7: accenniamo tuttavia qui al fatto che la critica di Mach può essere superata in base ad un'ipotesi del Toeplitz, alla quale si unisce il Dijksterhuis: ipotesi che permette anche di dare un significato effettivo ed un impiego notevole al postulato sesto» (p. 393). Riferendosi a tale postulato, per esso parla poi di «possibili interpretazioni» (p. 399). Nella nota 7, a p. 405, dopo un brevissimo e piuttosto generico cenno alla critica di Mach, riferisce sull'interpretazione di Toeplitz e conclude con questa affermazione, che, francamente, lascia un po' sconcertati, specialmente se si riflette sul fatto che Frajese ha tradotto, e quindi letto con cura, il trattato di Archimede: «Riteniamo che, in mancanza di meglio, l'ipotesi Toeplitz-Dijksterhuis sia accettabile. Non ci sembra, infatti, accettabile l'opinione che attribuisce ad Archimede un grossolano errore logico, quale sarebbe la petizione di principio, di cui tratta il Mach».

La corretta interpretazione di Toeplitz viene invece accolta da C. Mugler nella sua edizione in francese (apparsa negli anni 1970-1972) delle opere di Archimede (Vol. II, p. 78).

Con l'insieme delle sue considerazioni, dalle quali emerge che per Mach non è possibile sviluppare la teoria della leva senza l'intervento del concetto di «momento», Mach tende ai suoi lettori un vero e proprio tranello, consistente nel fatto che egli tende ad instillare in chi legge la convinzione che per trattare tale teoria occorra necessariamente il concetto di «momento». In tale tranello cade, in particolare, Giovanni Vailati, il quale nel suo lavoro *La dimostrazione del principio della Leva data da Archimede nel libro primo sull'equilibrio delle figure piane*, del 1903,[47] scrive, tra l'altro: «la supposizione che Archimede fa, relativamente alla condizione che deve essere soddisfatta perché due pesi p', p'', appesi da una stessa parte del fulcro a distanze d', d'' da esso, facciano equilibrio a un peso p attaccato a una distanza d dall'altra parte di esso, si può formulare dicendo che tale condizione è espressa da un'equazione della seguente forma: $p'f(d') + p''f(d'') = pf(d)$, dove f è una funzione tale che qualunque sia la lunghezza h si abbia: $2f(d) = f(d+h) + f(d-h)$.

[47] Esso è già stato ricordato nella nota 12.

«Da questa premessa Archimede deduce la conclusione che la condizione cercata è precisamente questa: $p'd' + p''d'' = pd$».

Archimede, come si è visto, non ha proprio fatto nulla di tutto ciò ed è anzi lontanissimo da un tal genere di considerazioni, concernenti i «momenti» e suggerite, e anzi dettate, unicamente dalla critica di Mach. È chiaro a questo punto che la disperata difesa che Vailati tenta di fare della trattazione di Archimede concernente la leva non può che essere priva di ogni validità, considerando anche il fatto che Vailati nel suo lavoro dimostra di non aver affatto colto il reale significato del post. VI.[48]

Al suddetto tranello non sembra sfuggire nemmeno Dijksterhuis, il quale nel suo trattato non rigetta, e con la dovuta fermezza, l'introduzione dei «momenti» effettuata da Mach, e soprattutto non sa cogliere che cosa stia realmente a significare l'«assunzione», sempre dovuta a Mach, che per essi valga la "proprietà additiva", intesa nel senso più volte ricordato e precisato al § 2.6. Dijksterhuis inoltre non coglie il fatto che Mach, una volta che ha ottenuto, e in modo viziato, l'espressione PL per i «momenti», contrariamente a quanto egli ritiene, non ha provato affatto quanto afferma a conclusione della sua critica.[49] Per quanto concerne la posizione di Dijksterhuis nei riguardi del post. VI si rimanda a quanto osservato al riguardo al § 1.10.

J. M. Child nel suo lavoro *Archimedes' Principle of the Balance and some Criticisms upon it*,[50] del 1921, senza entrare realmente addentro ad essa, prende in esame la critica di Mach e, con riferimento ai «momenti» introdotti da Mach, con un ragionamento che non appare affatto accettabile, ritiene di avere provato che «*l'inversa proporzionalità dei bracci [rispetto ai pesi] è contenuta nei postulati*; e che quindi ad Archimede non resta che dedurre questo risultato attraverso un ragionamento accurato con i mezzi che ha a disposizione; e che egli può fare ciò *senza introdurre il concetto di momento statico ad ogni passo del suo ragionamento*». Dopodiché, con considerazioni che appaiono piuttosto interessanti ma che, nonostante la sua convinzione, sembrano alquanto lontane dallo spirito della trattazione di Archime-

[48] È il caso di rilevare che, leggendo il lavoro di Vailati, si trae la netta impressione che l'illustre pensatore non abbia addirittura letto tale trattazione.

[49] Cfr. E. J. Dijksterhuis, *op. cit.*, pp. 236-238.

[50] Tale lavoro è contenuto in: C. Singer, *Studies in the History and Method of Science*, Vol. II, Oxford, Clarendon Press, 1921, pp. 490-520.

de, fornisce un indubbio contributo chiarificatore, ma non tanto, come egli ritiene, per quanto concerne la dimostrazione data da Archimede del teor. 6 (che egli comunque ritiene di aver migliorato), quanto piuttosto per una corretta interpretazione del post. VI.

W. Stein, nel suo lavoro *Der Begriff des Schwerpunktes bei Archimedes*, del 1930,[51] collegandosi alla corretta interpretazione del post. VI data da Toeplitz,[52] pone in evidenza la correttezza della dimostrazione di Archimede, rilevando contemporaneamente che Mach ignora il post. VI, oppure che lo fraintende. In realtà, come si è visto in questa Parte II della presente esposizione, Mach ha fatto ben di peggio, e non solo per quanto concerne il post. VI.

Stein nel suo lavoro tende inoltre a provare che nel trattato di Archimede il centro di gravità è implicitamente definito dall'insieme dei postulati con cui esso inizia. Come già si è detto al § 1.5, tale interpretazione appare troppo artificiosa per essere accettata.

La correttezza della dimostrazione di Archimede e la conseguente erroneità della critica di Mach sono poste in evidenza anche da B. L. van der Waerden nel suo notevole lavoro *La démonstration dans les sciences exactes de l'antiquité*, del 1957,[53] lavoro in cui, per il commento a tale dimostrazione, si collega a quello di Stein.

G. Goe, nel suo notevole lavoro *Archimedes' Theory of the Lever and Mach's Critique*, del 1972,[54] esamina con particolare cura, scendendo nei particolari, la trattazione di Archimede, ne rivede le dimostrazioni, interpreta correttamente il post. VI, pone in evidenza un gruppo di quattro assunzioni tacitamente fatte da Archimede, e precisamente le assunzioni concernenti l'estensione della definizione di centro di gravità al caso di più grandezze (qui considerata come una naturale generalizzazione della definizione che viene riportata alla fine del § 1.5), la condizione che l'essere una leva in equilibrio equivale alla condizione che il centro di gravità dei pesi cada sulla verticale per il fulcro (condizione che nella sostanza non differisce da quanto qui rilevato al § 1.6, dove si è osservato al riguardo che non è necessario alcun postulato aggiuntivo), l'assunzione che il centro di gravità di due grandezze appartenga alle congiungenti i loro centri di gravità (assunzione che è stata qui rilevata al § 1.6 e che è certamente collegata a qualche precedente trattato di Archimede, andato perduto), ed infine l'assunzione che, se due grandezze hanno il medesimo centro di gravità, anche la grandezza composta da esse ha il medesimo centro di gravità (assunzione che è stata qui ampiamente discussa al § 1.8). Goe rileva quindi la correttezza della dimostrazione del teor. 6, ritenendo però che essa risulti mutilata, ossia che vi siano parti di essa andate perse, il che in realtà non sembra, come risulta da un attento esame di essa, fatto direttamente sui testi che ci sono pervenuti. Goe osserva poi che alla trattazione di Archimede si può assegnare più snellezza e chiarezza, nonché eleganza, non appena si sostituiscano parte dei postulati di partenza con parte delle assunzioni appena elencate, rendendo così, tra l'altro, ovvi i teor. 4 e 5 e assicurando contemporaneamente particolare chiarezza alla dimostrazione del teor. 6. Tutto ciò può essere certamente vero, ma può anche significare un'illecita manomissione dell'intera trattazione di Archimede, la quale, così rielaborata, diventerebbe un'opera diversa da quella di partenza, la quale invece va rispettata così com'è e come nella realtà si presenta.

Prendendo poi in esame la critica di Mach, Goe si limita a rilevare brevemente soltanto qualche aspetto di tale critica, con osservazioni comunque alquanto pertinenti. Ciò che, in particolare, in tale analisi non viene in sostanza preso in esame e che invece riveste un carattere centrale nella critica di Mach è quanto concerne i «momenti che rompono l'equilibrio», un argomento al quale nella presente esposizione sono stati dedicati i paragrafi che vanno dal 2.4 al 2.13 incluso. In un certo senso e per certi aspetti l'analisi che Goe fa della critica di Mach si presenta complementare all'analisi che viene qui svolta (e ciò conferma quanto grande sia il ventaglio di obiezioni che si possono rivolgere alla critica di Mach).

Sorprende infine, nel leggere il bel lavoro di Goe, vedere alla fine di esso che Goe si dichiara in pieno accordo con la trattazione fatta da Vailati, trattazione che nel presente paragrafo è stata in parte esaminata e della quale, con le premesse che vi vengono fatte e con quanto è stato qui visto, ben poco può essere salvato.

Nonostante i vari contributi chiarificatori dovuti a Toeplitz, Stein, Goe, l'autorevole Wilbur R. Knorr, nel 1978, nel suo lavoro *Archi-*

[51] Pubblicato su «Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik», 1 (1931), pp. 221-244.

[52] Si veda al riguardo il § 1.10 della presente esposizione.

[53] Pubblicato su «Bull. Soc. Math. Belg.», 4 (1957), pp. 8-20.

[54] Pubblicato su «Studies in History and Philosophy of Science», 2 (1972), pp. 329-345.

medes and the Pre-Euclidean Proportion Theory,[55] a p. 185 scrive ancora, prudente: «La dimostrazione [del teor. 6] è ben nota, e davvero famigerata, avendo attratto il commento di un gran numero di studiosi, stimolati dalle accuse di Mach e di altri di essere una dimostrazione non valida, per avere Archimede assunto qualche nozione meccanica aggiuntiva la quale rende il teorema tautologico. Altri hanno controattaccato per conto di Archimede, mentre altri ancora hanno proposto altri fondamenti per la dimostrazione». Con tale frase Knorr non si pronuncia pertanto affatto sulla validità della dimostrazione data da Archimede.

La posizione prudente di Knorr si può cogliere anche nel suo fondamentale lavoro *Archimede dopo Dijksterhuis: una guida agli studi recenti,* inserito, nella sua traduzione italiana, in appendice alla più volte ricordata traduzione in italiano del trattato di Dijksterhuis. In tale lavoro, infatti, Knorr parla di «validità formale della dimostrazione del principio della bilancia», e non semplicemente della «validità» della dimostrazione di tale principio.

L'autorevole Patrick Suppes nel suo lavoro *Limitations of the Axiomatic Method in Ancient Greek Mathematical Sciences,*[56] accennando brevemente alla critica rivolta da Mach alla trattazione di Archimede a p. 212 scrive invece, pienamente a ragione e in pieno accordo con quanto qui rilevato al § 2.13: «Un punto centrale della confusione di Mach sembra essere una completa incomprensione sul modo di applicare la matematica alla fisica. Egli sembra non avere alcuna reale concezione di come la matematica venga usata per dedurre teoremi da assunzioni generali [...]. Egli, semplicemente, non ha alcuna coerente o ragionevole concezione di come la matematica possa essere usata nella scienza, e la sua analisi su Archimede, ostinata nell'errore, è appena uno dei molti esempi che portano a questa conclusione».

A quanto ora brevemente visto si può ancora aggiungere che H. G. Beisenherz, nel suo lavoro *Archimedes und die Protophysik,*[57] del 1981, svolge un'analisi della trattazione di Archimede e della critica ad essa rivolta da Mach che presenta aspetti che sono approfonditi

[55] Pubblicato su «Archives Internationales d'Histoire des Sciences», 28 (1978), pp. 183-244.

[56] Contenuto nei «Proceedings of the 1978 Pisa Conference on the History and Philosophy of Science», vol. 1, Dordrecht, Reidel, 1981, pp. 197-213.

[57] Pubblicato su «Philosophia Naturalis», 18 (1981), pp. 438-478.

solo in apparenza. Infatti in tale lavoro gli aspetti sconcertanti che presenta la critica di Mach non vengono affatto colti, come, nonostante le molteplici considerazioni e riflessioni che vengono in tale lavoro svolte al riguardo, nella sostanza non viene colto il reale significato che riveste il post. VI. Beisenherz in definitiva, con le sue considerazioni spesso speciose e artificiose, ritenendo, proprio per queste sue considerazioni, non corretta la dimostrazione di Archimede, è spontaneamente ed esplicitamente orientato a dare ragione a Mach. Quanto Mach possa avere ragione si può constatare rileggendo il § 2.12 e quanto osservato al § 2.13 della presente esposizione.[58]

L'Autore esprime il suo più vivo ringraziamento al Prof. Bruno Barberis per l'ampia e preziosa collaborazione datagli nella preparazione della presente esposizione, nonché al Prof. Giovanbattista Amendola per la collaborazione datagli in varie ricerche bibliografiche. Esprime inoltre il suo ringraziamento al Dott. Maurizio Bruno per la collaborazione datagli nell'esame di vari lavori redatti in lingua tedesca.

[58] Si può ancora aggiungere che G. Lampariello, nella sua conferenza *Intorno all'opera meccanica di Archimede* tenuta in occasione delle «Celebrazioni Archimedee del sec. XX» svoltesi a Siracusa nel 1961, conferenza avente in tali «Celebrazioni» un ruolo centrale, dopo aver premesso che Archimede fonda la sua teoria sulla leva su sette postulati, enuncia unicamente il primo, dopodiché, senza nemmeno riflettere che i postulati, come ha affermato, sono sette e non soltanto quello che ha enunciato, si chiede: «È veramente riuscito ad Archimede di dedurre logicamente il caso generale della leva dal caso particolare di due pesi eguali simmetricamente posti oppure egli non si è accorto che nel corso della dimostrazione ha introdotto implicitamente altri fatti sperimentali indipendenti?». E al riguardo precisa: «Il Mach ha concluso che con le ipotesi ammesse da Archimede non si può dedurre il caso generale dal caso particolare. Infatti, la legge che lega i pesi alle distanze dei punti di applicazione dal fulcro potrebbe essere differente da quella della semplice moltiplicazione e solo l'esperienza può darci delle indicazioni più precise».

A tutto ciò Lampariello aggiunge, attingendo sempre dal testo di Mach: «Stevino, Galileo, Huygens fanno dei ragionamenti che contengono lo stesso errore di Archimede», e conclude la sua analisi, che ricalca fedelmente la critica di Mach, con l'affermazione: «La critica di Mach è stata universalmente accolta, ma è chiaro che essa non diminuisce affatto l'ammirazione per il genio di Archimede [...]».

Nel complesso, un brutto servigio reso ad Archimede.

INDICE DEI NOMI

Per l'estrema frequenza è omesso il nome di Archimede; dei nomi stranieri, quando di uso corrente, viene registrato il corrispettivo italiano. Per eventuali segni diacritici si rimanda alle pagine citate; in quelle unite da trattino il nome ricorre anche nelle intermedie non citate.

A

B

E

F

G

H

I

J

K

L

M

N

O

P

Finito di stampare nel marzo 1992
con i tipi della Tiferno Grafica
di Città di Castello